

TEKST NR 57

1983

ASPECT EKSPERIMENTET

- skjulte variable i kvantemekanikken?

Projektrapport af Tom Juul Andersen

Vejleder: Peder Voetmann Christiansen

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER

INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERSVINGNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

ASPECT EKSPERIMENTET - skjulte variable i kvantemekanikken?

af Tom Juul Andersen

IMFUFA Tekst nr. 57 (1983), RUC.

202 sider. ISSN 0106-6242

I 1935 offentliggjorde Einstein, Podolsky og Rosen (EPR) en artikel, hvori det hævdedes at kvantemekanikken ikke var en fuldstændig beskrivelse af atomare systemer. Bohr tilbagevisede samme år kritikken ved brug af kvantemekanikkens ubestemtheedsrelationer. I 1964 beviste Bell, at spørgsmålet kunne gøres til genstand for eksperimentelle undersøgelser i spin-eksperimenter, og i 1975 foreslog Aspect et korrelationsexperiment af EPR-typen, hvor mælebegivenhederne var spacelike separeret i relativistisk forstand. Disse noter beskæftiger sig med den teoretisk diskussion forud for eksperimentet, som i sommeren 1982 skulle være udført med et positivt resultat for kvantemekanikken.

Forord

Dette speciale beskæftiger sig med beskrivelsen af forudsætningerne for et eksperiment, der for øjeblikket udføres på Institut d'Optique Théorique et Appliquée i Paris, samt selve eksperimentet. Eksperimentet kaldes Aspecteksperimentet, efter den eksperimentalphysiker, Alain Aspect, der i 1975 foreslog eksperimentet udført, og som stadig er med i den gruppe af fysikere, som for øjeblikket udfører eksperimentet.

Eksperimentet kan betragtes som kulminationen på en næsten halvtreds-årig udvikling af Einstein, Podolsky og Rosens oprindelige argumenter i 1935 for, at den kvantemekaniske beskrivelse af atomare systemer ikke kunne anses for at være fuldstændig.

---oooOOOooo---

Specialet er inddelt i tre hovedafsnit, og indledes med en kort historisk introduktion over udviklingen.

1. Hovedafsnit beskæftiger sig med den kvantemekaniske beskrivelse af måleprocessen, med hovedvægten lagt på det, som i litteraturen har fået betegnelsen Københavnerfortolkningen af kvantemekanikken. Von Neumann har formuleret problemet som et spørgsmål om modsætningen mellem Schrödingerligningens kausale udvikling, og tilstandsvektoren's akausale kollaps ved en måleproces, et problem, som bør løses inden for kvantemekanikens rammer. Da Schrödingerligningen udvikler sig reversibelt i tid, medens måleprocessen er en irreversibel proces, spiller præciseringen af, hvor skillelinien bør placeres, en stor rolle i diskussionen.

2. Hovedafsnit arbejder med udviklingen af Einstein, Podolsky og Rosen's oprindelige argumenter (EPR-paradoxet) mod den kvantemekaniske beskrivelse af atomare systemer. Efter fremkomsten af et matematisk bevis for, at lokalt realistiske skjulte variable teorier aldrig ville kunne give det samme resultat for udvaldet af korrelationeksperimenter som kvantemekanikken-(1964)-ændrede situationen sig radikalt derved, at den blev flyttet fra

teoretiske overvejelser, til forsøg på at formulere det matematiske bevis, kaldet Bell's ulighed, på en form, der kunne danne grundlaget for en test af lokalt realistiske teorier mod kvantemekanikken; I dette ligger ikke, at kvantemekanikken ikke er en lokal teori, mén udelukkende, at vi antager den i litteraturen benyttede betegnelse for disse teorier. Vi skal i afsnittet i særlig grad hæfte os ved formuleringen af Bell's ulighed på den form, der danner baggrund for Aspecteksperimentet. Foruden Aspecteksperimentet behandler vi en række forskellige udførte korrelationeksperimenter, der har dannet baggrund for Aspecteksperimentet, og som afklarer forskellige spørgsmål i forbindelse med overgangen fra teori til eksperiment.

3. Hovedafsnit forsøger at gå mere i dybden med de fysiske begrebsdannelser, der er involveret i en beskrivelse af korrelationen mellem atomare systemer. Vores indledende betragtninger over korrelationsfænomenerne munder ud i beskrivelse af korrelationen ved tre elementer: En dannelses af de atomare objekter i en intermediær tilstand, som konstituerer en initial korrelationsfunktion, der beskriver graden af korrelation i stimulussleddet; en tilstand, hvor de atomare objekter ikke befinner sig i en kilde eller en absorber, og derfor ikke kobler med et lokalt felt, men udelukkende med den kollektive stofbaggrund (feltvacuumpolarisationsenergien); og endelig en tilstand, hvor de atomare objekter igen befinner sig i en intermediær tilstand, der konstituerer en anden korrelationsfunktion, som ved dispersion forstærkes op til makroniveau, en proces, der beskriver korrelationen i responseleddet. Vi diskuterer, i lyset af de anførte betragtninger, igen to eksperimenter, som ikke gav overensstemmelse med kvantemekanikken, og som vi har beskrevet i 2. Hovedafsnit; vores konklusion er, at de pågældende eksperimenter tilvejebringer betingelser, hvorunder de atomare objekter kan optræde, som bryder korrelationen på en måde, der kunne forventes, hvis vores betragtninger svarer til nogen fysisk virkelighed.

I Appendix giver vi en oversigt over den klassiske beskrivelse af polariserede elektromagnetiske bølger, samt oversætter det klassiske polarisationsbegreb til udtalelser om de mulige spin-tilstande af fotonen.

III

Ligningerne er i dette speciale nummereret fortæbende for hvert hovedafsnit (1,2,3). Referencerne er samlet efter hvert delafsnit (1.1,1.2,1.3,......) og i teksten angivet ved f.eks. Dirac 2), som henviser til reference 2 efter det pågældende delafsnit. Alle referencerne er samlet i alfabetisk orden som litteraturfortegnelse.

---ooo000ooo---

Jeg vil gerne takke Peder Voetmann Christiansen for den store hjælp med dette speciale, herunder specielt, at jeg fik mulighed for at følge Dick Mattuck's kursus i 81/82. Desuden vil jeg gerne takke for råd og vejledning af Niels Boye Olsen, Erland Brun Hansen, samt for den venlighed jeg som gæstestuderende på Fysisk Laboratorium I er blevet mødt med. Slutteligt vil jeg gerne takke Connie Kjærsgaard for den store hjælp med indskrivningen.

IV

HISTORISK INTRODUKTION

1

MÅLEPROCESSEN I KVANTEMEKANIK

1.1	Superposition af sandsynlighedsamplituder	7
1.2	Bølgefunktionens kollaps ved en måleproces	11
1.2.1	idealmålinger	11
1.2.2	ikke-idealmålinger	16
1.3	Spinkorrelationer for rumligt separerede systemer	21
1.4	Måleprocessen som en irreversibel, stokastisk proces	28
1.5	Von Neumann's måleprogram	34

MÅLETEORIER MED SKJULTE VARIABLE

2.1	Einstein, Podolsky og Rosen's argumenter	47
2.2	Bell's ulighed	51
2.3	Teorier med skjulte variable	66
2.3.1	indledende bemærkninger	66
2.3.2	skjulte variable teorier, "contradictio in adjecto"	69
2.3.3	skjulte variable teorier af ikke-lokal karakter	72
2.3.4	skjulte variable teorier af lokal karakter	82
2.4	Test af skjulte variable teorier	84
2.4.1	generelle bemærkninger	84
	-oversigt over eksperimenter	85
2.4.2	eksperimentelle vanskeligheder ved test af s.v.t.	86
	-comptonspredning med fotoner	87
	-kaskadeeksperimenter med fotoner	88
	-proton-proton spredning	88
2.4.3	Eksperimenter	90
	-Holt og Pipkin	90
	-Faraci et al	93
	-Kasday et al	96
	-Papaliolios	100
2.5	Aspecteksperimentet	108
2.5.1	indledende bemærkninger	108
2.5.2	teoretisk grundlag for eksperimentet (I)	109

2.5.3	kildens sammensætning. Fotonkaskadeprocessen	114
2.5.4	absorbernes sammensætning; polarisationsmetode.	117
2.5.5	eksperimentel test af Einsteinseparabilitet	120
2.5.6	teoretisk grundlag for eksperimentet (II)	122
2.5.7	udførte eksperimenter	128
2.5.8	konklusion	130

GRUNDBEGREBER I EN BESKRIVELSE AF
IRREVERSIBLE FYSISKE PROCESSER

3.1	Indledende bemerkninger	136
3.2	Naturen af korrelationen mellem atomare systemer (I)	140
3.2.1	introduktion	140
3.2.2	kan levetiden og udstrækningen af et atomart objekt defineres i forhold til objektet selv	140
3.2.3	kan biologiske fænomener kaste lys over spørgsmålet	142
3.2.4	kritik af det kvantemekaniske spinbegreb	142
3.2.5	kvantemekanikkens beskrivelse af ustabile systemer	147
3.2.6	naturlige enheder for masse og tid	149
3.2.7	betydningen af swingningstallet $R(\sqrt{t})$	152
3.3	Naturen af korrelationen mellem atomare systemer(II)	160
3.3.1	introduktion	160
3.3.2	atomare objekters bevægelse i kilde og absorber	160
3.3.3	generelle betragtninger vedrørende betydningen af polarisationsprocessen	164
3.3.4	størrelsen af absorberens dispersion af $R(\sqrt{t})$	166
3.3.5	generelle betragtninger vedrørende betingelsen for korrelationsbrud	167
3.3.6	holt og pipkin's eksperiment	168
3.3.7	faraci et al's eksperiment	170
3.3.8	relationer mellem Bell's ulighed og kvantemekanikken	172

3.4	Opsamling	177
-----	-----------	-----

<u>Appendix A</u>	
Bevis for at d_1 -processer ikke kan være d_2	182

<u>Appendix B</u>	
Fotonens spintilstande	183

<u>Appendix C</u>	
Multivariat statistisk analyse	193

<u>Litteraturfortegnelse</u>	196
------------------------------	-----

Historisk introduktion

I 1935 præsenterede Einstein, Podolsky og Rosen i en artikel 1) en række argumenter for, at den kvantemekaniske beskrivelse af fysiske systemer ikke kunne anses for at være fuldstændig.

Artiklens forfattere konkluderer, at hvis to operatorer, tilforordnet to fysiske størrelser, ikke kommuterer, kan disse to størrelser ikke samtidigt have nogen fysisk realitet ifølge kvantemekanikken. Da dette strider mod forfatternes opfattelse af, hvad der skal forstås ved en fysisk reel størrelse, kan den kvantemekaniske bolgefunktion følgelig ikke give en fuldstændig beskrivelse af den fysiske virkelighed.

Bohr tilbageviser i sit svar samme år 2) denne konklusion, idet han præciserer, at vi ikke kan tale om nogen fysisk virkelighed uafhængig af de eksperimentelle betingelser, som ikke åbner mulighed for samtidigt at bestemme den nøjagtige værdi af to fysiske størrelser, hvis operatorer ikke kommuterer.

Idet vi følger Clauser og Shimony konklusion 3), byggede Einstein, Podolsky og Rosen deres argumenter på tre præmisser:

- 1) Nogle af de kvantemekaniske forudsigelser med hensyn til observationer af en bestemt type af systemer, bestående af to rumligt separerede partikler, er korrekte.
- 2) Et meget rimeligt kriterium for eksistensen af et element af fysisk virkelighed foreslås: Hvis vi uden at forstyrre et system med sikkerhed kan forudsige værdien af en fysisk størrelse knyttet til systemet, eksisterer der et element af fysisk virkelighed svarende til denne fysiske størrelse.
- 3) Der findes ingen vekselvirkninger, som ikke er af lokal karakter. Ingen fysisk indflydelse kan udbredes med en større hastighed end lysets. Denne præmis kaldes også Einsteins separabilitetsprincip.

Som det kunne forventes, koncentrerede Bohr megen af sin argumentation på at vise, at præmis nr. 2 var uforeneligt med de kvantemekaniske ubestemthedsrelationer. Enhver måling, der tager sigte på at fastlægge værdien af en fysisk størrelse, for at kunne

forudsige værdien af denne størrelse til et senere tidspunkt, ville forstyrre systemet.

Allerede i 1932 havde Von Neumann leveret et bevis 4) på, at en teori, der tager sigte på at beskrive måleprocessen ved dispersionsfri kvantemekaniske tilstande, ville være i uoverensstemmelse med kvantemekanikkens grundlæggende antagelser; der eksisterer kvantemekaniske systemer, der kan repræsenteres ved et homogent ensemble, således at dette ikke kan opdeles i subensemblér med forskellige statistiske egenskaber, hvorved ensemblet ikke er dispersionsfrit. Da Von Neumann antog, at en teori med dispersionsfri kvantemekaniske tilstande var nødvendig for at kunne give den kausale beskrivelse af måleprocessen, som Einstein med sine indvendinger efterlyste, ville en sådan beskrivelse nødvendigvis være i uoverensstemmelse med de eksperimentelle facts, som de homogene ensembler tog sigte på at beskrive.

Gleason har støttet dette synspunkt 5). I 1957 beviste han, at de kvantemekaniske forventningsværdier altid kan beregnes ved hjælp af den af Von Neumann indførte tæthedsmatrice. Herved blev det samtidigt bevist, at vi ikke kan tilforordne eksakte værdier samtidigt til ikke-kommuterende variable i en måleproces, men kun en sansynlighedsfordeling. Det var således ikke muligt at reproducere kvantemekanikkens resultater med en kausal teori, der samtidigt indeholdt alle kvantemekanikkens grundantagelser. Derimod mente Von Neumann, at det faktum, at Schrödingerligningen var thermodynamisk reversibel, medens måleprocessen var irreversibel, krævede en nærmere analyse 6). Von Neumann's egen konklusion var, at skillelinien mellem iagttageren og det iagttagne kunne vælges inden for et bredt spillerum, blot valget bliver foretaget, hvorved det irreversible element var introduceret i måleprocessen. En lang række forfattere har beskæftiget sig med en videreudvikling af Von Neumann's ideer. Vi skal i det følgende særligt hæfte os ved Daneri, Loinger og Prosperi's arbejde 7), der søger at beskrive problemet som tidsudviklingen af et makroskopisk legeme mod dets thermodynamiske ligevegtstilstand.

En anden teoretisk retning søger at beskrive måleprocessen kausalt, men uden at tilstræbe en reproduktion af alle kvantemekanikkens forventningsværdier. Selvom disse teorier i mange tilfælde tilforordner eksakte værdier samtidigt til ikke-kommuterende variable, hævdes det dog ikke, at disse kan måles samtidigt.

Bell beviste i 1964 8), at en teori, der tilfredstiller et lokalitetspostulat, som beskriver kausaliteten i måleprocessen, ikke ville kunne give overensstemmelse med alle kvantemekanikkens statistiske forudsigelser. Det afgørende ved Bell's bevis, og en senere generalisering af ham til også at omfatte stokastiske teorier, der tilfredsstiller lokalitetspostulatet 9) var, at det kunne tilvejebringe betingelser for eksperimentelt realisable situationer, hvor kvantemekanikken blev testet mod en lokal realistisk teori.

Heri ligger ikke, at vi betragter kvantemekanikken som ikke-lokal; men kun, at vi i det følgende antager den i litteraturen benyttede karakteristik af disse teorier.

Bohm-Bub konstruerede i 1966 10) netop en teori, der kunne reproducere kvantemekanikkens forventningsværdier, og som beskrev måleprocessen ved to koblede differentialligninger; men derved bliver vekselvirkningen mellem rumligt adskilte systemer ikke-lokal, som krævet af Bell. Forsøg på at gøre Bohm-Bub modellen relativistisk covariant for rumligt separate observabeler ser derfor ud til at være meget vanskelig, og under alle omstændigheder involvere hidtil ukendte fysiske processer. Mattuck og Longtin, der har givet en relativistisk covariant generalisation af Bohm-Bub modellen til en enkelt Dirac-partikel med spin 1/2 11) antyder, at dette muligvis kan gøres ved at indføre avancerede signaler, som foreslået af Beauregard 12) og Pegg 13). Derved indføres ikke en ad hoc begrænsning til de retarderede løsninger af Maxwell's tids-symmetriske feltligninger. Bohm-Bub modellen kan kun give afvigelser fra kvantemekanikkens forventningsværdier, hvis de indførte skjulte variable ikke udgør et ligevægtsensemble; da det endnu ikke er forstået hvor lang tid disse skjulte variable kan pertuberes, så de ikke udgør et ligevægtsensemble, kan Bohm-Bub modellen endnu ikke gøres til genstand for eksperimentelle test mod kvantemekanikken.

Efter fremkomsten af Bell's bevis, har der været udført en lang række eksperimenter, en oversigt er bragt i afsnit 2.4.1.. Ni af elleve eksperimenter støtter kvantemekanikkens forudsigelser af resultaterne, og de to eksperimenter der giver overensstemmelse med en lokal realistisk teori, har været reproduceret med modstridende resultat. Et enkelt af disse eksperimenter af Faraci et al 14) giver dog også kvantemekanikkens forventningsværdier, når måleapparaterne var opstillet symmetrisk omkring kilden (20 cm mellem kilde og detector). Ved en asymmetrisk opstilling (hhv. 5 cm og 34 cm) støttede måleresultaterne en lokal realistisk teori.

Bell's bevis kaldes også Bell's ulighed, fordi den forudsiger at korrelationen mellem forventningsværdierne ved målinger på rumligt adskilte systemer i visse tilfælde er mindre end den af kvantemekanikken foreskrevne. Det har været anført, at Bell's ulighed var for restriktiv, og at den kunne svækkes, uden at opgive kravet om at måleprocessen skulle opfylde et lokalitetspostulat, der dog nu optræder i en svagere form.

Det er blevet fremhævet, at det er tilstrækkeligt at kræve, at Einsteins separabilitetsprincip gælder. Dette udsiger, at målinger udført på ét system, space-like separeret fra et andet system, ikke vil kunne afhænge af resultater af målinger udført på dette andet system.

Marshall 15) har f.eks. foreslået, at kommunikation mellem to rumligt adskilte polarisatorer kan foregå ved hjælp af nulpunktsfluktuationer, og hvis denne kommunikation forhindres, vil et korrelationsexperiment være at sammenligne med kast med to ens mønter, hvorefter der selvfølgelig ikke kan konstateres nogen korrelation overhovedet, selvom de kastes samtidigt. 16)

Et eksperiment der tager sigte på at teste Einsteins separabilitetsprincip kræver imidlertid eksperimentelle betingelser, der ikke tidligere har kunnet opnås. Aspect 17) foreslog derfor et eksperiment med roterende polarisatorer, men ændrede året efter, i 1976, dette til akustisk-optiske detectorer 18), der skulle kunne opfylde de skærpede eksperimentelle betingelser.

Hertil kom, at eksperimentet på en række punkter ville være mere nøjagtigt end tidligere udførte korrelations-eksperimenter.

I marts 1981 offentliggjorde Aspect sammen med Grangier og Roger eksperimentelle resultater, i perfekt overensstemmelse med kvantemekanikken.¹⁹⁾ Forsøget var dog ikke udført med de akustisk-optiske detectorer, og kunne derfor ikke teste Einsteins separabilitetsprincip, men kun forbedre allerede eksisterende måleresultater. Aspecteksperimentets foreløbige resultater tyder derfor på, at alle lokalt realistiske teorier, der ikke arbejder med signaltransmission mellem måleapparaterne, kan udelukkes. Spørgsmålet om hvorvidt de lokalt realistiske teorier, der tager udgangspunkt i signaltransmission, også vil kunne udelukkes, forventes snart afklaret.

Dette speciale tager sigte på at beskrive mulige teoretiske løsninger til Aspecteksperimentet, som, selvom udfaldet af eksperimentet skulle udelukke alle lokalt realistiske teorier med og uden signaltransmission, ikke nødvendigvis kræver en kvantemekanisk beskrivelse.

Referencer:

- 1) Einstein,A; Podolsky og Rosen N. : Phys. Rev. 47, 1935, p. 777-780.
- 2) Bohr,N; Phys. Rev.,48, 1935, p. 696-702
- 3) Clauser,J.F; Shimony,A; Bell's theorem: experimental test and implication's. Rep. Prog. Phys.,Vol. 41, 1978, p. 1885
- 4) Neumann,von J; Mathematische grundlagen der Quantenmechanik. Springer Verlag, 1981, kap. 4 p. 167-173. Genoptryk af originaludgivelsen fra 1932.
- 5) Gleason, A.M.; J.Math. Mech.,6, 1957, p. 885 ff.
- 6) Neumann, von J; som reference 3 p. 222-223
- 7) Daneri,A;Loinger,A og Prosperi,C.M; Quantum Theory of measurement and ergodity conditions, Nuclear Physics, 1962, p. 297-319.

- 8) Bell,J.S.; On the Einstein,Fodolsky, Rosen paradox; Physics,vol. 1, nr. 3, 1964, p. 195-200.
- 9) Bell,J.S.; Introduction to the Hidde-Variable Question, 1971, p. 171-181, i "Proceedings og the international school of physics "enrico fermi" 29 juni-11 juli 1970, udk. som Foundations of Quantum Mechanics, Academic Press 1971.
- 10) Bohm,D;Bub,J: A prposed solution of the measurement problem in Quantum Mechanics by a hidden variable theory, Rev. Mod. Physics,vol. 38, nr. 3, 1966.
- 11) Mattuck,R.D.;Longtin,L: Relativistic covariant Bohm-Bub hidden variable theory for spin measurement on a single particle; preprint Fys. Lab I,1982.
- 12) Beauregard,O Costa de: Information af irreversibility Problems,i "Time in Science and Philosophy, Elesevier 1971
- 13) Pegg,D.T.: Objective reality, causality and the Aspecteksperiment, Physics Letters, vol. 78 A.,nr. 3, august 1980, p. 233 f.f.
- 14) Faraci et al; An experimental test of the EPR paradox,Lettere al nuovo cimento, vol 9, nr. 15, 13 april 1974, p. 607-611.
- 15) Marshall,T.W.; The Aspect experiment and the return to reality, Physics Letters,vol 75A, jan. 80, p.265-266.
- 16) Marshall,T.W.; The game of quandice,Physics letters, vol 78A, juli 1980, p. 15-16.
- 17) Aspect,A.; Proposed eksperiment to test separable hidden variables theories, Physics Letters, 25 august 1975
- 18) Aspect,A; : Proposed experiment to test nonseparability of quantum mechanics, Phys. Rev. D, vol. 14, nr. 8, 15 oktober 1976.
- 19) Aspect,A;Experimental Test of Realistic Local Theories via Bell's Theorem. Physical Rev. Letters, 17 august 1981, Vol.47,nr. 7, p. 460-463

I DEL

MÅLEPROCESSEN

KVANTEMEKANIK

"SOM SYSTEM BESTÅR SKAK AF BESTEMTE ELEMENTER, DER ER INDBYRDÉS FORBUNDNE OG OPTRÆDER SOM ET SAMLET HELE, EN HELHEDSDANNELSE. SAMTIDIG HAR DENNE SAMMENHØJNG STOR BEVÆGELIGHED, ER MEGET DYNAMISK; I SPILLETS LØB ANDRES ELEMENTERNES VÆRDI OG DERES RELATIONER."

Tigran Petrosjan
Jerevan Statsuniversitet 1968, afh. 626

1. Måleprocessen i kvantemekanik.

1.1 Superposition af sandsynlighedamplituder.

Schrödingerligningen for en fri partikel

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi \quad (1.1)$$

Kan udledes formelt ud fra den klassiske sammenhæng mellem den ikke-relativistiske energi og impuls for en fri partikel $E=p^2/2m$, ved at transformere

$$p \rightarrow \frac{\hbar}{i} \nabla \text{ og } E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (1.2)$$

Og iagttagte den forskrift, at begge operatorrelationer skal anvendes på ψ . Til den frie partikel associeres en udbredende bølge

$$\psi(\vec{x},t) = e^{i(kx - \omega t)} \quad (1.3)$$

Hvor ω er vinkelfrekvensen af bølgen, givet ved $\omega = 2\pi/\tau$ og hastigheden af den udbredende bølge er

$$v_{\text{fase}} = \omega/k \quad (1.4)$$

Svarende til hastigheden af bevægelsen af det konstante faseplan $kx - \omega t = C$. Den klassiske hastighed af partiklen er givet ved hastigheden af en bølgepakkes centrum, konstitueret af bølger med bølgevektorer centreret omkring k

$$v_{\text{gruppe}} = \frac{dk}{dt} = \frac{dE}{dp} = \frac{p}{m} \quad (1.5)$$

Hvis partiklen er bundet til et skalarpotential, $V(\vec{x})$, må vi ved identiteten $E = H(\vec{x}, \vec{p})$, hvor H er systemets totale energi (hamiltonfunktionen), addere dette led

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right) \psi(\vec{x},t) \quad (1.6)$$

Schrödingerligningen er karakteriseret ved at være lineær, og opfylder kvantemekanikkens grundlæggende principper:

1) Sandsynlighedstætheden for, at en partikel findes i pkt. \vec{r} i et ideelt eksperiment, er givet ved absolutkvadratet af bølgefunktionen

$$p = |\psi(\vec{r},t)|^2 = |\psi(\vec{r},t=0)|^2 \quad (1.7)$$

Dette princip kan også udtrykkes ved, at sandsynligheden for at finde en partikel i et lille område med volumen dV omkring et punkt x er

$$p(x)dV = \frac{|\psi(x)|^2 dV}{\iiint |\psi(x)|^2 dV} \quad (1.8)$$

Hvor summationen udvides over hele området. D'Espagnat 1) udtrykker dog dette princip en smule modificeret ved at sige, at objekter i kvantemekanikken normalt har egenskaber der ikke kan deles i det uendelige, hvorfor der eksisterer enheder - kaldet partikler -, der i ethvert eksperiment manifesterer sig som hele enheder. I visse situationer kan funktioner, kaldet "bølgefunktioner" associeres med partikler på en sådan måde, at sandsynligheden for at finde en partikel er givet ved ovenstående udtryk.

2) Hvis en begivenhed kan indtræffe på flere forskellige uskelnelige måder, er sandsynligheden for, at den gør det, absolutkvadratet på summen af disse måder (Interferens).

$$p = |\psi_1(\vec{r},t) + \psi_2(\vec{r},t)|^2 \quad (1.9)$$

3) Hvis et eksperiment kan skelne mellem disse forskellige måder, er sandsynligheden for, at en begivenhed indtræffer, summen af sandsynligheden for hver mulighed (ingen interferens).

$$p = |\psi_1(\vec{r},t)|^2 + |\psi_2(\vec{r},t)|^2 \quad (1.10)$$

Kommentar.

Vi kan udvide 2) ved at iagttagte, at hvis $\psi_1(\vec{r},t)$ og $\psi_2(\vec{r},t)$ begge er mulige løsninger (funktioner associeret med partikler i mulige eksperimentelle opstillinger), da vil

enhver linearkombination af ψ_1 og ψ_2 generelt også være en mulig bølgefunktion.

Den anførte linearitet fører også til linearitet i den tidslige udvikling af en tilstand. Hvis bølgefunktionen $\psi(t_0)$ til tiden t_0 er en lineær superposition af to bølgefunktioner

$$\psi(t_0) = \alpha\psi_1(t_0) + \beta\psi_2(t_0) \quad (1.11)$$

vil den tilsvarende bølgefunktion $\psi(t)$ til tiden t være den samme lineære superposition til tiden t , hvor t_0 går fra $-\infty$ til $+\infty$.

Superpositionsprincippet, og dermed den lineære form af Schrödingerligningen er derfor det abstrakte fundament for kvantemekanikken, der rækker ud over de repræsentationsformer vi vælger for de betragtede fysiske systemer (partikelbilledede, bølgebilledede ...)

Det har været diskuteret i hvilket omfang kvantemekanikken er en statistisk teori, idet vi kun i meget specielle situationer vil kunne forudsige udfaldet af eksperimenter med individuelle systemer (se f. eks. d'Espagnat 1). Dette er imidlertid ikke en principiel iagttagelse, der konstituerer kvantemekanikken som en statistisk teori. Det statistiske element af fundamental natur er forbundet med selve bølgefunktionen for det individuelle system, hvor vi kun kan angive sansynligheden for udfaldet af et eksperiment som absolutkvadratet på denne størrelse.

I diskussionen af selve måleprocessen (afsnit 1.2) vil vi benytte den særlige algebraiske notation, indført af Dirac 2), fordi den er realisation af superpositionsprincippet som det abstrakte fundament for kvantemekanikken.

Referencer:

- 1) d'Espagnat, B : Conceptual Foundations of Quantum Mechanics, W. A. Benjamin, 1971.

- 2) Dirac, P. A. M. : The Principles of Quantum Mechanics, Oxford Clarendon Press, 4. udgave, 14 optryk, 1976.

1.2 Belgefunktionens kollaps ved en måleprocess.

Vi vil i det følgende følge d'Espagnat 1), som bruger Dirac's notation 2), se referenceliste side 9-10.

1.2.1 Idealmålinger.

Vi vil i det følgende inddæle diskussionen i to hovedafsnit, der tager sigte på at skelne mellem ideal- og ikke-idealmålinger. Ved en idealmåling skal forstås

1) En måling på et kvantemekanisk system S, udført til tiden $t=0$, hvor S allerede fra starten er én af egentilstandene til den observable, L, vi ønsker at måle på, således at målingen kan tilskrives en værdi som L havde både før og vil få efter målingen.

og

2) En måling på et kvantemekanisk system S, hvor S ikke kan betragtes som værende i en egentilstand af L før målingen. Resultatet af målingen vil derved være den værdi, som L har efter målingen.

Vi kan tilsvarende opdele ikke-idealmålinger i :

1) En måling på et kvantemekanisk system S, hvor systemet fra starten før målingen er i en egentilstand L. Resultatet af målingen kan derved betragtes som den værdi L havde før målingen, men ikke efter.

2) En måling på S, hvor S fra starten ikke er i en egen-tilstand til L. Resultatet af målingen kan ikke interpreteres som en egenskab ved S, men hvis målingen gentages på et stort ensemble E, vil det samlede resultat give signifikant information om E.

Vi kan på denne måde betragte idealmålinger som reversible fænomener i den forstand, at vi kan gentage målingen med samme resultat til et senere tidspunkt. Modsat denne op-

fattelse, er ikke-idealmålinger karakteriseret ved, at resultatet af målingen ikke fastlægger systemets tilstand til noget senere tidspunkt. Denne opdeling er alene knyttet til selve måleprocessen, og udelukker naturligvis ikke, at det kvantemekaniske system under betragtning udvikler sig reversibelt i alle fire målesituationer.

Lad $|\psi_1\rangle \dots |\psi_n\rangle$ være egenvektor til en observabel L der tilhører et system S, vi ønsker at måle på med et apparat A. Vi antager, at A kun kan være i en af egentilstandene $|o, r\rangle$ hvor n angiver de mulige værdier $G=g_n$ af en detector, og r angiver et udartningsindex, relateret til alle de andre variable i A. Vi antager, at S fra starten er i en af egentilstandene $|\psi_m\rangle$ til L:

$$L|\psi_m\rangle = l_m|\psi_m\rangle \quad (1.12)$$

hvor A samtidig befinder sig i en af tilstandene $|o, r\rangle$, så Koordinaten G har værdien o. Apparatet er således konstrueret, at vekselvirkningen med S vil bringe det i én af tilstandene $|m, s\rangle$ uden at ændre tilstanden af S. Tilstandsvektoren der beskriver det samlede system S + A vil derfor undergå ændringen

$$|\psi_m\rangle |o, r\rangle \rightarrow |\psi_m\rangle |m, s_{m,r}\rangle \quad (1.13)$$

Efter vekselvirkningen vil A være i en position $G=g_n$ som står i en-entydig forbindelse med egenværdien l_m af L.

Hvis vi istedet antager, at S er en superposition af tilstande

$$|\psi_m\rangle = \sum_m a_m |\psi_m\rangle \quad (1.14)$$

hvor a_m er parametre, og A stadig er beskrevet ved tilstanden $|o, r\rangle$, vil sluttilstanden af det samlede system nødvendigvis være

$$|\psi_f\rangle = \sum_m a_m |\psi_m\rangle |m, s_{m,r}\rangle \quad (1.15)$$

En iagttager der mäter G på A og finder g_m , vil finde systemet i tilstanden $|\psi_m\rangle$. Dette kaldes "kollaps af bølgefunktionen ved måling". Set mere ukritisk, er måleapparatet samtidigt i en superposition af tilstande, der svarer til forskellige positioner g_m af detectoren. Dette er i konflikt med vores erfaring om, at makroskopiske objekter ikke kan være forskellige steder på samme tid.

Dette sidste "problem" vil blive diskuteret i afsnit 1.2

Lad os nu antage, at en iagttager mäter værdien L på S efter vekselsvirkningen med A, og samtidig værdien G på A. Han vil da finde fuldstændig korrelation mellem L-målinger og G-målinger. Han vil få $G = g_n$ svarende til $L = l_n$ og omvendt. Vi kan derfor sige, at ved at mäter G på A har vi udført en måling af L. Vi kan vise, at den introducerede kollaps af bølgefunktionen kan overføres til en måling af G på A: Lad os antage, at iagttageren udvælger et subensembla af alle S + A systemer ved kun at bevare dem der giver $G = g_n$. I det ideelle tilfælde vil dette subensembla, renormaliseret til enhedsnorm, være projektionen af

$$\sum_m a_m |\psi_m\rangle |l_m, s_{m,r}\rangle$$

på underrummet defineret ved $G = g_n$. Den tilsvarende projektionsoperator er

$$\sum_k \psi_n \langle l_n, k | \psi_l \langle n, k | \quad (1.16)$$

så renormaliseringen giver resultatet

$$|\psi_n\rangle |l_n, s_{n,r}\rangle \quad (1.17)$$

Dette produkt kan interpreteres ved at sige, at subensembla af systemer S er beskrevet ved $|\psi_n\rangle$ og subensembla af A ved $|l_n, s_{n,r}\rangle$. Derved bliver bølgepakkereduktionen $|\psi\rangle \rightarrow |\psi_n\rangle$ (som et resultat af vekselsvirkningen mellem S og A) udledt fra et postulat, som kumefårer af målingen

udført på A.

Dette kan lede til en dybere analyse af måleprocessen, som består af to trin:

A) I første trin vekselsvirket måleapparatet med systemet S.

B) I næste trin vekselsvirket A med et andet instrument B, der er således indrettet, at det opererer på samme måde i forhold til A som A opererer i forhold til S.

trin 1

$$|\psi_m\rangle |a_0\rangle \rightarrow |\psi_m\rangle |a_m\rangle$$

trin 2

(1.18)

$$|a_m\rangle |b_0\rangle \rightarrow |a_m\rangle |b_m\rangle$$

Som en konsekvens af Schrödingerligningen vil denne tilstandsvektor undergå ændringerne symboliseret ved pilene:

$$|\psi_m\rangle |a_0\rangle |b_0\rangle \rightarrow$$

$$|\psi_m\rangle |a_m\rangle |b_0\rangle \rightarrow \quad (1.19)$$

$$|\psi_m\rangle |a_m\rangle |b_m\rangle$$

Hvis nu en tilstand fra begyndelsen betragtes, hvor S ikke er i en egentilstand til L

$$|\psi\rangle = \sum_m c_m |\psi_m\rangle \quad (1.20)$$

kan vi, ved at anvende lineariteten på den sædvanlige måde, se, at den tilsvarende kæde (succession af begivenheder) er beskrevet ved pilene i:

$$(\sum_m c_m |\psi_m\rangle) |a_0\rangle |b_0\rangle \rightarrow$$

$$\sum_m c_m |\psi_m\rangle |a_m\rangle |b_0\rangle \rightarrow$$

$$\sum c_m l^m \lambda_m l b_m$$

(1.21)

Dette kaldes Von Neumanns kæde 3). Vi kan derved se, at det som udbredes fra S til A, fra A til B... osv er en korrelation. Hvis en anden iagttager samtidig mæler L, A og B vil han altid finde de tre værdier mærket med det samme index m, med relativ frekvens $|c_m|^2$. For at beregne sandsynligheden for et udfald f. eks. at finde l_m på L, kan der beryttes flere ækvivalente metoder. Han kan betragte S alene, S + A, S + A + B..., og spørgsmålet om hvor kæden brydes er irrelevant for resultatet.

En dybere indsigt i måleprocessen vil kræve en forståelse af måleapparaterne A, B, C..., der transformerer korrelationen. Hvis vi betragter den tidsafhængige S-ligning som grundlaget for systemets tidslige udvikling, og bølgefunktionens kollaps som resultat af vekselvirkningen med måleapparatet eller andre systemer, vil der - i de mest generelle tilfælde superpositionsprincippet tillader os at konstruere - være en divergens med den velkendte erfaring, at det makroskopiske instrument nødvendigvis er i en eller anden veldefineret makroskopisk position. Det problem kan muligvis løses ved at erkende, at måleinstrumentet undergår en irreversibel udvikling. Von Neumann 3) har defineret en kvantemekanisk entropi for en samlung af systemer, for hvilke $N p_n$ er i tilstanden n

$$Y = -k N \sum p_n \log p_n = -N k T_r (p \log p) \quad (1.22)$$

hvor k er Boltzmann's konstant, og hvor p er tæthedsmatricen som beskriver ensemblet. D'Espagnat præciserer dog dette, at definitionen mangler de egenskaber makroskopiske (Coarsegrained) entropi har, således at anvendelsen af tidsudviklingsoperatoren på p og log p ikke vil ændre Y sålænge systemet er isoleret, selv i de tilfælde hvor klassiske analoger af disse systemer ville undergå irreversibel udvikling. Van Hove 4) og Prigogine 5) har elimineret coarsegraining på bekostning af kun at betragte uendelige systemer, og postulere en regel for i hvilken rækkefølge

$t \rightarrow \infty$ og $V \rightarrow \infty$ skal tages (t er tiden og V er volumen). Derved etableres irreversibilitet for uendelige systemer der opfylder S-ligningen.

Forskellige analyser har imidlertid vist 6), 7), 8), at de irreversible processer i måleapparatet efter vekselvirkningen med S kan beskrives på en konsistent måde så længe måleapparatet kan betragtes som ideelt.

I denne beskrivelse defineres makroskopiske observable ved at betragte flere gensidigt ortogonale underrum V_1 , V_2, \dots, V_r af Hilbertrummet tilknyttet måleapparatet. r repræsenterer indices a, k, v.. som angiver værdien af alle de makroskopiske observable instrumentet har, ligegyldig hvilken tilstand instrumentet har, tilhørende underrummet V_r . Derved har de makroskopiske variable mindst ét fælles system af egenvektorer, og kommuterer derfor gensidigt.

Hvis et system S vekselvirker med et måleapparat A, eksisterer der altid en reel blanding, som angiver den korrekte forudsigelse af alle størrelser, det er muligt at mæle, og som er komponeret af tilstande for hvilken hver makroskopisk observable kan siges at have en veldefineret værdi. Et eksempel vil vise betydningen af dette.

Lad A være et Stern-Gerlach apparat udstyret med geigertællere for hver udgående stråle, S spinnet af et atom polariseret i en arbitreret retning, og lad os betragte et ensemble af identisk sammensatte systemer S + A. Til et hvert tidspunkt t efter vekselvirkningen, kan vi konstruere en mixture (blanding) med følgende egenskaber:

A) Den er konstitueret af systemer S + A, hver af dem således, at én geigertæller og kun én kan siges at have trigget.

B) Den giver overalt samme forudsigelse som den rigtige tilstandsvektor, der kommuterer med mængden af makroskopiske observable.

Derved kan det vises, at hvis instrumentet er ergodisk, vil der eksistere en blanding af ovenstående type, som opfylder 1) og 2) til alle senere tidspunkter.

D'Espagnat skriver om disse analyser, at blandingen kun giver den samme forudsigelse som den rene tilstand for et begrænset sæt af observable. Som konklusion kan det siges, at det i praksis altid er muligt at tilforordne makroskopiske egenskaber til måleinstrumenterne. Den fejl vi hermed skulle have begået, har vist sig at være forsvindende lille. Men de forskellige teorier kan ikke, uden selvmodsigtelser, give instrumenterne makroskopiske egenskaber, fordi de ikke viser, at alle konsekvenserne af sådan en antagelse (som i principippet er observerbar) falder korrekt ud. Det er kun ved at henvise til menneskelig utilstrækkelighed, vedrørende evnen til at mæle størrelser forskellig fra makroskopiske, at disse teorier på fuldstændig tilfredsstillende måde kan relateres til praksis.

1.2.2 Ikke - idealmålinger.

De foregående betragtninger viste, at vi endnu ikke har nået en "tilfredsstillende" beskrivelse af veksélvirknin-gen mellem måleinstrumentet og det betragtede kvantemekaniske system, hvor der med "tilfredsstillende" menes en beskrivelse, der ikke afhænger af begreber, hvis definition involverer menneskelige egenskaber og deres begrænsning. Kravet om en teori for målinger, der involverer reelle måleapparater i den faktiske måleproces, er tydeligt blevet præciseret af Wigner 9). Lad os igen betragte et Stern - Gerlach instrument, præpareret til at mæle z-komponenten ad S_z af dette spin. Denne situation kan beskrives ved

$$Iu_+ \rightarrow A_+ u_+ \quad (1.23)$$

$$Iu_- \rightarrow A_- u_-$$

hvor pilene symboliserer den tidslige udvikling fra tilstanden for til tilstanden efter bevægelsen gennem magnet-

feltet, hvor u_+ er de to egenfunktioner af S_z , og hvor I (starttilstand) og A (sluttillstand) er normaliserede egenvektorer, der beskriver alt undtagen spinnet af den betragtede partikel. Vi antager, at partiklen fra starten udbredes langs Oy , og lad os endvidere forestille os to eksperimenter.

- 1) De indkomne partikler er fuldstændigt polariseret langs Ox i den positive retning.
- 2) De indkomne partikler er fuldstændigt polariserede langs Ox , men med modsat retning.

På grund af lineariteten af de kvantemekaniske love for den tidslige udvikling anvendt på (1.23) er disse to eksperimenter nødvendigvis beskrevet ved to udtryk:

$$IV_+ = [(A_+ + A_-)V_+ + (A_+ - A_-)V_-]/2 \quad (1.24A)$$

$$IV_- = [(A_+ - A_-)V_+ + (A_+ + A_-)V_-]/2 \quad (1.24B)$$

hvor V_\pm er egenfunktioner af S_x . Lad L_x være x-komponenten af det totale impulsmoment "af altting", undtagen spinnet. x-komponenten M_x af det totale impulsmoment af det sammensatte system er givet ved

$$M_x = L_x + S_x. \quad (1.25)$$

den samme relation holder for middelværdier

$$\bar{M}_x = \bar{L}_x + \bar{S}_x \quad (1.26)$$

på grund af V_\pm og A_\pm 's orthonormalitet fås:

$$\begin{aligned} \bar{M}_x &= 2^{-2} [\langle A_+ + A_- | L_x | A_+ + A_- \rangle + \\ &\quad \langle A_+ - A_- | L_x | A_+ - A_- \rangle] + 0 \end{aligned} \quad (1.27)$$

med hensyn til højre side af (1.24A), og

$$M_x = 2^{-2} \left[\langle A_- - A_+ | L_x | A_- - A_+ \rangle + \langle A_+ + A_- | L_x | A_+ + A_- \rangle \right] + o \quad (1.28)$$

med hensyn til højre side af (1.24B).

Middelværdien M_x er altså den samme for begge starttilstande. De to begyndelsestilstande er imidlertid forskellige, fordi de to L_x er den samme, medens S_x er forskellig. Disse resultater er i uoverensstemmelse med principippet om impulsmoments bevarelse anvendt på det isolerede system, partikel plus instrument. Eksemplet har en helt generel karakter. Det kan vises (o), at ingen observabel, som ikke kommuterer med de additivt bevarede størrelser, beskrevet ved [†]begræn. operatorer kan være undergivet en idealmåling. Dette kan udstrækkes til at gælde for ^{††}begræn. operatorer. Wigner (9) har vist, at løsningen til dette problem kan gives ved, at starttilstandene er beskrevet ved

$$\begin{aligned} Iu_+ &\rightarrow A_+ u_+ + \varepsilon_+ u_- \\ Iu_- &\rightarrow A_- u_- + \varepsilon_- u_+ \end{aligned} \quad (1.29)$$

Hvor ε_+ , ε_- også refererer til instrumenterne, men har en lille norm. Udtrykket (1.27) og (1.28) erstattes derved af udtryk, som ikke mere er lig hinanden. Deres difference er af første orden i ε_+ . Dette er kun muligt, hvis matrixelementet L_x mellem forskellige tilstande af instrumentet er meget stor i forhold til \hbar , så der kompenseres for den lille størrelse af ε_+ . Dette er naturligvis tilfældet med måleinstrumenter af makroskopisk størrelse og kompleksitet. I en analyse af måleprocessen i kvantemekanik, inkluderer Landau og Lifshits (11), at den har en dobbeltsidig karakter.

+ dvs. operatorer i Hilbertrummet med en orthonormal basis $\{e_1, e_2, e_3, \dots\}$ så tallene $\|Ae_n\|$ er begrænset.

++ Stein H., Shimony A: i Foundations of quantum mechanics, proceedings of the Enrico Fermi International summer school, Academic Press 1971.

rakter. Den "beviser" sansynligheden for de forskellige mulige tilstande m.h.t. fortiden forudsagt fra en tilstand fastlagt ved en tidligere måling. Med hensyn til fremtiden konstitueres en ny tilstand. Derved bliver selve måleprocessen en irreversibel handling, da den fører til to retninger i tid, der ikke er fysisk økvivalente, nemlig fortid og fremtid, selvom de grundlæggende kvantemekaniske ligninger er symmetriske med hensyn til en ændring i tidens retning. I afsnit 4 vil vi vende tilbage til den situation, og diskutere selve udviklingen af de fysiske processer i tid som en irreversibel proces, uafhængig af måleprocessen.

Referencer:

- 3) von Neumann, J : Math. Found. of Quantum Mechanics, Princeton University Press, 1955.
- 4) van Hove, L.: Physica, 21, 517, år 1955; 25, 268, år 1959.
- 5) Prigogine, L : Nonequilibrium Statistical Mechanics, Interscience Publ., New York, 1962.
- 6) Daneri, A; Aloinger; Prosperi, G. M : Nuclear Physics, 33, p. 297, 1962.
- 7) Rosenfeld, L : Prog. Theor. Phys., Kyoto, suppl. 222, 1965.
- 8) Prosperi, G. M : In proc of the 1970 Enrico Fermi Intern. School in Varenna on Foundations of Quantum Mechanics.
- 9) Wigner, E. P : Zeit f. Physik, 133, 101, år 1952.
- 10) Araki, H; Yanase, M : Phys. Rev., 120, 622, år 1961.
- 11) Landau, L. D; Lifshitz, E. M : Quantum Mechanics, Pergamon Press, 1965.

1.3 Spinkorrelationen for rumligt separerede systemer.

Vi vil såge at ønske måleprocessen ud fra et mere konkret eksempel, og ud fra dette diskutere ikke-lokaliteten i den kvantemekaniske måleproces.

Vi ønsker at måle polarisationstilstanden af fotoner ud-sendt ved annihilation af parapositronium 1S_0 . Vi er dels interesseret i hvorledes polarisationstilstanden kan måles på en konsistent måde, dels på hvilken måde korrelationen mellem fotonernes spin opstår.

Vi vil antage, at parapositronium oprindeligt var i tilstanden $|j, m\rangle = |0, 0\rangle$. Grundtilstandene $|j, m\rangle = |1, 1\rangle, |1, 0\rangle, |1, -1\rangle$ vil være knyttet til udsendelsen af tre fotoner (orthopositronium).

Kvantemekanikken foreskriver, at enhver polarisationstilstand af fotonerne kan repræsenteres som en superposition af to indbyrdes orthogonale polarisationer, \hat{e}^1 og \hat{e}^2 .

$$e = e_1 \hat{e}^1 + e_2 \hat{e}^2 \quad (1.30)$$

Kvadratet på længden af koeficienterne e_1 og e_2 udtrykker sannsynligheden for, at fotonen har polarisationerne e^{-1} og e^{-2} henholdsvis:

$$p(e = \hat{e}^1) = |e_1|^2 \quad (1.31)$$

$$p(e = \hat{e}^2) = |e_2|^2$$

Disse polarisationer kan vælges som forskellige grader af elliptisk polarisation, mest almindeligt som indbyrdes vinkelrette lineære polarisationer, eller indbyrdes cirkulære polarisationer med modsat rettet rotation. Kalder vi udsendelsesretningen af fotonerne for henholdsvis $+Z$ og $-Z$ -aksen, højre- og venstrehandscirkulariseret lys for $|HHC\rangle$ og $|VHC\rangle$ vil den endelige totale tilstand kunne repræsenteres ved

$$|\psi\rangle = |HHC_1 HHC_2\rangle - |VHC_1 VHC_2\rangle \quad (1.32)$$

hvor indices angiver henholdsvis foton 1 og 2. Hvis f. eks. den ene foton f er HHC med hensyn til $+Z$ -aksen, vil vi i denne retning have $m = +1$, og vi må derfor have $m = -1$ for den anden foton p.g.a. impulsmomentbevarelse. Foton 2 vil derfor være HHC med hensyn til $-Z$ -aksen.

Fordi en paritetsoperation på parapositronium er ulige, tilstanden skifter fortegn under operationen, vil en sådan operation udført på de to HHC-fotoner, give en tilstand med to VHC-fotoner. Herved fremkommer ligning (1.32). Det er den eneste endelige tilstand, der bevarer både impulsmoment og paritet.

En paritetsoperation vil give

$$\begin{aligned} |p\psi\rangle &= |VHC_1 VHC_2\rangle - |HHC_1 HHC_2\rangle \\ &= -|\psi\rangle \end{aligned} \quad (1.33)$$

Først kan vi bemærke, at de to udsendte fotoner opererer uafhængigt af hinanden. Hvis en iagttager tester for linéær polarisation i f. eks. x_1 -retningen, og en anden iagttager tester foton 2 for linéær polarisation i y_2 -retningen, vil amplituden for, at iagttager 1 vil få udslag, og iagttager 2 samtidigt vil få udslag være

$$\begin{aligned} \langle x, y_2 | \psi \rangle &= \langle x, y_2 | HHC_1 HHC_2 \rangle - \\ &\quad \langle x, y_2 | VHC_1 VHC_2 \rangle \\ &= \langle x_1 | HHC_1 \rangle \langle y_2 | HHC_2 \rangle - \\ &\quad \langle x_1 | VHC_1 \rangle \langle y_2 | VHC_2 \rangle \end{aligned} \quad (1.34)$$

ved at udtrykke en HHC-tilstand og en VHC-tilstand, som

en superposition af $x_1\rangle$ og $y_2\rangle$

$$HHC = \frac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|y\rangle \quad m = +1 \quad (1.35)$$

$$VHC = \frac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|y\rangle \quad m = -1$$

får vi, at

$$\langle x_1 | HHC_1 \rangle \langle y_2 | HHC_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{i}{\sqrt{2}} = \frac{i}{2} \quad (1.36)$$

$$\langle x_1 | VHC_1 \rangle \langle y_2 | VHC_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{-i}{\sqrt{2}} = -\frac{i}{2}$$

Sansynligheden for, at iagttager 2 mäter y_2 -polariseret lys, givet iagttager 1 har målt x_1 -polariseret lys er derfor:

$$|\langle x_1 | y_2 \rangle|^2 = |-\frac{i}{2}|^2 = 1 \quad (1.37)$$

Vi kan derfor forudsige resultatet af I_2 's mätning endnu før mätningen er foretaget. Det er resultater som (1.37) der har givet anledning til en af de mest heftige og vedvarende debatter de sidste 50 år.

Vi kan indledningsvis konstatere, at de to fotoner ikke dannes med noget bestemt spin, selvom det totale spin på grund af impulsmomentbevarelse må være nul.

Spintilstanden fastlægges først i og med mätningen, således at I_1 effektivt ændrer fordelingen af impulsmomentet i rummet, og denne fastlæggelse sker på en stokastisk, u-kontrollabel måde.

En lang række eksperimenter har påvist gyldigheden af denne korrelation, uden dog at være præcise nok til at teste Einsteins separabilitetsprincip. Einsteins hovedindvending mod denne konsekvens af kvantemekanikken var, at ingen signaler kan bevæge sig med større hastighed end lysets, hvorfor den ene iagttagers mätning ikke vil kunne påvirke den anden iagttagers mätning, hvis autokorrelations-tiden, T_c , er mindre end L/c , hvor L var afstanden mellem polarisatorerne, og c lysets hastighed.

Derfor må Aspecteksperimentet, som vi senere i 2. del skal vende tilbage til, tilskrives så stor interesse, fordi det for første gang også tester separabilitetsprincippet.

Udover Bohr's svar på dette spørgsmål, har der været mange argumenter til fordel for Københavnerfortolkningen, og modargumenterne har næsten kun koncentreret sig om modeller med skjulte variable på den ene eller anden måde, som vi vil behandle i 2. del.

Enkelte andre fortolkningsmodeller eksisterer dog. Marshall 1) har foreslægt, at polarisatormerne kommunikerer via nulpunktsfluktuationer, fordi spektraltætheden af et kvantearmefeld (nulpunktsfluktuation) modificeres ved tilstedeværelsen af objekter i nærheden. "Spontan" emission fra et atom påvirkes desuden af spejle i nærheden.

Pegg 2) har modsat argumenteret for, at løsningen skal søges indenfor rammerne af Wheeler- Feynmann's absorber-teori 3) og dens senere kvantisering af Hoyle og Narlikar 4). Absorbeteorien indfører ikke en ad hoc begrænsning til retarderede løsninger af Maxwell's tidssymmetriske felt-ligninger, hvormed fotonerne kan vekselvirke via avancerede response.

En lignende ide er blevet foreslægt af Beauregard 5), der ud fra CPT-invariанс for teorier der beskriver stoffet på det mikroskopiske niveau, foreslår, at bølgefunktionsens kollaps både sker ind i den fremtidige lyskugle og

fortidige lyskugle, som en slags Feynmann zig-zag (se fig. 1)

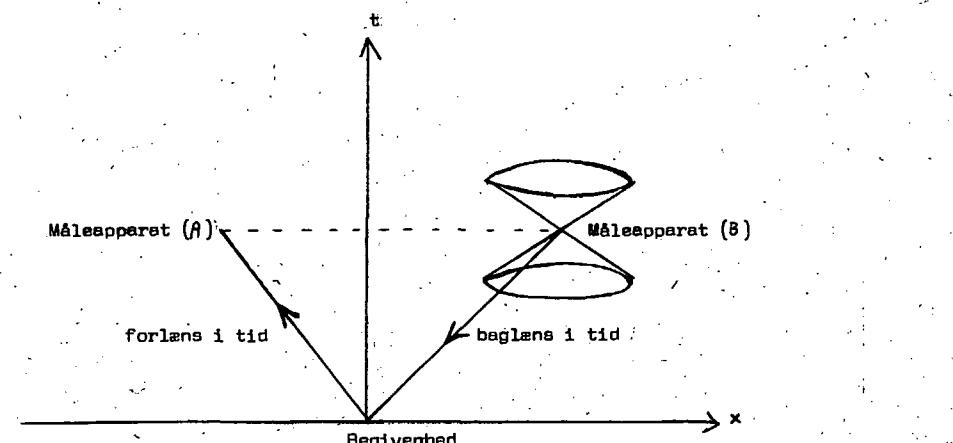


Fig. 1 Kollaps baglæns og forlæns i tid (efter Mattuck 6:)

Beauregard udtrykker sin mening ved at sige 7)

"It is not relevant for observer A to think of the other distant observer B as going to perform, or having already performed, his measurement when A is performing his own one, because this order in time is a relative and not an absolute one."

Pegg og Beauregard's løsning til den kvantemekaniske ikke-lokalitet, ser imidlertid ud til at erstatte ét forståelsesproblem med et andet - og større!

Efter vor opfattelse er naturen af den kvantemekaniske ikke-lokalitet tæt forbundet med en forståelse af tidsbegrebet.

Det er ikke vor opfattelse, at eksistensen af fysiske systemer afhænger af om vi har opfattet denne eksistens

eller ej. Ligeledes forekommer det uacceptabelt, at den irreversible udvikling af systemerne specielt skulle være forbundet med vores erkendelse af systemernes eksistens.

Irreversibiliteten må placeres i den teoretiske beskrivelsesramme helt fra begyndelsen af, dvs. fra to-foton-systemet er dannet, og ikke når vi tilfældigvis forstyrrer systemets udvikling. +

Superpositionen af kvantemekaniske tilstande udtrykker heller ikke blot vores uvidenhed om den faktiske tilstand af et system, og den heraf følgende ikke-lokalitet har en fysisk forklaring, der rækker ud over kvantemekanikkens pragmatisme i den ellers overbevisende Københavnerfortolkning. Det er værd at bemærke, at den forstyrrelse en måling på et kvantemekanisk system bevirker, fulgt af impuls, energi og impulsmoment-udveksling mellem system og måleapparat, bevirker, at korrelationen mellem de rumligt adskilte dele af systemet ikke lader sig forklare ved bevarelsessætningerne for disse størrelser.

Bevarelsessætningerne er grundlaget for beskrivelse af dannelsen af delsystemerne, men efter vor opfattelse - hverken for deres eksistens eller annihilation, i f. eks. et måleapparat.

Delsystemerne undergår en irreversible, dissipativ udvikling umiddelbart efter dannelsen, og korrelationen mellem disse finder sted på trods af den manglende symmetri mellem disse. I den forstand fungerer måleprocessen (vores iagttagelse) ikke som et brud på en reversibel udvikling, men som en forstærkning af den irreversible udvikling, der kun i styrke, men ikke i grad adskiller sig fra den udvikling delsystemerne allerede var inde i.

Det er muligt at problemet med ikke-lokalitet kan løses

+ Dette vil blive taget op i 3. del.

inden for rammerne af et "von Neumann-program", hvor ikke-lokaliteten skabes af udartetheden i systemets tæthedsmatrice, men også løses af den selvsamme udartethed, så vi kun kan etablere kommunikation mellem to rumligt adskilte iagttagere ved at sende udvalgte partikler af sted, så korrelationerne bliver af rent klassisk natur. Ved således at afvise delsystemernes autonomi, oploses problemet.

Hvor langt formuleringen af atomare vekselsvirkninger i termer af tæthedsmatricer kan bringes, vil blive søgt beskrevet i afsnit 1.5. Men efter vores mening er Von Neumann's måleprogram til syvende og sidst en afvisning af irreversibiliteten i fysikken på det atomare plan.

Vi vil vende tilbage til dette spørgsmål i forbindelse med Bohm-Bub-modellen.

Referencer:

- 1) Marshall, T. W. : The Aspect eksperiment and return to reality, Physics Letters, vol 75 A, p265 - 266.
- 2) Pegg, D. T. : Objective reality, causality and the Aspecteksperiment, Physics Letters, vol 78 A, number 3, august 1980, p. 233 f. f.
- 3) Wheeler, J. A.; Feynmann, R. P. : Interaction with the absorber as the mechanism af radiation, Rev. Mod. Physics, vol 17, nr 2&3, april-juli 1945, p. 157 f. f.
- 4) Hoyle, F.; Narlikar, J. V. : Electrodynamics of Direct Interparticle Action, part 1, The Quantum mechanical response of the Universe, Annals of Physics, 54, 1969, p. 207 -239.
- 5) Beauregard, O.; Costa, de : Can information theory receive a relativistic Expression, artikel i bogen : Entropi & Information, Elsevier, 1975, p. 29 f. f.
- 6) Mattuck, R. D. : Ghost-like action at a Distance, GAMMA, 47, p. 31.
- 7) Beauregard, O. : som 5), p 31.

1.4 Måleprocessen som en irreversibel, stokastisk proces.

Som omtalt i foregående afsnit, vil en måling på én observabel af et kvantemekanisk system ændre sansynlighedsfordelingen for denne observabel på veldefineret måde, som vi dog ikke forinden kan forudsige, da ændringen i sig selv er stokastisk.

Måleprocessen er derved et irreversibelt indgreb i den tidslige udvikling af hele systemet, og det har været nævnt af Meyer 1), at dualiteten i de kvantemekaniske udviklingsprocesser afspejles i komplementariteten mellem en dynamisk lukket udvikling, når vi ikke mäter på systemet, og så den irreversible, dissipative registreringsproces, hvor korrelationerne mellem delsystemer af helheden opstår. Kollapsen kan ikke reduceres til en reversibel udvikling, i modsætning til systemets udvikling før vi mäter.

For Meyer 2) er dissipativiteten af måleprocessen forbundet med, at den formelle tæthedsmatrice må interpreteres som et klassisk ensemble, hvilket er centralt når man skal vise, at entropien vokser ved en kvantemekanisk måling.

Denne skillelinie kan virke noget bastant. Det må i det mindste kræves, at dissipativiteten er defineret præcist. Som et eksempel skal nævnes tre forskellige definitioner af en dissipativ stokastisk proces, der alle benyttes i forbindelse med fysiske processer. Eksemplerne 1 og 2 er blevet til efter vejledning af Jørgen Larsen 3).

Dissipativ-1.

I ergodeteoretiske sammenhænge taler man om, at en tids-homogen Markov proces ($\bar{x}_t : t \geq 0$) er dissipativ, hvis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n E(f\bar{x}_j | \bar{x}_0 = \chi) = 0 \quad \forall x \quad (1.38)$$

($E(\dots)$.. er middelværdien, χ en konstant, f afbilder enhver svag konvergent følge på en stærk konvergent følge (kompakt støtte).)

for enhver kontinuert funktion f med kompakt støtte. definitionen indebærer, at sansynlighedsmassen tværes mere og mere ud, efterhånden som tiden går. Da det er processens overgangsoperatorer der foretager udværingen kaldes disse ofte for dissipative. Den en-dimensionale Wienerproces, Brownske bevægelser, uden drift og med infinitesimal varians a_0 er et eksempel på en dissipativ-1 proces.

Processen er karakteriseret ved, at $\bar{x}_0 = 0$, tilvæksten over disjunkte tidsintervaller er stokastisk uafhængige og normalfordelte, således at for $s < t$ er $\bar{x}_t - \bar{x}_s = N(0, a(t-s))$.

Dissipativ-2.

Livshits og Yantsevich har behandlet dissipative stokastiske processer i forbindelse med sammenhængen mellem fysiske systemer åbne for energiudveksling med omgivelserne, og operatorcolligationer i Hilbertrum 4). Det rum hvori en operator er defineret, en operatorcolligation, er forbundet med et andet rum, ved hjælp af en afbildung, hvis rolle er at transformere en metrik.

En stochastisk proces \bar{x}_t , med $E\bar{x}_t = 0 \forall t$ kaldes for dissipativ-2, hvis afbildungen

$$s \rightarrow \text{var}(\sum_{k=1}^n c_k \bar{x}_{t_k+s}) \quad (1.39)$$

er aftagende for ethvert af n tidspunkter t_1, t_2, \dots, t_n og koeficienter c_1, c_2, \dots, c_n .

Definitionen betyder (modsat dissipativ-1-processer), at sansynlighedsmassen holder sig inden for visse grænser, når tiden går, idet $t \rightarrow \text{var} \bar{x}_t$ er en aftagende funktion.

Antag f. eks. at \bar{x}_t er en Markov springproces, med tilstandsrummet $\{a_0, -a_0, a_1, -a_1, a_2, -a_2, \dots, 0\}$.

$$\begin{aligned} a_0 > a_1 > a_2 > \dots > 0 & \quad \text{og} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= 0 \end{aligned} \quad (1.40)$$

Lad det være givet, at når $\bar{x}_t \in \{a_k, -a_k\}$ vil næste spring ske til en af tilstandene a_{k+1} og $-a_{k+1}$, således at springet med sansynlighed $\frac{1}{2}$ sker til a_{k+1} og med sansynlighed $\frac{1}{2}$ til $-a_{k+1}$. Hvis man også sørger for, at \bar{x}_0 er a_0 eller $-a_0$, hvor med sansynligheden $\frac{1}{2}$ opnås at $E\bar{x}_t = 0 \forall t$.

Hvis ventetiden mellem springene er uafhængige, identisk eksponentiaffordelte, og hvis springstyrerne er stokastisk uafhængige af hverandre og af ventetiderne, bliver processen en tidshomogen Markovproces.

Vi kan give en konstruktion af \bar{x}_t på følgende måde :
Lad $N(t)$ være en poissonproces med intensitet $\lambda > 0$, og $N_0 = 0$, og lad $I_j = (I_{j1}, I_{j2}, I_{j3}, \dots)$ være en deraf uafhængig følge af uafhængige, identisk fordelte stokastiske variable, således at $p(I_{j1} = +1) = p(I_{j1} = -1) = \frac{1}{2}$.
Ud fra et udfald af N_t og af I_j konstrueres en udfaldsfunktion af \bar{x}_t efter formlen

$$x_t = I_{N_t} \cdot a_{N_t} \quad (1.41)$$

N_t er derved det samlede antal spring op til tiden t , I_j angiver om der ved det j -te spring hoppes til $+a_j$ eller $-a_j$.

For hver udfaldsfunktion er $t \rightarrow |\bar{x}_t| = a_{N_t}$ aftagende, da $t \rightarrow N_t$ er voksende, og $j \rightarrow a_j$ aftagende.

Dermed er

$$\begin{aligned} 0 &\geq E((\bar{x}_{s+t})^2 - \bar{x}_t^2) \\ &= E(\bar{x}_{s+t})^2 - E(\bar{x}_t)^2 \end{aligned}$$

$$= \text{var } \bar{x}_{s+t} - \text{var } \bar{x}_t \quad (1.42)$$

så $t \rightarrow$ var \bar{x}_t er aftagende, som en nødvendig betingelse for, at x_t er dissipativ-2. (\bar{x}_t konvergerer i sandsynlighed mod nul) Middelværdien af tidsintervallerne \bar{x}_t , hvorved antallet af spring i et givet tidsinterval $[s, t]$ er Poissonfordelt med middelværdien $\lambda(t-s)$.

Jørgen Larsen har vist (se Appendix A) at en dissipativ-1-proces ikke samtidig kan være dissipativ-2, eller omvendt. Det kan yderligere nævnes, at hvis U er en stokastisk variabel med middelværdi 0 og endelig varians, $1/\lambda$ er middelværdien af tidsintervallerne, er

$$\bar{x}_t = U e^{-\lambda t} \quad (1.43)$$

dissipativ-2.

Dissipativ-3.

En tredie måde at definere dissipativitet på er, at koncentrere opmærksomheden mod de thermodynamiske aspekter af en fysisk proces.

Voetmann et al 5) siger, at en fysisk proces er dissipativ-3, hvis den forbruger fri energi.

En sådan proces kaldes også spontan, og ifølge thermodynamikkens 2. hovedsætning vil den være fulgt af entropiproduktion. Det er tydeligvis i denne tredie betydning Meyer bruger ordet dissipativitet, hvorved selve måleprocessens opsamling af information, og deraf følgende entropiproduktion, større end negentropiproduktionen, vil være et klassisk eksempel på en dissipativ proces. Det ligger ligeledes i denne behandling, at det betragtede kvantemekaniske system's udvikling forinden målingen altid kan reduceres til en reversibel udvikling

Nogle fysikere har hævdet, at udeover ikke-lokaliteten i de tidligere omtalte korrelationsmålinger (afsnit 1.3)

er modsætningen mellem Schrödingerligningen og superpositionsprincippet på den ene side (bølgefunktionens kuglesymmetri) - og på den anden side kollapspostulatet, der altid fører til én bestemt værdi af den betragtede observabel, (bølgefunktionens kollaps til en bestemt retning eller et afgrænset punkt) - det mest uforståelige og urimelige ved kvantemekanikken.

Set i sammenhæng med ovenstående, virker denne "modsætning" imidlertid ikke særlig urimelig. Udviklingen af det kvantemekaniske system og målingen på systemet kræver to vidt forskellige beskrivelser, fordi vi bryder en dynamisk lukkethed ved registreringsprocessen. Dette fører igen videre til at karakterisere processen før målingen som reversibel, og måleprocessen som irreversibel.

Det urimelige og uforståelige opstår først, hvis vi ikke kan foretage denne skarpe opdeling mellem bølgefunktionen før og under en måling.

Visse fysikere mener, at dette ikke kan lade sig gøre, og har ud fra dette ledt efter en teori, der f. eks. i form af skjulte variable kan forklare kollapsen.

Det er imidlertid også vanskeligt at forstå, hvorledes en teori, der giver så excellent overensstemmelse med de eksperimentelle resultater som kvantemekanikken, skulle være grundlæggende forkert, og indtil vægtige forsøgsresultater, f.eks. fra korrelationsexperimenter, skulle bryde denne overensstemmelse mellem teori og eksperiment, kan disse skjulte-variable teorier næppe få den store interesse blandt fysikere. Mest interessant forekommer de modeldannelser, der giver samme resultat som kvantemekanikken uden at gøre brug af S-ligningen og kollapspostulatet, men med udgangspunkt i en fundamental ligning, der er irreversibel, i modsætning til S-ligningen. Et eksempel er Bohm-Bub-modellen, hvor en ændring af bølgefunktionen i et bestemt punkt af rummet afhænger af bølgefunktionen i ethvert andet punkt af

rummet. Modellen er bl.a. karakteriseret ved, at der ikke er nogen symmetri mellem forudsigelser af resultatet af fremtidige målinger, og retrodiction af resultatet af fortidig måling ud fra en given endelig tilstand.

Bohm 6) gør i den forbindelse opmærksom på, at det ser ud til at være karakteristisk for alle statistiske teorier, og ikke nødvendigvis en egenskab ved kvantemekanik alene, at forudsigelser og retrodictioner kun er symmetriske under ganske særlige omstændigheder.

Dette afspejler den almindelige opfattelse, at medens den fremtidige opførelse af et mikrosystem afhænger af de nuværende makroskopiske grænsebetingelser, kan den fortidige opførelse af systemet ikke påvirkes af de grænsebetingelser vi vælger at etablere nu.

Referencer:

- 1) Meyer, Torsten : Måleproblemets i kvantefysikken, Københavns Universitet, juli 1975 Fys lab I, s. 178
- 2) Meyer, Torsten : som ref 1), s. 182.
- 3) Larsen, Jørgen : Private noter og samtale, Roskilde Universitetscenter, december 1980.
- 4) Livshits, M. S; Yantsevich, A. A. : Operator colligation's in Hilbert Spaces, John Wiley & Son, 1979.
- 5) Voetmann Christiansen et al : Ecophysics, Part I, juli 1977 Fys lab I, p. II. 27.
- 6) Bohm, D; Bub, J. : A proposed solution of the Measurementproblem in the Quantum Mechanics by a Hidden variable theory, Rev. Mod. Physics, vol. 38, nr 3, juli 1966, p. 468.

1.5 Von Neumann's måleprogram.

Med "Von Neumann's måleprogram" mener vi brede de forsøg på at tilvejebringe en kvantemekanisk måleteori, der er i harmoni med Bohr's filosofi, og derfor afviser eksistensen af en modsætning mellem Schrödingerligningens kausale udvikling og tilstandsvektoren's akausale kollaps ved en måleproces, som ikke kan løses indenfor kvantemekanikkens rammer.

Von Neumann begrunder nødvendigheden af en sådan teori.

1) :

"Der Unterschied dieser zwei Prozesse $U \rightarrow U'$ ist ein ganz fundamentaler: abgesehen vom verschiedenen Verhalten gegenüber dem Kausalitätsprinzip, unterscheiden sie sich auch dadurch, da der erstere (thermodynamisch) reversibel ist, der letztere dagegen nicht."

Vi skal ikke her gå nærmere i detaljer vedrørende Von Neumann's konklusion om det legitime i at vælge skillelinien mellem iagttageren og det iagttagne vilkårligt. Resultatet kan vises at være det samme med hensyn til udfaldet af målingen på det betragtede objekt 1). Vi vil istedet hæfte os ved konklusionen vedrørende målingen på systemer af Einstein, Podolsky og Rosen (EPR) typen, dvs foreningen af to (evt. rumligt separerede) systemer, der tidligere har vekselvirket.

Lad U_{mn} være en lineær, semidefinit, Hermitisk matrix, og R forventningsværdierne af en observabel, R , for et ensemble af målinger, knyttet til det totale system. Da gælder, at

$$\bar{R} = \sum_{mn} U_{nm} R_{mn} = T_r(U\bar{R}) \quad (1.44)$$

Bemærkning:

En af de vigtige forudsætninger for Von Neumann's arbejder er, at hvis R, S, \dots er samtidigt målelige observable, er middelværdien af summen af disse observable lig med summen af den enkelte observables middelværdier *)

$$(R + S + \dots)_{\text{midlet}} = \bar{R} + \bar{S} + \dots$$

og hvis ikke de indgående observable er samtidigt målbare, er $\bar{R} + \bar{S} \dots$ ikke defineret (en meningsløs størrelse iflg. Von Neumann).

Det er naturligt, at skjulte variable teorier ikke kan overtage denne forudsætning, fordi der ikke i deres teorier eksisterer fysiske observable, som ikke er samtidigt målelige. Bohm-Bub **) og Bell *** har beskrevet situationen på følgende måde:

Et rent (eller homogen) ensemble består af individuelle systemer (f.eks. elektroner), som alle har den samme bølgefunktion. I et rent ensemble vil den typiske bølgefunktion definere sandsynlighedsfordelingen for ensemblet, så forventningsværdierne for en observabel R , er givet ved relationen

$$\bar{R} = \int \psi^*(x) R(x, -i\hbar\nabla) \psi(x) dx$$

Et mixet ensemble er sammensat af individuelle systemer, hvis bølgepakker ikke er ens, f.eks. elektroner i en beholder der opvarmes, vil have en energifordeling, og dermed en fordeling af bølgefunktioner. Hvis koefficienterne af en udvidelse af bølgefunktionen ind i et orthonormalt (eks. diskret) sæt af basisfunktioner $S_i(x)$ i en given repræsentation er ψ_i vil middelværdien af en observabel R være bestemt af

$$R = \sum_i \psi_i^* R_{ij} \psi_j$$

hvor R_{ij} er matricen (S_i, RS_j) . For et mixet ensemble, er forventningsværdierne bestemt ved midling over alle bølgefunktionerne, dvs.

$$\langle \bar{R} \rangle_{AV} = \langle \psi_i^* \psi_j \rangle_{AV} R_{ij}$$

$$= \sum_j p_{ij} R_{ij}$$

* eller i det mindste samtidigt udefinerede

Bemærkning, fortsat...

hvor p_{ij} er tæthedsmatricen, så

$$\langle R \rangle_{AV} = T_r(f_r R)$$

f er en Hermitisk funktion, og $\langle R \rangle_{AV}$ reel.

Det centrale punkt i Bohm-Bub og Bell's argumentation er nu, at hvis R, S, \dots er vilkårlige observable, a, b, \dots reelle tal, er

$$\langle aR + bS + \dots \rangle_{AV} = a\bar{R} + b\bar{S} + \dots \quad (B.1)$$

for ethvert rent eller mixet ensemble, hvor de indgående observable er samtidigt målbare. Men dette resultat kan reproduceres for et "normalt" ensemble, specificeret ved en fordeling af skjulte variable $p_N(\lambda)$, hvis det tillades at lade de observable R, S, \dots være bestemt af ikke-lineære funktioner af ψ , de skjulte variable λ , og matricen R_{mn} i et ensemble

$$R = F(\psi, \lambda, R_{mn}) p_N(\lambda) d\lambda$$

for alle observable, (idet alle er samtidigt målelige i en skjult varabel teori). Heraf følger, at "Von Neumanns valg" af en speciel lineær form af F som en funktion af R_{mn} :

$$F = U_{nm}(\psi, \lambda) R_{mn} \quad (B.2)$$

afhænger af den fundationale antagelse (B.1), og (B.1) kan omvendt direkte udledes af (B.2). Det er en helt central del af Bohm-Bub's argumentation, at dette ikke er noget a priori givet, og vi benytter i resten af afsnittet, og mange følgende afsnit, en negation af (B.1) for at karakterisere skjulte-variable teorier i forhold til kvantemekanikken.

*) Von Neumann, J.: Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Springer Verlag, Berlin 1932, p. 164.

**) Bohm, Bub : A Proposed..., Rev. Mod. Physics, vol. 38, nr. 3, 1966

***) Bell, J.S.: Rev. Mod. Physics 38, 447, (1966).

Et hvert ensemble er derved karakteriseret ved en tæthedsmatrice, U_{mn} , ud fra hvilken enhver observabel kan deduceres. Lad os kalde et ensemble dispersionsfrit, hvis $\langle \bar{R}^2 \rangle = \langle R^2 \rangle$ midlet for enhver observabel, og et ensemble homogen og rent, hvis det ikke kan opdeles i delensemblér med forskellige statistiske egenskaber. Lad os for et øjeblik glemme diskussionen om måleligheden af U_{mn} 2), og se på betydningen af U_{mn} i relation til skjulte variable teorier.

Fordi der eksisterer tæthedsmatricer som repræsenterer homogene ensembler, er det ikke altid muligt at splitte et ensemble op i subensemblér med forskellige statistiske egenskaber 4). Hvis det homogene ensemble ikke kan repræsenteres af en mixture af to forskellige ensembler, kan det heller ikke beskrives ved en skjulte variabel teori, som et gennemsnit over de skjulte variable, da disse altid ville muliggøre opsplitning i en mixture af subensemblér. Herudover eksisterer dispersionsfri subensemblér, med en eller flere individuelle systemer i præcist den samme tilstand ikke, hvilket er i modstrid med skjulte-variabel teorier. (I det ekstreme tilfælde ville der eksisterer dispersionsfri ensembler, hvor værdien af alle de skjulte variable var præcist defineret, og derfor bestemte en veldefineret værdi for hver observabel. Von Neumann viste, at sådanne ensembler ikke kunne eksisterer 1).

Dette argument har været kritiseret på forskellige måder bl. a. fordi man ikke kan forvente, at U_{mn} altid indgår i en måleproces 4). Bohm 5) anfører, at der a priori ikke er nogen grund til at værdien af R ikke skulle være bestemt af en ikke-lineær funktion af ψ , de skjulte variable, λ , og matricen R_{mn} i et ensemble:

$$\bar{R} = \int F(\psi, \lambda, R_{mn}) p(\lambda) d\lambda \quad (1.45)$$

- hvor $p(\lambda) = p(\lambda_1, \lambda_2, \dots)$ er en sannsynlighedsforde-

ling, defineret over de skjulte variable. Von Neumann vælger en speciel lineær form af F :

$$F = \sum_{mn} U_{mn}(\psi, \lambda) R_{mn} \quad (1.46)$$

der igen er baseret på følgende præmis: Hvis R, S, \dots er vilkårlige observable, og a, b , reelle tal, så er

$$(aR + bS + \dots) = a\bar{R} + b\bar{S} + \dots \quad (1.47)$$

idet det altid gælder, at

$$(\psi, (R + S)\psi) = (\psi, R\psi) + (\psi, S\psi) \quad (1.48)$$

For et hvert rent eller mixet ensemble. Men, siger Bohm, denne relation kunne reproduceres for et dispersionsfrit ensemble, bestemt af $p_n(\lambda)$, hvis ikke-lineære F -funktioner var mulige. Tæthedsmatricen

$$U_{mn} = \int U_{mn}(\psi, \lambda) p(\lambda) d\lambda \quad (1.49)$$

ville derved ikke længere være en karakteristisk størrelse for alle mulige ensembler. Bell 6) har ligeledes pointeret denne restriktion i Von Neumann's bevis, som efter hans mening kun er korrekt i specielle tilfælde.

Som modsvar til Bohm kunne anføres, at der ikke er nogen grund til at indføre komplicefede ikke-lineære funktioner, sålænge kvantemekanikkens lineære form rækker til at beskrive udfaldet af eksperimenter. Men dette ville sansynligvis blive afvist med den begrundelse,

at det er præcis hvad kvantemekanikken ikke gør, grundet den omtalte (hypotetiske) modstrid mellem kollaps-postulatet og S-ligningen. Da dette spørgsmål vil blive behandlet særskilt i kapitel 2, skal vi ikke her argumentere yderligere for kvantemekanikkens synspunkt.

Mere væsentlig forekommer Mattucks indvending 7), hvor der fremhæves, at Von Neumann's tæthedsoperator ikke er entydig, og kun skal betragtes som et værktøj til beregning af gennemsnitsværdier for observable:

$$\langle A \rangle_V = \text{Tr}_V \rho A \quad (1.50)$$

hvor ρ er Von Neumann's tæthedsmatrice skrevet i en vilkårlig basis

$$\rho = \sum_{\alpha} p_{\alpha} | \alpha \rangle \langle \alpha | \quad (1.51)$$

Et kvantemekanisk system udvikler sig i tid efter S-ligningen

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H \psi(t) \quad (1.52)$$

og ikke efter undersystemet

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = H_2 \rho - \rho H_2 = [H_2, \rho] \quad (1.53)$$

der ikke har samme Hamiltonoperator som systemet, skrevet efter S-ligningen fordi der kan være sket brud på den dynamisk lukkede udvikling.

Et eksempel vil klargøre dette: Lad U og V være to observabels, med egenværdisættet henholdsvis $|V_i\rangle$ og $|U_i\rangle$

lad endvidere

$$\begin{aligned} H_V |V_i\rangle &= E_i |V_i\rangle \\ H_U |U_i\rangle &= E_i |U_i\rangle. \end{aligned} \quad (1.54)$$

i denne situation kan vi skrive $|\psi\rangle$ ved

$$|\psi\rangle = \sum c_{ij} |V_i\rangle |U_j\rangle \quad (1.55)$$

efter Von Neumann's model. Hvis V havde en tilstandsvektor $|\phi\rangle$, så kunne vi skrive

$$|\phi\rangle = \sum_i a_i |V_i\rangle \quad (1.56)$$

og U tilsvarende havde en tilstandsvektor $|\beta\rangle$

$$|\beta\rangle = \sum_j b_j |U_j\rangle \quad (1.57)$$

Da gælder

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &\neq |\phi\rangle |\beta\rangle \\ &= \sum_{ij} a_i b_j |V_i\rangle |U_j\rangle \end{aligned} \quad (1.58)$$

c_{ij} er altså ikke faktoriserbar, fordi man må tage hen til korrelation mellem system og omgivelser.

Det bør i denne sammenhæng præciseres at Mattucks argumentation groft sagt kan beskrives ved, at det ikke er

relevant at tage hensyn til omgivelserne før vi begynder at måle, og der må vi så tage hensyn til korrelatonerne mellem system og omgivelser.

Daneri, Loinger og Prosperi 8) har i fortsættelse af Von Neumann's arbejde, forsøgt at indføre en mere skarp opdeling af måleobjekt og måleapparat, ved at tage udtrykkeligt hensyn til måleapparaternes makroskopiske natur, således at den af Bohr krævede skarpe distinktion mellem system og måleapparat får et matematisk klart udtryk. Daneri et al præciserer, at en tilfredsstillende teori må starte med at karakterisere de makroskopiske egenskaber af et stort legeme. På grund af de makroskopiske objekters komplekse struktur, må de for mikroskopiske processer typiske interferensfænomener kunne udelukkes. Vi skal her give en gennemgang af Daneri et al's argumenter.

Lad A og B være to observable, hvis operatorer er henholdsvis α og β . Lad os antage, at α og β 's spektra er diskrete og ikke-udartet, og

$$\alpha \phi_r = a_r \phi_r \quad (1.59)$$

$$\beta \chi_s = b_s \chi_s$$

hvor ϕ_r og χ_s er normaliserede egenvektorer. Hvis den normaliserede tilstandsvektor til tiden $t = 0$ er

$$\psi_0 = \sum_r c_r \phi_r \quad (1.60)$$

er sannsynligheden for at finde værdien a_r af A til tiden $t = 0$

$$p(t=0) = |c_r|^2 \quad (1.61)$$

sannsynligheden for at finde b_s af B til tiden t er

$$p(t) = |\chi_s, \phi_r e^{-iHt/\hbar}|^2 \quad (1.62)$$

Hvis vi udfører målingen på A til tiden $t = 0$ uden at se på resultatet, er sannsynligheden for at få værdien b_s

$$\sum_r |\chi_s, \phi_r e^{-iHt/\hbar}|^2 |c_r|^2 \quad (1.63)$$

Hvis der ikke udføres nogen måling af A til tiden $t = 0$ er sannsynligheden ændret til

$$\begin{aligned} & |\sum_r c_r (\chi_s, \phi_r e^{-iHt/\hbar})|^2 \\ & = \sum_r |\chi_s, \phi_r e^{-iHt/\hbar}|^2 |c_r|^2 \quad (1.64) \end{aligned}$$

$$+ \sum_{r \neq r'} (\chi_s, \phi_r e^{-iHt/\hbar})^* (\chi_s, \phi_{r'}, e^{-iHt/\hbar}) c_r^* c_{r'}^*$$

Lad I beskrive vort målesystem og II vores måleapparat. Lad Hamiltonfunktionen for det totale system I + II være $H = H_I + H_{II} + H_{vekselv.}$ For at II kan virke som et måleapparat må vekselvirkningen, H_v , være således, at I og II kun er koblet i et meget lille tidsinterval T . Hvis begyndelsestilstanden af II' er ϕ_0 , tilhørende mangfoldigheden V_0 , antages at

$$\phi_r \phi_0 e^{-iHt/\hbar} \approx \phi_r \phi_0 e^{-iH_v T/\hbar} = \phi_{r'} \phi_r \quad (1.65)$$

ϕ_r tilhører en mangfoldighed V_r , og er afhængig af den

specielle ϕ_0 af $v_0, v_1, v_2 \dots$ antages genseidigt orthogonale, så resultatet af målingerne en skelnelige.

Målingen af størrelsen A på I reduceres derved til måling af en størrelse på II, som har v_0, v_1, v_2 som egenmangfoldigheder. Hvis I til tiden $t = 0$ er i tilstanden

$$v_0 = \sum_r c_r \phi_r \quad (1.66)$$

fås på grund af lineariteten i tidsudviklingsoperatoren

$$v_0 \phi_0 e^{-iH_V t/\hbar} = \sum_r c_r \phi_r \phi_0 e^{-iH_V t/\hbar} \quad (1.67)$$

$$= \sum_r c_r \phi_r \phi_0$$

Sansynligheden for at finde II i en tilstand tilhørende v_r vil være lig $|c_r|^2$. Fra ovenstående ligning (1.67) følger, at sansynligheden for at finde I + II i tilstanden $x_s x_h$ hvor x_h erne er egentilstande af nogle observablae af II til tiden $t > \tau$, er:

$$|x_s x_h e^{-i(H_I+H_{II})t/\hbar} \sum_r c_r \phi_r \phi_0|^2 = \\ \sum_r |c_r|^2 |(x_s, \phi_r e^{-iH_I t/\hbar})|^2 |(x_h, e^{-iH_{II} t/\hbar} \phi_0)|^2 + \\ \sum_{r \neq r'} c_r^* c_{r'} (x_s, \phi_r e^{-iH_I t/\hbar})^* (x_s, \phi_{r'} e^{-iH_I t/\hbar}) \quad (1.68)$$

$$(x_h, (e^{-iH_{II} t/\hbar}) \phi_0)^* (x_h, \phi_r e^{-iH_{II} t/\hbar})$$

Lad nu mangfoldighederne v_0, v_1, \dots, v_r svare til II's

makroskopiske egenskaber. For at målingen kan bevares, må II's ændring, som følge af koblingen med I bestå i tilstrækkelig lang tid. Det skal derfor antages, at mangfoldighederne er invariante med hensyn til operatoren $\phi_r e^{-iH_{II} t/\hbar}$ dvs

$$\phi_r e^{-iH_{II} t/\hbar} \in v_r \quad (1.68)$$

- og overgang mellem mangfoldighederne kun sker ved hjælp af I. Enhver makroskopisk observation på II består dermed i at bestemme den mangfoldighed, hvortil tilstandsvektoren hører. I (1.68) er kun ét udtryk af $(x_h, \phi_r e^{-iH_{II} t/\hbar})$ forskellig fra nul, som vi kan antage er den der indeholder ϕ_n . (1.68) giver derfor

$$|c_n|^2 |(x_s, \phi_n e^{-iH_I t/\hbar})|^2 |(x_h, \phi_n e^{-iH_{II} t/\hbar})|^2 \quad (1.70)$$

(1.70) er netop en relation af typen (1.63), og i overensstemmelse med den objektive karakter af de makroskopiske egenskaber af II. Hvis de betragtede iagttagelser på II i sig selv er en makroskopisk observation, må vi summere over alle tilstade x_h i (1.70) som tilhører v_n :

$$|c_n|^2 |(x_s, \phi_n e^{-iH_I t/\hbar})|^2 \quad (1.71)$$

i overensstemmelse med (1.63). Daneri 9) skriver om dette:

"The present schmatization of the macro-observations and of the measuring apparatus is too rough and will be re-examined in the following; the essential elements to the solution of the measurement problem are, however, already contained in it."

Måleprocessen forbliver herved et problem indenfor rammerne af kvantestatistisk mekanik. Før måleprocessen antages måleapparatet at være i en thermodynamisk metastabil tilstand, således at en meget lille perturbation vil få det til at udvikle sig irreversibelt mod en thermodynamisk stabil tilstand, afhængig af mikrosystemets tilstand. Daneri et al's program bliver derfor at løse det ergodiske problem, at give en løsning til tidsudviklingen af et makroskopisk legeme mod dets thermodynamiske ligevægtstilstand. Dette sker uden at indføre den tidligere omtalte Von Neumann-kæde, dvs uden f.eks. at indføre et system III der iagttager system II, så interferensleddene derved bringes til at forsvinde, succesivt efter hvor vi ligger snittet mellem iagttager og system.

Efter vor mening undladet Daneri et al at præcitere, at det er et grundlæggende postulat, at kun et af udtrykkene

$$(x_h, \phi_r e^{-iH_{II}t/\hbar}) \quad (1.72)$$

i ligning (1.68) er forskellig fra nul, og ikke noget a priori givet. Gyldigheden af dette postulat fører nemlig til, at det ikke er muligt at konstruere et måleinstrument, der er i stand til at måle en størrelse, så dens egentilstande, x_h , har projektioner forskellig fra nul på forskellige mangfoldigheder V_r .

Eller: Det er umuligt for makroskopiske måleinstrumenter at være i en superpositionstilstand.

Dette leder hen på Bohm's kritik:

"The fact that interference between different parts of the wave function, corresponding to different values for the observable measured is effectively destroyed in the amplification process does not explain why the wavefunction

of the individual total system "condenses" onto one and only one of the component noninterfering wave packets that are produced in the interaction with the measuring apparatus thus the question of the behavior of an individual total system is avoided."

Som vi senere skal se i afsnit 2.3, er Von Neumann's bevis ikke relevant i BB's egen model, fordi den af Bohm-Bub foreslæede ikke-linearitet i bevægelsesligningerne, generelt gør

$$(aR + bS, \dots) \neq \frac{a}{\sqrt{V}} R + \frac{b}{\sqrt{V}} S \quad (1.73)$$

modsat ligning (1.47) i Von Neumann's præmisser.

Mest lovende m. h. t. en beskrivelse indenfor QM's rammer forekommer en analyse af måleprocessen, der konsekvent fastholder de thermodynamiske aspekter af denne, og derfor præciserer den som en indsamling af information, med heraf følgende entropiproduktion. Brun Hansen [11] har indført begrebet "dynamisk lukkethed" om udviklingen af entropibevarende kvantemekaniske systemer, hvor korrelationen mellem systemerne skabes ved vekselvirkningen med måleapparatet, og heraf følgende entropiproduktion, der bryder den dynamiske lukkethed.

Vi vil ikke behandle denne fremstilling i detaljer, da vi tildels vender tilbage til de irreversible elementer af måleprocessen i kapitel 3, del specielt fokusere på elementer af denne teori, der mener, at enhver vekselvirkning der ikke skabes af et felt som approximativt kan beskrives som klassisk, bryder denne dynamiske lukkethed.

Lad os slutteligt vende os til Bohr's egen opfattelse af denne diskussion om måleprocessen [12]:

"Efter min opfattelse kunne en logisk modsigelsesfri matematisk formalisme kun siges at være utilstrækkelig, når det kunne påvises, at dens konsekvenser afveg fra erfaringen, eller at dens forudsigelser ikke udtømte iagttagelsesmulighederne, og på intet af disse punkter tog Einsteins argumentation sigte."

Eksempelvis fastlægges spinnet af to rumligt separerede delsystemer skarpt før vi måler, ved vores valg af instrumentets indstilling. Atomare objekter har ikke nogen indre struktur eller egenskaber uafhængig af måleapparatet, hvorfor tæthedsmatricen ikke har nogen "objektiv realitet" uafhængig af det totale system måleobjekt plus måleapparat.

Hvad Einstein, Podolsky og Rosen så hæftede sig ved, skal vi se på i næste kapitel.

Referencer:

- 1) Von Neumann, J : Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Springer Verlag, 1981 (oprindelig 1932), p. 222 - 223.
- 2) Von Neumann, J : som reference 1, p. 235.
- 3) Meyer, T : Måleproblemet i kvantefysikken, Fys. Lab. I, juli 1975, p. 137.
- 4) Meyer, T : som reference 3, p. 137.
- 5) Bohm, D; Bub, J : A proposed solution of the Measurement problem in Quantum Mechanics by a Hidden Variable Theory, Rev Mod. Phys., vol 38, nr 3, 1966, p. 461.
- 6) Bell, J. S. : Rev. Mod. Phys., 38, 1966, p. 447.
- 7) Mattuck R. D. : Problemer vedrørende kvantemekanikkens grundlag, Studiekreds, Fys Lab I, 1981/82.
- 8) Daneri, A; Loinger, A; Prosperi, G. M. : Quantum theory

of measurement and ergodivity conditions, Nuclear Physics, 1962, p.297 - 319.

- 9) Daneri, A; Loinger, A; Prosperi, G. M. : som reference 8, p. 306.
- 10) Bohm, D; Bub, J. : som reference 5, p. 459.
- 11) Meyer, T. : som reference 3, hvor Torsten Meyer henviser til Brun Hansen, p. 141.
- 12) Bohr, N. : Atomfysik og menneskelig erkendelse, J. M. Schultz forlag, København 1957, p. 72 i artiklen : Diskussion med Einstein. Erkendelsesteoretiske problemer i atomfysikken, 1949.

II DEL

MÅLETEORIER

MED

SKJULTE VARIABLE

... EN PRAGMATISK HOLDNING TIL SKAK
VISER SIG, NÅR EN SKAKSPILLER
FOR MÅLETS SKYLD TYR TIL ET U-
KORREKT OFFÉR OG ANDRE KUNST-
GREB AF LIGNENDE ART, DER FOR-
VIRRER MODSTANDEREN OG TJENER
TIL EN UBERETTIGET SEJER.

Tigran Petrosjam
Jerevåm Statsuni-
versitet 1968, afh.
626

2. Måleteorier med skjulte variable.

2.1 Einstein, Podolsky og Rosen's argumenter.

I Einstein, Podolsky og Rosen's 1935-artikel 1), formulerede EPR følgende postulat:

"If, without in any way disturbing a system, we can predict with certainty (i.e. with probability equal to unity) the value of physical quantity, then there exist an element of physical reality corresponding to this physical quantity."

Formuleringen kan, som allerede omtalt i indledningen med Bohr's indvendinger mod ordene "uden at forstyrre" virke noget filosofisk, som et spørgsmål om hvad vi forstår ved objektiv virkelighed. Den matematiske argumentation er imidlertid krystalklar, som vi skal se, og andre formuleringer, relateret de nu tekniske realisabla korrelationsexperimenter, får problemet til at fremstå klarere. EPR's argumentation kan sammenfattes ved:

Antag vi har to systemer, I og II, som vi tillader at vekselvirke fra $t = 0$ til $t = T$, og at tilstanden af de to systemer før vekselvirkningen var kendt. Lad a_1, a_2, a_3, \dots være egenværdierne til en fysisk størrelse, A, tilhørende system I, og $|u_1(x_1)\rangle, |u_2(x_1)\rangle, |u_3(x_1)\rangle, \dots$ de tilhørende egenfunktioner. x_1 er de variable vi bruger til at beskrive det første system med. Tilstandsfunktionen for det totale system kan da udtrykkes som

$$\psi(x_1, x_2) = \sum_{n=1}^{\Phi} |\psi_n(x_2)\rangle |u_n(x_1)\rangle \quad (2.1)$$

hvor x_2 er de variable der beskriver det andet system. $|\psi_n(x_2)\rangle$ skal opfattes som koefficienter af ψ 's udvidelse til en serie af orthogonale funktioner $|u_n(x_1)\rangle$. Hvis

A nu måles til værdien a_k , er det første system i en tilstand $|u_k(x_1)\rangle$, medens det andet system er i en tilstand givet ved $\psi_k(x_2)$. Derved er der sket en bølgepakkereduktion:

$$\psi(x_1, x_2) = \sum_{n=1}^{\Phi} |\psi_n(x_2)\rangle |u_n(x_1)\rangle \rightarrow |\psi_k(x_2)\rangle |u_k(x_1)\rangle \quad (2.2)$$

Ved at mæle på en anden fysisk størrelse B, og iagttagte udvidelsen

$$\psi(x_1, x_2) = \sum_{s=1}^{\Phi} |\phi_s(x_2)\rangle |v_s(x_1)\rangle \quad (2.3)$$

kan vi få kollaps eksempelvis til værdien b_r for det første system med tilstandsfunktionen $|v_r(x_1)\rangle$, og det andet med tilstandsfunktionen $|\phi_r(x_2)\rangle$. Som konsekvens af to forskellige målinger på det første system, efterlades det andet system i tilstande med to forskellige bølgefunktioner $|\psi_k(x_2)\rangle$ og $|\phi_r(x_2)\rangle$.

Hvis ψ_k og ϕ_r yderligere er egenfunktioner til to ikke-kommuterende operatorer, P og Q, svarende til egenværdierne p_k og q_r , kan vi ved at mæle på A med sikkerhed forudsige værdien af en mæling på B, dvs. q_r . Matematisk gælder, at

$$PQ - QP = [Q, P] = -i\hbar \quad (2.4)$$

Konklusionen er derfor at P og Q's realitet afhænger af måleprocessen på det første system, som ikke forstyrrer det andet system på nogen måde. Med realitet mener EPR, at vi med sikkerhed kan forudsige den fysiske størrelse, uden at forstyrre det system størrelsen er tilknyttet, som omtalt i citatet. Denne konklusion forudsætter, at to fysiske størrelser kun kan tilskrives samtidig fysisk realitet, hvis de sæmtidigt kan måles eller forudsiges. Hvis dette ikke er tilfældet, må EPR konklu-

dere, at bølgefunktionen ikke giver en fuldstændig beskrivelse af den fysiske virkelighed.

D'Espagnat har givet EPR's konklusion følgende udtryk 2)

"If a physical system remains, during a certain time, mechanically (including electromagnetically, etc.) isolated from other systems, then the evolution of its properties during this whole time interval cannot be influenced by operations carried out on other systems".

Mange har på baggrund af EPR's konklusion forsøgt at tilføje såkaldte skjulte variable til kvantemekanikkens matematiske struktur, for således at gøre den fuldstændig. Det bør bemærkes, at disse variable meget vel kan være observable, men under ét kaldes for skjulte variable, da de var "skjult" for skaberne af kvantemekanikken. Disse variable kunne eksempelvis fungere som en instruktion eller et "program" der fortalte et system, der oprindeligt havde vekselvirket med et andet system, hvordan det skulle reagere på en vekselvirkning med et måleapparat, så korrelationen mellem de to (nu adskilte) systemer vil blive af en ganske bestemt natur.

Denne korrelation ville tydeligvis ikke kunne være i overensstemmelse med kvantemekanikken, og eksperimentelle test ville kunne foranstaltes.

Da vi skal diskutere disse ting i de kommende afsnit, vil vi her afslutningsvis endnu engang minde om, hvordan EPR's argumenter ser ud med "Københavnerbriller" på. EPR's 1935-årtikel er da ikke andet end en konstatering af, at den atomare beskrivelsessituation bryder med de vante forestillinger og begreber vores klassiske fysik og dagliglivet har udstyret os med. Denne konstatering kunne Einstein så sammenholde med sine egne relativitets-teorier, der næppe kan siges at levere en "forståelig definition på virkeligheden", for at bruge EPR's egne ord om

kvantemekanikken.

Københavnerfortolkningen virker, i al sin pragmatisme, stærkt.

Det er vor opfattelse, at en teoretisk argumentation, uanset hvor raffineret og overbevisende, aldrig vil gøre noget væsentligt indtryk på tilhængere af Københavner-fortolkningen. Den eneste metode er et eksperiment der entydigt krænker kvantemekanikkens forudsætninger af ud-faldet, og et sådant eksisterer ikke i dag.

Der ligger i denne argumentation dels, at korrelations-eksperimenter kan legitimeres, alene ud fra interesse i at vide, hvordan og under hvilke betingelser korrelationen mellem rumligt separerede systemer etableres, samt i hvilken grænse korrelationen eventuelt skulle svækkes; Dels at det er vores opfattelse, at en sådan grænse eksisterer, og vil kunne bringe vigtige erkendelser til vores erfaring. Kvantemekanikken foreskriver korrelation i enhver grænse, EPR ingen korrelation overhovedet. Måske ligger virkeligheden midt imellem disse to yderpunkter.

Referencer:

- 1) Einstein, A.; Podolsky, B.; Rosen, N. : Can Quantum-mechanical Description of Physical Reality be Considered complete?, Phys. Rev., vol 47, 1935, p. 777-780.
- 2) d'Espagnat, B. : Conceptual Foundations of Quantum Mechanics, W. A. Benjamin, 1976, p. 81.
- 3) Aspect, A. : Proposed experiment to test separable hidden-variable theories, Physics Letters, vol 54A, nr 2, 1975, p. 117.

2.2 Bell's ulighed.

I 1964 viste Bell 1) at ingen skjulte variable teorier, som tilfredsstillede et bestemt lokalitetskrav, kunne give overensstemmelse med alle kvantemekanikkens statistiske forudsigelser. Den matematiske formulering af beviset kaldes Bell's ulighed.

Bell's eksempel var ikke eksperimentelt realisabelt 2), men angav en metode til at konstruere en praktisk realisabel test mellem kvantemekanikken og en lokal realistisk teori.

En indvending mod Bell's oprindelige argumenter var, at kvantemekanikken er en stokastisk teori, og Bell kun havde vist, at den kunne testes mod en deterministisk lokal teori. Men Bell generaliserede argumentet 3) til også at omfatte alle stokastisk lokalt realistiske teorier. Vi skal i afsnit 2.3 særligt hæfte os ved Clauser og Hornes (CH) formulering af argumentet 4) fordi det teoretiske grundlag for den ulighed der testes i Aspect-eksperimentet hviler på CH's argumenter 5).

På grund af de svære eksperimentelle forhold langt fra den idealiserede teoretiske model, er Bell's ulighed formuleret på en lang række forskellige måder, hvor forskellen mellem formuleringerne yderligere kan være betinget af særlige lokalitetskrav i den teori der ønskes eksperimentelt testet mod kvantemekanikken. Vi skal vende tilbage til dette i afsnit 2.3.

Lad os se på Bell's oprindelige argumenter.

To spin $\frac{1}{2}$ partikler, dannet i en singlet tilstand og bevægende sig frit i modsat retning af hinanden, betragtes. Lad σ_1, σ_2 betegne deres respektive spin.

Vi mäter partiklernes spin ved hjælp af Stern-Gerlach magneter, og antager gyldigheden af det såkaldte lokalitetspostulat :

Orienteringen af den ene magnet kan ikke influere på måleresultatet ved den anden magnet, rumligt separeret fra den første.

Vi kræver, at resultatet ved den første magnet, A , ved at mæle $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}'$ (\vec{a}' er en enhedsvektor), er bestemt af både \vec{a}' og X , der er en enkelt kontinuert parameter.

Tilsvarende er resultatet ved B , ved at mæle $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}'$ (\vec{b}' er en enhedsvektor), bestemt af både b og X . Vi har, at

$$A(\vec{a}', X) = \pm 1 \quad B(\vec{b}', X) = \pm 1 \quad (2.5)$$

Lad $p(X)$ betegne sandsynlighedsfordelingen af X 'erne, normaliseret ved

$$\int p(X) dX = 1 \quad (2.6)$$

Forventningsværdierne af produktet af de to komponenter $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}'$ og $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}'$ er da givet ved

$$p(\vec{a}', \vec{b}') = \int p(X) A(\vec{a}', X) B(\vec{b}', X) dX \quad (2.7)$$

For $\vec{a}' = \vec{b}'$ kan p nå grænseværdien -1, hvis

$$A(\vec{a}', X) = -B(\vec{a}', X) \quad (2.8)$$

(Vi ser bort fra trivialløsningen, bestående af et sæt punkter med sandsynligheden nul.) ligning (2.7) kan da skrives som

$$p(\vec{a}', \vec{b}') = - \int p(x) A(\vec{a}', x) A(\vec{b}', x) dx \quad (2.9)$$

Indføres nu en anden enhedsvektor, \vec{c}' , kan følgende differens dannes

$$p(\vec{a}', \vec{b}') - p(\vec{a}', \vec{c}') =$$

$$- \int p(x) [A(\vec{a}', x) A(\vec{b}', x) - A(\vec{a}', x) A(\vec{c}', x)] dx$$

$$= \int [A(\vec{b}', x) A(\vec{c}', x) - 1] A(\vec{a}', x) A(\vec{b}', x) p(x) dx \quad (2.10)$$

$$\text{idet } A(b, x) A(b, x) = (\pm 1)^2 = 1$$

Udnytter vi resultatet fra (2.5) fås følgende ulighed

$$\begin{aligned} |p(\vec{a}', \vec{b}') - p(\vec{b}', \vec{c}')| &\leq \int [1 - A(\vec{b}', x) A(\vec{c}', x)] p(x) dx \\ &\leq \int p(x) dx - \int A(\vec{b}', x) A(\vec{c}', x) p(x) dx \\ &\leq 1 + \int B(\vec{b}', x) A(\vec{c}', x) p(x) dx \\ &\leq 1 + p(\vec{b}', \vec{c}') \end{aligned} \quad (2.11)$$

Hvis differencen $|\vec{b}' - \vec{c}'|$ er lille, vil differencen $|p(\vec{a}', \vec{b}') - p(\vec{a}', \vec{c}')|$ generelt være af størrelsesordenen $|\vec{b}' - \vec{c}'|$, hvorfor $p(\vec{b}', \vec{c}')$ ikke kan være stationær. De kvantemekaniske forventningsværdier kan aldrig bringes vilkårlig tæt på formen (2.7).

Ifølge kvantemekanikken er

$$p(\vec{a}', \vec{b}') = (\vec{e}_1 \cdot \vec{a}' \cdot \vec{e}_2 \cdot \vec{b}') = -\vec{a}' \cdot \vec{b}' \quad (2.12)$$

For at kunne ignorere fejl i approximationen ved isolerede punkter, vil vi istedet betragte $\bar{p}(\vec{a}', \vec{b}')$ og $-\vec{a}' \cdot \vec{b}'$ hvor stregen betyder én uafhængig midling over $p(\vec{a}', \vec{b}')$ og $\vec{a}' \cdot \vec{b}'$ over vektoren $\vec{a}' \cdot \vec{b}'$ indenfor veldefinerede små vinkler af \vec{a}' og \vec{b}' . Bell viser da, at hvis forskellen mellem de to forventningsværdier er bundet af ϵ

$$\begin{aligned} \delta &= |\bar{p}(\vec{a}, \vec{b}) - (-\vec{a} \cdot \vec{b})| \\ &= |\bar{p}(\vec{a}, \vec{b}) + \vec{a} \cdot \vec{b}| \leq \epsilon \end{aligned} \quad (2.13)$$

for alle \vec{a}, \vec{b} , så vil ϵ ikke kunne gøres vilkårligt lille.

Bemerkning:

Forudsætningen for Bell's bevis er, at (2.8) gælder eksakt, hvilket eksperimentalt set udtrykker eksistensen af 100 % effektive polarisatorer. Clauser, Horne, Shimony og Holt (CHSH) har udledt en anden ulighed som ikke kræver, at (3.8) holder eksakt, således at det tilledes, at den kvantemekaniske korrelation ikke er perfekt, men blot opfylder en nødvendig minimumskorrelation. Vi skal vende tilbage til dette under gennemgangen af Aspecteksperimentet.

Hvis $\vec{a}, \vec{a}', \vec{b}, \vec{b}'$ er fire vilkårlige orienteringer af polarisatorerne, viste CHSH, at Bell's ulighed på denne måde måde kan skrives på formen (6)

$$|p(\vec{a}, \vec{b}) - p(\vec{a}', \vec{b})| + p(\vec{a}, \vec{b}') + p(\vec{a}', \vec{b}') \leq 2 \quad (2.14)$$

Ligning (2.14) fører til (2.11) som et specialtilfælde, når (2.8) gælder eksakt.

Bell 7) viste at ligning (2.11) kan generaliseres til at omfatte stocastiske teorier, når lokalitetskravet blev svækket, således at et eller begge måleinstrumenter i visse tilfælde ikke registrerer de betragtede objekter, og måleapparaturet indeholder skjulte variable, der kan influere resultatet. Vi vil betragte en ligning af formen (2.7), men denne gang undersøge, om middleværdien $p(\bar{a}, \bar{b})$ af det oprindelige produkt af AB

$$p(\bar{a}, \bar{b}) = \int A(\bar{a}, x) B(\bar{b}, x) P(x) dx \quad (2.16)$$

kan gøres lig den kvantemekaniske forventningsværdi:

Hvis vi midler over måleinstrumentets skjulte variable, fås der stokastiske repræsentation

$$p(\bar{a}, \bar{b}) = \int \bar{A}(\bar{a}, x) \bar{B}(\bar{b}, x) p(x) dx \quad (2.17)$$

Hvor \bar{A} og \bar{B} er uafhængig af a og b , hvis de tilsvarende fordelinger af instrumentvariable er uafhængige af a og b . (Selvom de kan være afhængige af \bar{a} og \bar{b} .)

Istedet for $A(\bar{a}, x) = \pm 1$, $B(\bar{b}, x) = \pm 1$ har vi nu ulighederne

$$|\bar{A}| \leq 1 \quad |\bar{B}| \leq 1 \quad (2.18)$$

Selvom vi ikke registrerer de udsendte partikler, forbliver (2.18) gyldig, ved at tælle A/B til nul ved def. af P .

* Lad \hat{a}' og \hat{b}' repræsentere en alternativ opstilling af *(hvor "hattene" \wedge er indført istedet for streger —, for bedre at skelne fra stregerne over \bar{A} og \bar{B} .)

måleinstrumenterne. Da gælder

$$\begin{aligned} p(\hat{a}, \hat{b}) - p(\hat{a}', \hat{b}') &= \int [\bar{A}(\hat{a}, x) \bar{B}(\hat{b}, x) - \bar{A}(\hat{a}', x) \bar{B}(\hat{b}', x)] \varphi(x) dx \\ &= \int [\bar{A}(\hat{a}, x) \bar{B}(\hat{b}, x) (1 \pm \bar{A}(\hat{a}', x) \bar{B}(\hat{b}', x))] \varphi(x) dx \\ &- \int [\bar{A}(\hat{a}, x) \bar{B}(\hat{b}', x) (1 \pm \bar{A}(\hat{a}', x) \bar{B}(\hat{b}, x))] \varphi(x) dx \quad (2.19) \end{aligned}$$

ved at benytte ligning (2.18) fås

$$\begin{aligned} |p(\hat{a}, \hat{b}) - p(\hat{a}', \hat{b}')| &\leq \int [(1 \pm \bar{A}(\hat{a}', x) \bar{B}(\hat{b}', x))] \varphi(x) dx \\ &+ \int 1 \pm \bar{A}(\hat{a}', x) \bar{B}(\hat{b}, x) \varphi(x) dx \\ &\leq 2 \pm (p(\hat{a}', \hat{b}') + p(\hat{a}', \hat{b})) \Rightarrow \\ |p(\hat{a}, \hat{b}) - p(\hat{a}', \hat{b}')| + |p(\hat{a}', \hat{b}') + p(\hat{a}', \hat{b})| &\leq 2 \quad (2.20) \end{aligned}$$

Ekvivalent med ligning (2.14), udledt af CHSH for en deterministisk lokal realistisk teori. Hvis lighedstegnet i ligning (2.18) gælder, er

$$p(\hat{b}, \hat{b}') = -1 \quad (2.21)$$

svarende til at de skjulte variable i måleinstrumentet kan udelukkes.

Bell's ligning (2.20) er blevet bragt på en eksperimentel realisabel form af Clauser og Horne 4)

Der antages i det følgende intet om de enkelte partiklers spin, idet CH kun forudsætter, at begrebet "partikel" på sædvanligvis kan identificere "eksperimentelle fænomener som eksemplificerer den generelle situation der studeres".

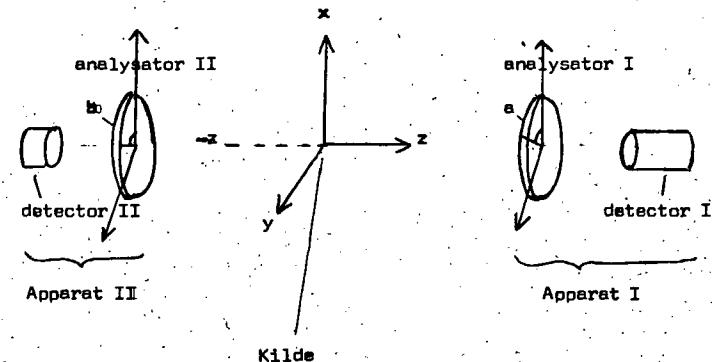


Fig 1. Skitse til behandling af objective lokale teorier.
(Clauser og Horne)

Antag at der i en given periode udsendes N systemer, bestående af to korrelerede partikler. Lad $N_1(a)$, $N_2(b)$ være hhv antal tællinger ved detector 1' og 2, og $N_{12}(a,b)$ antal simultane tællinger i perioden.

Ef N tilstrækkelig stor gælder, ensemble-sandsynligheden:

$$p_1(a) = N_1(a)/N$$

$$p_2(b) = N_2(b)/N$$

$$p_{12}(a,b) = N_{12}(a,b)/N \quad (2.22)$$

Lad sandsynligheden for en tælling i hhv 1 og 2 være givet ved $p_1(\chi, a)$, $p_2(\chi, b)$ og $p_{12}(\chi, a, b)$ sandsynligheden for en simultan tælling. Clauser og Horne antager, at systemets tilstand er beskrevet ved χ , som antages i det mindste at beskrive sandsynligheden for ovenstående hændelser. Lad $p(\chi)$ være den (normaliserede) sandsynlighedstæthed, der karakteriserer det totale ensemble af udsendte to-partikelsystemer.

Ensemble-sandsynlighederne kan da udtrykkes ved

$$p_1(a) = \int_T p(\chi)p_1(\chi, a)d\chi$$

$$p_2(b) = \int_T p(\chi)p_2(\chi, b)d\chi$$

$$p_{12}(a, b) = \int_T p_{12}(\chi, a, b)p(\chi)d\chi \quad (2.23)$$

Vi kan med disse grundlæggende antagelser definere en betingelse for, at en teori kan kaldes objectiv lokal. Det kræves at Coinsidenssandsynligheden $p_{12}(a, b)$ er faktorisérbar:

$$p_{12}(\chi, a, b) = p_1(\chi, a)p_2(\chi, b) \quad (2.24)$$

Fortolkningen af dette resultat, udtrykker en ræsonnable opfattelse af hvad lokalitet burde være: Sandsynligheden for at det ene apparat detekterer en partikel afhænger ikke af om det andet apparat har detekteret en partikel eller af valget af retningen b på dette apparat. Sandsynligheden for en detektion ved 1 er fuldstændig uafhængig af om apparat 2 eksisterer eller ej.

For at kunne udføre en eksperimentel test af (2.24) mod kvantemekanikken uafhængig af om N er kendt eller ej,

gør CH brug af følgende theorem:

Givet seks tal x_1, x_2, y_1, y_2, x, y så

$$0 \leq x_1 \leq x$$

$$0 \leq x_2 \leq x$$

$$0 \leq y_1 \leq y$$

$$0 \leq y_2 \leq y$$

(2.25)

Da er funktionen

$$U = x_1 y_1 - x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_2 y_2 - y x_2 - y x_1 \quad (2.26)$$

begrænset af uligheden

$$-xy \leq U \leq 0$$

(2.27)

Ligning (2.24)-(2.26) giver da uligheden

$$-1 \leq p_1(x, a)p_2(x, b) - p_1(x, a')p_2(x, b')$$

$$+ p_1(x, a')p_2(x, b) + p_1(x, a')p_2(x, b')$$

$$- p_1(x, a') - p_2(x, b) \leq 0 \quad (2.28)$$

for alle x . Ved at integrere over x i (2.28) med fordelingen $p(x)$ og udnytte (2.23) fås:

$$-1 \leq p_{12}(a, b) - p_{12}(a, b') + p_{12}(a', b) + p_{12}(a', b')$$

$$- p_1(a') - p_2(b) \leq 0 \quad (2.29)$$

Dét skal bemærkes, at venstre-ulighedens etablering kræver brug af normaliseringsbetingelsen (2.6) og derfor detektorer, der kan måle N (såkaldte "event-ready" tæller, der bedst kan forklares som måleapparater der registrerer alle udsendte partikler). Det er meget vanskeligt at konstruere "event-ready" detektorer, der ikke destruerer de udsendte partikler, hvilket vi skal vende tilbage til i afsnit 2.5.

Højre-uligheden involverer en størrelse der er uafhængig af N , hvilket kan ses af formuleringen

$$\frac{p_{12}(a, b) - p_{12}(a, b') + p_{12}(a', b) + p_{12}(a', b')}{p_1(a') + p_2(b)} \leq 1 \quad (2.30)$$

For at kunne teste (2.29) i et fotoncascadeeksperiment er det nødvendigt at gøre yderlig en antagelse.

CH indfører en funktion $g = g(\theta)$ som den betingede sandsynlighed, eller vinkelkorrelationsfaktoren for, at hvis $J=0 \rightarrow J=1$ udsendelsen ankommer til måleapparat 1, så vil $J=1 \rightarrow J=0$ udsendelsen ankomme til apparat 2. Da g er relativt lille, vil forventningsværdierne, beregnet efter en objektiv lokal teori (OLT) svarer til kvantemekanik, selv med ideelle måleapparater. Den utilstrækkelige størrelse af vinkelkorrelationsfaktoren $g(\theta)$ er en konsekvens af det faktum, at atomare kaskader er trelegemehenfeld, hvor atomet er det tredje legeme. (i modsætning til f.eks. positroniumannihilation der er et tolegemehenfeld). $g(\theta)$ indgår i de ligninger, der udgør den kvantemekaniske korrelationskurve for et fotonkaskadeeksperiment.

CH løser dette problem ved at antage..... →

For enhver udsendelse, χ , er sandsynligheden for tælling ved tilstedevarelsen af en polarisator foran detectoren mindre end eller lig sandsynligheden for en tælling med polarisatoren fjernet.

Hvis ∞ betyder fraværet af polarisator, $p_1(\chi, \infty)$ sandsynligheden for en tælling i detector 1, når polarisatoren er fjernet, kan ovenstående antagelse kvantiseres

$$0 \leq p_1(\chi, a) \leq p_1(\chi, \infty) \leq 1$$

$$0 \leq p_2(\chi, b) \leq p_2(\chi, \infty) \leq 1 \quad (2.31)$$

hvor $p_2(\chi, \infty)$ har samme betydning for detector 2, som $p_1(\chi, \infty)$ for detector 1.

Ved hjælp af (2.31) og (2.27) fås uligheden

$$\begin{aligned} -p_{12}(\infty, \infty) &\leq p_{12}(a, b) - p_{12}(a, b') \\ &+ p_{12}(a', b) + p_{12}(a', b') \\ -p_{12}(a', \infty) - p_{12}(\infty, b) &\leq 0 \quad (2.32) \end{aligned}$$

Uligheden er uden enkelt-detector tællinger som er involveret i (2.29) ved bestemmelse af $p_1(a')$ og $p_2(b)$.

Hvis vi nu antager at $p_1(a)$ og $p_2(b)$ er konstant (f. eks. som følge af rotationsinvarians) og $p_{12}(a, b) = p_{12}(\phi)$, hvor $\phi = |b - a|$ er vinklen mellem analysatorernes akser, kan vi skrive (2.32) som

* vi benytter her CH's notation, som ikke er principielt forskellig fra nogen anden valgt symbolik, selvom den ser sådan ud.

$$p_{12}(\infty, \infty) - 3p_{12}(\phi) - p_{12}(3\phi) - p_{12}(a', \infty)$$

$$- p_{12}(\infty, b) \leq 0 \quad (2.33)$$

a, a', b, b' er valgt så

$$|a-b| = |a'-b| = \frac{1}{3}|a-b'| = \phi \quad (2.34)$$

Kvantemekanikken bryder med den øvre grænse for (2.33) hvis

$$\mathcal{E}_+ [\sqrt{2}(\mathcal{E}_-/\mathcal{E}_+)^2 F(\Theta) + 1] \geq 2 \quad (2.35)$$

Hér er

$$\mathcal{E}_+^1 = \mathcal{E}_+^2 = \mathcal{E}_+ = \mathcal{E}_M^i + \mathcal{E}_m^i$$

$$\mathcal{E}_-^1 = \mathcal{E}_-^2 = \mathcal{E}_- = \mathcal{E}_M^i - \mathcal{E}_m^i$$

$$\phi = 22,5^\circ \quad (2.36)$$

\mathcal{E}_M er den maksimale transmission analysatorerne tillader, relativt til den relevante orthogonale basis, \mathcal{E}_m den tilsvarende minimale transmission. $F(\Theta)$ er et mål for begyndelsestilstandens renhed, og den naturlige kvantemekaniske korrelation af de to udsendte partikler.

Hverken $g(\Theta)$ eller detectorerne effektivitet indgår i (2.35) som tilfældet er uden CH's ekstra antagelse.

CH beviser, at denne ekstra antagelse er nødvendig, hvis

ikke en bestemt OLT-model skal kunne reproducere de kvantemekaniske forventningsværdier i et foton-cascade-eksperiment.

Betydningen af Bell's ulighed er først og fremmest, at den tilvejebringer muligheden for at formulere eksperimentelt realisable situationer, der tester kvantemekanikken mod varianter af lokalt realistiske teorier, som fornægter gyldigheden af kvantemekanikkens superpositionsprincip.

Vi har ikke diskuteret, om tilstedeværelsen af de "skjulte variable" overhovedet kan gives en fornuftig fysisk fortolkning. Dette spørgsmål vil blive behandlet i afsnit 2.3. Men Bell pointerer 9) at når vi mäter spinkomponenten af en partikel, f. eks. ved brug af Stern-Gerlach-magneter, som afbøjer partikler op eller ned, er det i virkeligheden positionen vi mäter. Bell foreslår derfor at $\chi(t)$ fortolkes som partiklens faktiske position til tiden t :

$\chi(t)$ udvikler sig i tid som en enkelt 3-vektor

$$\frac{d\chi(t)}{dt} = \bar{j}_\psi(\bar{x}, t) \quad (2.37)$$

hvor \bar{j} og $\bar{\rho}$ er hhv. sandsynlighedsstrømme og tætheder

$$\bar{j}_\psi(\bar{x}, t) = I_m \bar{\psi}^*(\bar{x}, t) \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \bar{\psi}(\bar{x}, t) \quad (2.38)$$

$$\bar{\rho}_\psi(\bar{x}, t) = \bar{\psi}^*(\bar{x}, t) \bar{\psi}(\bar{x}, t) \quad (2.38)$$

Det antages, at bølgefunktionen ψ svarer til et ensemble af tilstande (\bar{x}, ψ) , hvor \bar{x} 'erne optræder med sandsynlighedstætheder, så

$$\bar{\rho}(\bar{x}, t) = \bar{\rho}_\psi(\bar{x}, t) \quad (2.39)$$

Gælder (2.39) til tiden t , vil den vedblive med at gælde, som følge af bevægelsesligningerne for λ og ψ , hvor Bell betragter en enkelt partikel med spin $\frac{1}{2}$ bevægende sig i et magnetfelt (ψ er en τ_3 -component Pauli-spinor)

$$i \frac{\partial}{\partial t} \bar{\psi}(\bar{x}, t) = \left\{ \frac{1}{2m} \left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \mu \vec{\sigma} \cdot \vec{H} \right\} \bar{\psi}(\bar{x}, t) \quad (2.40)$$

for at denne model skal kunne give samme resultater som kvantemekanikken, må opførelsen af en given \bar{x} , være bestemt af alle andre positioner $\bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \dots$

I Bell's model er partikler ikke "små roterende objekter", og selvom de eksperimentelle fænomener forbundet med spin reproduceres, har partiklen kun én "variabel" nemlig positionen, χ .

Da spørgsmålet om hvad vi skal forstå ved partiklens position efter vor opfattelse er af stor vigtighed, for diskussionen af EPR-fænomener, og det specielt for fotoner er svært overhovedet at tale om et positionsbegreb, vil disse spørgsmål blive behandlet særskilt i kapitel 3.

Referencer:

- 1) Bell, J. S. : On the Einstein, Podolsky, Rosen paradox, Physics, vol 1, nr 3, 1964, p. 195 -200.
- 2) Horne, M. A. : Phd. Thesis, Boston University, 1969.
- 3) Bell, J. S. : Introduction to Hidden-variable Question, p. 171 - 181 i Foundations of Quantum Mechanics, Proceeding of International School of Physics, "Enrico Fermi" Course, ed. B. d'Espagnat, XLIX, Academic Press, 1971.

- 4) Clauser, J. F., Horne, M. A. : Experimental consequence of objective local theories, Phys. Rev., D 10, p. 526 - 535, 1974.
- 5) Aspect, A. : Proposed experiment to test separable hidden-variable theories, Physics Letters, vol 54 A, nr 2, 25 august, 1975, p.117 - 118.
- 6) Clauser, J. F., Horne, M. A., Shimony, A., Holt, R. A. : Phys Rev. Lett., 23, 1969, p.880 - 884.
- 7) Bell, J. S. : Introduction to Hidden-Variable Question, som reference 3 p. 178 - 179.
- 8) Clauser, J. F., Horne, M. A. : som reference 4 p. 529.
- 9) Bell, J. S. : som reference 3 p. 174.

2.3 Teorier med skjulte variable.

2.3.1 Indledende bemærkninger.

Overskriften på dette afsnit er, som tidligere omtalt i virkeligheden misvisende. Dels fordi de såkaldte skjulte variable udmarket kan være eksperimentelt observable størrelser, dels fordi nogle af de teorier der tager sigte på at løse korrelationsfænomenet overhovedet ikke indeholder nogle ekstra variable udover de af kvantemekanikken antagede.

Det er naturligt at inddale teorierne i forhold til deres opfattelse af kvantemekanikken, herunder specielt kvantemekanikkens beskrivelse af korrelationsfænomenene. En oversigt ad denne linie er givet af Belinfante 1). Belinfante inddeler SVT i tre hovedgrupper:

I) Skjulte variable teorier af 0. grad: "Contradictio in adiecto" (selvmodsigende i udtryk) er først og fremmest en advarsel om, hvad der ikke kan lade sig gøre. Von Neumann (1932,1955), Gleason (1957) Kochen og Specker (1967), Jauch (1968) og Fine (1981) har bidraget til denne gruppe med teorier og argumenter for umuligheden af en en skjult variabel teori.

Et karakteristisk træk ved disse teorier er, at de postulerer egenskaber ved skjulte variable teorier der skal gælde foruden alle de i kvantemekanikken grundlæggende antagelser. Derefter vises det, at en sådan konstruktion ikke er mulig.

II) Skjulte variable teorier af 1. grad: Disse er karakteriseret ved, at de giver fuldstændig overensstemmelse med kvantemekanikken (evt. bryder med denne i meget specielle situationer). Vi skal specielt beskæftige os med Bohm-Bub modellen 2) som kun giver afgivende forventningsværdier fra kvantemekanikken, når de skjulte variable ikke udgør en ligevægtsfordeling. Teorien foreskriver imidlertid, at en ikke-ligevægtsfordeling hurtigt og

irreversibelt søger tilbage til ligevægtsfordelingen, der er "selvregulerende"

$$p_\beta(t) \rightarrow \bar{p}_\beta \rightarrow \bar{p}_\beta \quad (2.41)$$

hvor p_β er sandsynligheden for værdien } β af de skjulte variable }, og \bar{p}_β er denne sandsynlighed i ligevægtsfordelingen. Bohm-Bub modellen har på dette punkt været gjort til genstand for eksperimentel test af Papaliolios 3), en test vi skal vende tilbage til i afsnit 2.4.

Til denne klasse af teorier vil vi også knytte modeller, der slet ikke arbejder med skjulte variable, men af andre årsager end de af kvantemekanikken foreskrevne, søger at give en forklaring på hvorfor udfaldet af korrelationseksperimenterne er i overensstemmelse med kvantemekanikkens korrelationskurve.

Bauregard og Pegg's ideer 4) og 5), omtalt i afsnit 1.3 kan ikke betegnes som egentlige teorier, da der ikke foreligger en kvantitativ model. Begge mener, at kvantemekanikkens forventningsværdier kan reproduceres ved hjælp af signaltransmission mellem måleapparaterne. Transmissionen tænkes, som beskrevet i afsnit 1.3, at ske ved hjælp af avancerede signaler og bygger på tidssymmetri i Maxwell's elektromagnetiske feltligninger, hvor vi nu ikke mere foretager en ad hoc begrænsning til retarderede løsninger.

Jauch 6) har antaget muligheden for, at den kvantemekaniske tilstandsfunction udvikler sig til en blanding, bestående af tilstanden af to koblede kvantesystemer efterhånden som afstanden mellem kilde og måleapparat øges til mange gange koherenslængden af de udsendte bølgetog. Dette vil selvfølgelig give et skarpt brud med kvantemekanikken, så Jauchs teori kan siges at befinde sig imellem II og III. Jauchs interpretation af koherenslængden er nærmere omtalt side 95.

*opr. foreslægt af Furry W.H.: Phys. Rev. 49, 393 (1936)

Skjulte variable teorier af 1 grad giver et billede af korrelationsfænomenerne som et determineret forløb (med undtagelse af Jauch), men dette sker på bekostning af en ikke lokal kollaps af tilstandsfunctionen for det betragtede system.

III) Skjulte variable teorier af 2. grad. Denne klasse af teorier tager direkte udgangspunkt i Bell's ulighed, og dermed et lokalitetspostulat formuleret således, at det kan danne baggrund for en eksperimentel realisabel test af teorien mod kvantemekanikken.

Clauser og Hornes formulering af dette postulat 7) kan danne baggrund for hele klassen af lokalt realistiske teorier (LTR), såvel deterministiske som stokastiske. Vi kalder denne klasse objektive lokale teorier (OLT).

I disse teorier er coinsidenssandsynligheden, som omtalt i 2.2, faktoriserbar:

$$p_{12}(a,b) = p_1(x,a) p_2(x,b) \quad (2.42)$$

Denne gruppe af teorier har, grundet lokalitetspostulatet, ikke behov for at søge en forklaring på kommunikationen mellem måleapparaterne. En undtagelse er dog Marshall's "teori". 8).

Marshall antager, som de andre OLT, at rumligt adskilte måleapparater opererer uafhængigt af hinanden. Følgeligt burde udfaldet af korrelationsekspimenter ikke kunne give overensstemmelse med kvantemekanikken. Når dette alligevel er tilfældet, skyldes det, at måleapparaterne polarisationsfiltre, dvs kommunikerer via nulpunktsfluktuationerne. Tilstedeværelsen af polarisationsfiltrene ændrer feltets spektrale tæthed.

Selvom Marshall foreslår, at løsningen på korrelations-

fænomenerne skal søges ved at anvendelse af stokastisk elektrodynamik på emission - og detectionsprocesser, med nulpunktsfluktuationerne som medium, så det hen i det uvisse, hvordan kommunikationen finder sted.

Marshall har på baggrund af ovenstående konkluderet 9) at når afstanden mellem måleapparaterne bliver spacelike, som i Aspecteksperimentet, vil korrelationen forsvinde.

2.3.2 Skjulte variable teorier "contradictio in adjecto"

Lad os se på en af de nyere argumenter for umuligheden af en skjult variabel teori, leveret af Fine 10).

Fine viser først, at følgende fem udtalelser er ekvivalente.

- a) Der eksisterer en deterministisk skjult variabel teori.
- b) Der eksisterer en faktoriserbar, stokastisk skjult variabel teori.
- c) Bell's ulighed gælder.
- d) For alle observable i det betragtede eksperiment kan konstrueres en samlet fordeling der lader sandsynligheden for de forskellige udfald vende tilbage som marginaler. (se Appendix C)
- e) Der eksisterer veldefinerede sammenlignelige forenede fordelinger for alle par og tripelpar af kommuterede og ikke-kommutterede observable.

Lad nu A og A' være ikke kommuterede observable over en rum-tidsregion R₁, spacelike separeret fra de ikke kommuterede observable B og B' i rum-tidsregionen R₂. A' er "komplementet" til A, dvs hvis A antager værdien -1, vil A' antage værdien +1. p(x) er den sædvanlige normaliserede sandsynlighedstæthed, defineret over A. Lad endvidere $\bar{A}(x)$, $\bar{A}'(x)$, $\bar{B}(x)$, $\bar{B}'(x)$ være responsfunktionen defineret over A med værdien ±1, tilfredsstilende

$$p(A) = \int_{\Lambda} \bar{A}(x)p(x)dx \quad (2.43)$$

hvor p(A) betyder sandsynligheden for at A antager værdien +1. Fine viser da, at fordelingsfunktionen

$$p(AA'BB') = \int_{\Lambda} \bar{A}(x)\bar{A}'(x)\bar{B}(x)\bar{B}'(x)p(x)dx \quad (2.44)$$

er veldefineret for både kommuterede og ikke-kommutterede observable i en skjult variable teori.

I kvantemekanikken er (2.44) kun veldefineret for kommuterede variable, så Fine konkluderer:

"---shows what hidden variables and the Bell inequalities are all about, namely imposing requirements to make well defined precisely those probability distributions for noncommuting observables whose rejection is very essence of quantum mechanics."

Det er korrekt som Fine konkluderer, at skjulte variable teorier kan forudsige samtidige værdier af ikke-kommutterede variable. Men det betyder ikke at vi kan måle ikke-kommutterede variable samtidigt.

Der er en skarp skillelinie mellem disse konklusioner. Det sidste ville være i modstrid med ubestemtheedsrelationerne, og dermed hele den grundlæggende kvantemekanik. Den første forsøger "blot" at give ikke-kommutterende variable en samtidig realitet der kan udmøntes i en kvantitativ model, hvilket på ingen måde svækker gyldigheden af ubestemtheedsrelationerne.

Vi har allerede i afsnit 1.5 berørt Von Neumann's argumenter for ikke-eksistensen af skjulte variable teorier.

Von Neumann's argumenter er koncentreret om

- a) Det er ikke altid muligt at splitte ensembler op i subensembler, med forskellige statistiske egenskaber, grundet eksistensen af homogene ensembler, i modstrid med grundlaget for skjulte variabel teorier.
- b) Grundet definitionen på et dispersionsfrit ensemble hvor det for enhver observabel, eks A og B gælder

$$\langle \bar{A} \rangle^2 = \langle A^2 \rangle_{\text{midlet}}$$

$$\langle \bar{B} \rangle = \langle B^2 \rangle_{\text{midlet}} \quad (2.45)$$

kan den midlede sum af disse observable ikke opsplittes som en sum:

$$\langle aA + bB \rangle_m \neq a\bar{A} + b\bar{B} \quad (2.46)$$

i modstrid med grundlaget for en skjult variabel teori.

Vi har allerede i 1.5 diskuteret indvendingen mod a/ og b/. For at kunne klassificere Von Neumanns "skjulte variabel teori" som en o'-gradsteori, kan vi først konstatere, at hverken a/ eller b/-kriteriet udgør en nødvendig betingelse for konstruktion af en SVT. Det er postulater, som ligger til grund for en type SVT som tydeligvis ikke kan konstrueres.

Hertil kommer, at en entydig tæthedsoperator generelt ikke eksisterer til beregning af forventningsværdierne i en SVT, som f. eks. vist af Belinfante 11) (som 1) s.27), og som vi har berørt i afsnit 1.5.

Gleason 11) og Kochen + Specker 12) har bevist umuligheden af en skjult variabel teori der kan tilforordnes sande værdier for alle kvantemekanikkens udtalelser.

Mere specifikt, det er ikke muligt én-éntydigt at forudsige om en måling af observablen A vil give egenvær-

dien A_n på basis af nogen skjult variabel teori. Derimod forsøger skjulte variable teorier at fastsætte nogle udvalgsregler, således at resultatet alligevel bliver i overensstemmelse med kvantemekanikken, f.eks. for ikke-lokale skjulte variable teorier, som Bomb-Bubs, vi skal behandle i afsnit 2.4.

Belinfante skriver om dette, ref. 1 p. 4):

"The work of Gleason shows that in general it is impossible to predict uniquely on the basis of any given hidden variables, whether or not the measurement of a quantity A will lead to the result $A = A_n$ where A_n is an eigenvalue of A, or to predict in case of a reproducible measurement whether or not the wavefunction ψ by the measurement will be reduced to the eigenfunction ϕ_n of A_{op} . What hidden-variables theories do predict is, from a given complete orthonormal set of eigenfunctions $\{\phi_i\}$ describing the possible outcomes of a reproducible measurement to which eigenfunction ϕ_n will ψ be reduced when that measurement is made. The difference seems subtle, but lies in the fact that the choice of ϕ_n from the set $\{\phi_i\}$ may be changed into the choice of a different final state of the measurements when the orthonormal set $\{\phi_i\}$ in Hilbert space is rotated around ϕ_n ."

Bemærkning: Suk.

2.3.3 Skjulte variable teorier af ikke-lokal karakter.

Idet vi følger Belinfantes betegnelse 1) kaldes de følgende modeller "SVT af 1.grad".

Vores udgangspunkt er Bohms teori fra 1951 13), Wiener-Siegel's differential-rums teori 14).

Bohm forestiller sig, at hvis vi kender en partikels initiale eller endelige position f. eks en elektron, vil vi kunne beskrive dens bevægelse som veldefineret og kontinuert ved hjælp af ψ .

Vi definerer en impuls for partiklen som

$$\Pi(\bar{x}, t) = m \frac{d\bar{x}}{dt} = m\bar{v} \quad (2.47)$$

hvor \bar{x} er den antagede position af partiklen.

Denne impuls kan også skrives som

$$\begin{aligned} \Pi(\bar{x}, t) &= \frac{\hbar}{2i} \nabla \ln(\psi/\psi^*) = R_{\psi/\psi^*} \nabla \ln \psi \\ &= \nabla S \quad (2.48) \end{aligned}$$

idet Bohm antager, at partiklens hastighed kan skrives som en kombination af ψ og ψ^* .

$$\nabla = \frac{\hbar}{2im} \frac{\psi^* \nabla - (\nabla \psi^*) \psi}{\psi^* \psi} \quad (2.49)$$

Ved hjælp af Schrödingerligningen kan kraften f på partiklen bestemmes som

$$f(\bar{x}, t) = \frac{d\Pi}{dt} = m \frac{d^2\bar{x}}{dt^2} = -\nabla(V+u) \quad (2.50)$$

hvor

$$u = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 |\psi|}{|\psi|} \quad (2.51)$$

$$= -\frac{\hbar^2}{\psi^* \psi} \left[\frac{1}{\rho} \nabla^2 \rho - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\nabla \rho}{\rho} \right)^2 \right] \quad (2.52)$$

hvor $\rho = \psi \psi^*$ = ensembletætheden af elektroner beskrevet

af ψ i \bar{x} -rummet.

Hvis følgende fire regler er overholdt, kan Bohms teori give alle resultater af den sædvanlige kvantemekanik.

- 1/ Den sædvanlige S-ligning gælder for $\psi(\bar{x}, t)$
- 2/ Partiklerne kan ikke have vilkårlige hastigheder.
Den initiale hastighed er bestemt af $\Pi = \nabla S$.
- 3/ Hastighederne ændres bestemt af ligning (2.50)
- 4/ Sandsynlighedstætheden af ψ , $\rho(\bar{x})$, er lig $\rho(\bar{x}) = |\psi(\bar{x})|^2$
ved $\bar{x} = \bar{x}$, bevares således på grund af ligning (2.48).

Bohms teori er ufuldstændig på to punkter.

Ved bølgefunktionens kollaps $\psi \rightarrow \phi_n$ med $n = n(\psi, \bar{x}, \{\phi_i\})$
afhænger n ikke kun af \bar{x} , men også af de skjulte variable,
der beskriver måleapparatets mikrotilstand.

Desuden kan Bohms teori ikke beskrive partiklens spin.

Wiener-Siegel tager sit udgangspunkt i den isotrope Gaus-
siske sandsynlighedsfordeling i det komplekse rum med
koordinaterne $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_N$

$$d\bar{p} = \left(\frac{N}{\pi} \right)^N \exp(-N \sum_{i=1}^N |\Delta_i|^2) d\Delta_1 d\Delta_2 d\Delta_3 \dots d\Delta_N \quad (2.53)$$

når Δ_i opdeles i real- og imaginærdelen, ved

$$\Delta_i = \delta_{2i-1} + i\delta_{2i} \quad (2.54)$$

kan vi skrive (2.53) som et produkt af Gaussiske forde-
linger med dispersionen $(2N)^{-\frac{1}{2}}$ for koordinater af et
2N-dimensionalt reelt δ_i -rum:

$$d\bar{p} = \sum_{i=1}^{2N} \left\{ \sqrt{\frac{N}{\pi}} \exp(-N\delta_i^2) d\delta_i \right\} \quad (2.55)$$

Setragt en unitær transformation i det komplekse Δ_i -rum.
Dette lader størrelsen

$$\sum_{i=1}^N |\Delta_i|^2 = \sum_{i=1}^{2N} \delta_i^2 \quad (2.56)$$

invariant. Desuden er Jacobimatrizen af en sådan transformation l både mellem de gamle og de nye Δ_i , og mellem de gamle og nye δ_i .

Ligning (2.54) og (2.56) er derfor forminvariant under unitære transformationer i det komplekse Δ_i -rum.

For at kunne beskrive de skjulte variable i ligevægtsfordelingen, hvor ligevægtssandsynlighederne $\bar{\rho}$ må kunne erstattes af produkter af sandsynlighedstætheder og differential-volumeelementer i β -rummet, er den Gaussiske fordeling ideel. Det er den eneste fordeling der er faktorisable til separate koordinater samtidigt for hver koordinat i alle N-dimensionale komplekse rum der kan nås indbyrdes ved unitære transformationer.

Wiener kaldte det komplekse Δ_i -rum for et differential-rum, fordi det havde egenskaber lig det reelle Δ_i -rum Wiener brugte ved beskrivelsen af Brownske bevægelser.

Lad os endvidere introducere den skjulte variable tilstandsvektor $\Xi(x)$, som ikke er normaliseret (modsat Bohm-Bub-teorien), hvor x er en enkelt reel variabel med værdier mellem 0 og 1, som Wiener og Siegel repræsenterer ved N diskrete punkter, med afstanden $1/N$ fra hverandre, således at for n partikler med spin erstattes

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} d^3x_1 \dots d^3x_N \sum_{m=1}^N \dots \sum_{m=N}^N \quad (2.57)$$

med

$$\int_0^1 dx = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \quad (2.58)$$

Hvis kun den kvantemekaniske bølgefunktion $\psi(x)$ er givet, antager vi eksistensen af et ensemble af systemer med $\Xi(x)$ fordelt på en sådan måde, at for ét orthonormalt sæt egenfunktioner $\{\phi_i\}$ er de skjulte variable ξ_i fordelt efter

$$d\rho = \sum_{\lambda=1}^{2N} \left\{ \pi^{-\frac{1}{2}} \exp(-\eta_{\lambda}^2) \right\} d\eta_{\lambda} \quad (2.59)$$

hvor Δ_i -rummet genererer en tilsvarende skjult variabel fordeling i et komplekst ξ_i -rum, hvor hver ξ_i tilsvarende kan deles op i en real- og imaginær del:

$$\xi_i = \eta_{2i-1} + i\eta_{2i} \quad (2.60)$$

og

$$\xi_i = \int \phi_i^*(x) \Xi(x) dx \quad (2.61)$$

Denne transformation fra Δ_i -rummet til ξ_i -rummet er nødvendig for at vi kan vise hvorledes Wiener Siegels teori kan fastlægge de udvalgsregler der én-entydigt fastlægger funktionen $n(\psi, \xi, \{\phi_i\})$ ved bølgefunktionens kollaps $\psi \rightarrow \phi_n$.

Denne algoritme Wiener Siegel introducerer for at kunne fastlægge måleresultatet ϕ_n , med $n = n(\psi, \xi, \{\phi_i\})$ kaldes den polyatomare algoritme. Den antager at n afhænger af alle kvotienterne $\{|a_i|\xi_i|\}$, hvor a defineres ved

$$a_i = \int \phi_i^*(x) \psi(x) dx \quad (2.62)$$

Hvis den største kvotient er $|a_k|/|\phi_k|$ udsiger den polyatomare algoritme, at $n=k$, og ϕ_k vil være måleresultatet.

Hvis $N_0(k)$ betyder enhver index undtagen k , vil denne algoritme foretage udvælgelsen

$$\{\phi_i\} \rightarrow \phi_k \quad \text{når}$$

$$|a_k|/|\phi_k| > |a_{N_0(k)}|/|\phi_{N_0(k)}| \quad (2.63)$$

Herved afsløres også en af de største problemer med SVT af 1. grad nemlig, at en given mikrotilstand (ψ, ϕ) afhænger af det totale sæt $\{\phi_i\}$ i stedet for kun af ϕ_n , hvilket giver teorierne en ikke-lokal karakter.

I Bohm-Bub's teori 2) er $\Xi(x)$ normaliseret som $\psi(x)$ i

$$\Xi_{\text{Bohm-Bub}} = \Xi_{\text{Wiener-Siegel}} / T \quad (2.64)$$

hvor

$$T^2 = \sum_{i=1}^N |\phi_i|^2 = \int |\Xi(x)|^2 dx \quad (2.65)$$

hvilket ikke har nogen betydning for brugbarheden af Wiener-Siegels polyatomare algoritme.

Lad forventningsværdierne, \bar{R} , af en observabel R være at opfatte som en midlet værdi over et sæt skjulte variabler $\langle R \rangle = p(\chi_1, \chi_2, \dots)$ som er ansvarlig for R 's udartethed, og en ikke-lineær funktion $F(\psi, \chi, R_{mn})$:

$$\bar{R} = \int F(\psi, \chi, R_{mn}) p(\chi) d\chi \quad (2.67)$$

Betrægt en spin-½ partikel uden translatorisk bevægelse med tilstandsvektoren $|\psi\rangle$

$$|\psi\rangle = \psi_1 |S_1\rangle + \psi_2 |S_2\rangle \quad (2.68)$$

hvor operatoren til spinobservablen, S_1 er diagonaliseret (dvs $S_1 = \sum_i \psi_i |S_i\rangle$). Postuler eksistensen af et dualt Hilbertrum

$$|\psi\rangle = j_1 |S_1\rangle + j_2 |S_2\rangle \quad (2.69)$$

hvor j_i 's komponenter repræsenterer de skjulte variable χ_1, χ_2, \dots

De skjulte variable er tilfældigt, isotrop fordelt over enhedshypersfæren i Hilbertrummet defineret ved $\sum_i |j_i|^2 = 1$. Vi definerer nu brøkerne

$$R_1 = |\psi_1|^2 / |j_1|^2 = j_1 / |j_1|^2$$

$$R_2 = |\psi_2|^2 / |j_2|^2 = j_2 / |j_2|^2 \quad (2.70)$$

og postulerer, at kollapsen af bølgefunktionen er styret af ligningerne

$$d\psi_1/dt = \gamma(R_1 - R_2) \psi_1 j_1$$

$$d\psi_2/dt = \gamma(R_2 - R_1) \psi_2 j_2 \quad (2.71)$$

γ er en konstant parameter under måleprocessen, og repræsenterer styrken af vekselvirkningen mellem måleapparat og system. $\gamma \gg E/\hbar$.

Lad os se hvad alt dette betyder for en måling af S .

Hvis $R_1 > R_2$, $J_2 \neq 0$ fås altid kollaps til

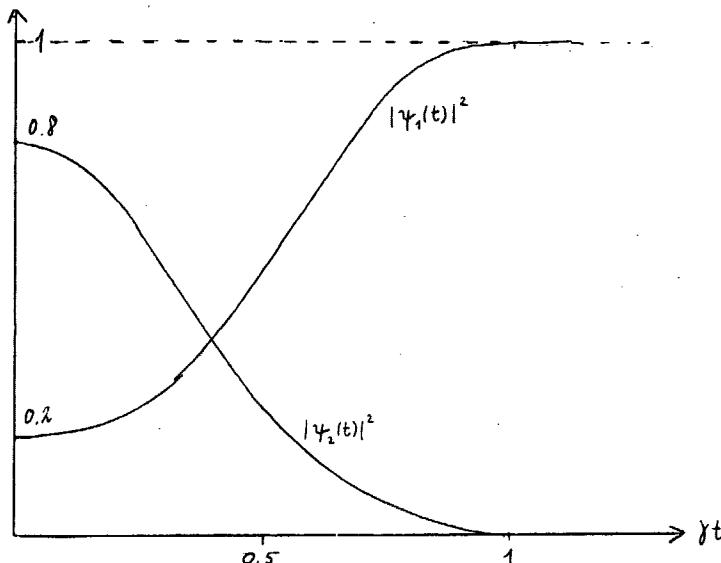
$$|\psi\rangle \rightarrow e^{i\phi_1} |S_1\rangle \quad (2.72)$$

ϕ_1 er en fasefaktor.

Hvis $R_2 > R_1$, $J_1 \neq 0$ fås altid kollaps til

$$|\psi\rangle \rightarrow e^{i\phi_2} |S_2\rangle \quad (2.73)$$

En model for kollapsen med $|\psi_1(t=0)|^2 = 0,2$, $|J_1|^2 = 0,1$ er vist på nedenstående figur



Figur 1 Kollaps af bølgefunktionen ψ til $|\psi_1\rangle$.

Kollapstiden t er $1/\gamma \Rightarrow \gamma \cdot t \sim 1$. Relaxationstiden τ , for de skjulte variable, tilbage til en isotrop fordeling antages at være meget større end kollapsen: $t \gg 1/\gamma$.

Vi benytter os af omskrivningen

$$\frac{dJ_1}{dt} = 2\gamma(R_1 - R_2)J_1 J_2$$

$$2\gamma dt = \int_{J_1(0)}^{J_1(t)} \frac{\frac{dJ_1}{dt}}{\left(\frac{J_1}{|J_1|^2} - \frac{(1-J_1)}{|J_2|^2}\right)(1-J_1)J_1} \quad (2.74)$$

Bohm-Bub diskuterer, hvor lang tid det vil være rimeligt at antage ψ 'ernes tilbagevenden til en isotrop fordeling tager. Da de fleste systemer er enten i thermisk ligevegt eller kommer fra en kilde i thermisk ligevegt, antes det for rimeligt at antage, at denne tilbagevendende proces også er karakteriseret ved at være i thermisk ligevegt.

Den karakteristiske tid for thermale processer i relation til kvantemekanik er

$$\tau = \hbar/kT \approx 10^{-13} \text{ s} \quad (2.75)$$

ved stutemperatur. Da typiske målinger generelt involverer længere tid, må QM forventes ved målingen.

En anden mulighed var at relatere tilbagevendingstiden til levetiden af T_0 af den kvantemekaniske tilstand.

Mattuck har foreslægt 18), at γ er et udtryk for vekselvirkningen mellem stof og iagttageren herunder iagttagerns bevidsthed.

Modellen har en række interessante aspekter:

- 1/ Den reproducerer kvantemekanikkens resultater eksakt.
- 2/ Kollaps af bølgefunktionen er en kausal proces styret af et sæt ekstra observable samt deterministiske ligninger.
- 3/ Til beskrivelse af den tidslige udvikling af fysiske systemer foreslås en ligning

$$\dot{\psi}_i = \partial \psi_i / \partial t = \sum_j J_j (R_i - R_j) - (i/\hbar) \sum_j H_{ij} \psi_j \quad (2.76)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

- Hvoraf første led repræsenterer de makroskopiske omgivelseres virkning på systemet. Ligningen er ikke-lineær, ikke-lokal og irreversibel.
- 4/ Irreversibiliteten er et resultat af det første led i ligning (2.76), hvor det eksponentieltlignende henfald af $n-1$ komponenter af ψ_i (og vækst af én komponent) ikke er det reversible af en vækst i $n-1$ komponenter (og henfald af én).
 - 5/ Ikke-lokalitet betragtes af BB som et alvorligt problem, der begrænser teorien til ikke-relativistiske fænomener.

Det er derfor interessant, at teorien, med hensyn til spin-målinger på en enkelt Dirac-partikel har kunnet gøres relativistisk kovariant af Mattuck og Longtin [7]. De konkluderer dog, at en relativistisk generalisering af BB's model til at omfatte vekselvirkninger af EPR-typen, muligvis vil kræve indførslen af avancerede bølger, som foreslået af Beauregaard.

Hvis Kvæntemekanikken skulle "erstattes" af en skjult-variabel teori m.h.t. måleprocessen, meher vi at den mest lovende udvikling er centreret omkring Beauregaards tanker, og en relativistisk kovariant Bohm-Bub model, som påbegyndt af Mattuck og Longtin.

2.3.4 Skjulte variable teorier af lokal karakter.

Vi har allerede i afsnit 2.2 omtalt hele denne gruppe under betegnelsen objektivt lokale teorier. Karakteristik for disse teorier er deres nære relation til eksperimentelle situationer, hvorfor det er rimeligt at behandle disse i forbindelse med faktisk udførte eksperimenter, hvilket vi vil gøre i afsnit 2.4.

Referencer:

- 1) Belinfante, J. F. : A survey of Hidden-Variables theories, Pergamon Press, 1973.
- 2) Bohm, D., Bub, J. : A proposed solution of the measurement problem i Quantum Mechanics by a Hidden variable theory, Rev. Mod. Physics, vol 38, nr 3, 1966.
- 3) Papaliolios, C. : Experimental test of a Hidden-Variable Quantum theory, Physical Rev. Letters, Vol 18, nr. 15, 10 april 1967, p. 622 - 625.
- 4) Beauregard, G. C. : Nuov. Cim., 42B, (1977), p. 41.
- 5) Pegg, D. T. : Objective reality, causality and the Aspectexperiment, Physics Letters, vol 78A, nr 3, august 1980.
- 6) Jauch, J. M. : Foundations of Quantum Mechanics, Proceeding of the international School of Physics "Enrico Fermi", Course XLIX, ed B d'Espagnat, Academic Press, N. Y. 1971, p. 20 - 55.
- 7) Clauser, J. F., Horne, M. A. : Experimental Consequences of objective local theories, Phys. Rev. D, vol 10, nr 2, 1974, p. 526 - 535.
- 8) Marshall, T. W. : The Aspect experiment and return to reality, Physics Letters, vol 75A, jan 1980, p. 265 - 266.
- 9) Marshall, T. W. : The game of Quandice, Physics Letters, 25 august, 1975.
- 10) Fine, A. : Hidden Variables, Joint Probability and

- the Bell inequalities, Phys. Rev. Letters, februar 1982, vol 48, nr 5, p. 291 -295.
- 11) Gleason, A. M. : J. Math. Mech. 6, p. 685 ff., 1957.
 - 12) Kochen, S., Specker, E. P. : J. Math. Mech. 17, p. 59 1967.
 - 13) Belinfante, J. F. : som reference 1 p. 122.
 - 14) Wiener, N., Siegel, A. : Phys. Rev. 91, 1953, p. 1551ff.
 - 15) Wiener, N., Siegel, A. : Il Nuovo Cimento Suppl. 2, (4), 19551 p. 812 ff.
 - 16) Wiener, N. et al : Differential Space, Quantum Systems and Prediction, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1966.
 - 17) Mattuck, R. D., Longtin, L. : Relativistic covariant Bohm-Bub hidden variable theory for spin measurement on a single particle, p print, Fys Lab I, 1982.

2.4 Test af skjulte variable teorier.

2.4.1 Generelle bemærkninger.

Måske er det allerede af det foregående blevet klart, at vejen fra teori til et definitivt eksperiment er lang og trang. Men det skal blive meget værre endnu!

Efter Bell's 1964-bevis, og senere generalisering til at omfatte stochastiske lokale teorier, har der været udført en lang række korrelationsexperimenter for at teste varianter af teorier med skjulte variable mod kvantemekanikken.

d'Espagnat har bragt en oversigt over udførte eksperimenter 1), hvortil vi har tilføjet resultaterne af Wilson et al 2), Bruno et al 3), Papaliolios 4) og et foreløbigt resultat fra Aspecteksperimentet 5) som ikke involverer test af Einstein's separabilitet, da responset fra den ene polarisator ikke var space-like separeret fra den anden.

Som det fremgår af skemaet, har de eksperimentelle resultater i overvældende grad støttet kvantemekanikken. Selvom resultaterne ikke umiddelbart kan sammenlignes, da forskellige eksperimenter medfører forskellige udformninger af Bell's ulighed, og mange af eksperimentatorerne har udformet deres egne lokalitetsbetingelser, er der kun to af de 11 uafhængige eksperimenter der viser signifikant uoverensstemmelse med kvantemekanikken.

Vi skal diskutere disse to eksperimenter, samt Kasday et al 6), der giver overensstemmelse med kvantemekaniken. Valget af netop dette eksperiment beror på den meget omfattende gennemgang af fejlkilder, som giver et udmærket indblik i problemerne vedrørende test af LRT mod QM. Desuden vil vi se på Papaliolios's eksperiment, der hævder at teste Bohm-Bub's ikke lokale skjulte variable teori mod kvantemekanikken. Aspect-eksperimentet vil blive særskilt behandlet i afsnit 2.5.

Eksperimentatorer og år	Proces	Resultat
Papaliolios 1967	Lavfrekvente fotoner ud-sendt ved tungstenlampe.	QM
Freedmann et al 1972	Lavfrekvente fotoner ud-sendt ved overgang i calcium-atomer.	QM
Holt et al 1973	Lavfrekvente fotoner ud-sendt ved overgang i Hg ₁₉₈ .	<u>LRT</u>
Clauser 1976	Lavfrekvente fotoner ud-sendt ved overgang i Hg ₂₀₂ *	QM
Fry et al 1976	Lavfrekvente fotoner ud-sendt ved overgang i Hg ₂₀₀ *	QM
Aspect et al 1981	Lavfrekvente fotoner-cascade eksperiment. $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$	QM
Faraci et al 1974	Højfrekvente γ -stråler fra positronkilde ²² Na.	<u>LRT</u>
Kasday et al 1975	Højfrekvente γ -stråler fra positroniumannihilation ⁶⁴ Cu-kilde.	QM
Wilson et al 1976	Højfrekvente γ -stråler fra positroniumannihilation ⁶⁴ Cu-kilde.	QM
Bruno et al 1977	Højfrekvente γ -stråler fra positronkilde ²² Na.	QM
M Lamahi-Rachti et al 1976	Proton-par i singlet-stand	QM

2.4.2 Eksperimentelle vanskeligheder ved test af skjulte variable teorier.

En af de grundlæggende årsager til overhovedet at udvikle skjulte-variable teorier er, at relativitetsteorierne forbryder udbredelsen af noget signal med større hastighed end lysets, og at dette - efter forfatterne af de skjulte variable teorier - brydes af kvantemekanikens kollapspostulat. Denne indvending - hvadenten den er korrekt eller ej - må kræve en langt mere omhyggelig behandling, end de indvendinger der beskæftiger sig med upræcise filosofiske begreber som realisme, kausalitet, ufuldstændighed, ect.

Det kan derfor virke noget malplaceret, at ingen eksperimenter er blevet udført med et space-like interval mellem polarisatorernes indstilling, da den tid der er rædighed for en hypotetisk signaltransmission mellem disse er større end L/c, hvor L er afstanden mellem polarisatorerne. Med andre ord 4-vektoren

$$S^{21} = \sum_{i=0}^3 g_i (x_i^2 - x_i^1)^2 < 0$$

$$g_0 = -1, g_1 = g_2 = g_3 = 1$$

hvor $(S^{21})^{\frac{1}{2}}$ repræsenterer afstanden mellem begivenhederne : foton 2 og foton 1's polarisation. S^{21} skal være større end nul, for at denne afstand er space-like. Hvis S^{21} - som her - er negativ, er intervallet mellem begivenhederne time-like.

Årsager til dette, er de meget vanskelige eksperimentelle betingelser for at udføre testen space-like. Dette kan i principippet gøres ved at rotere polarisatorerne meget hurtigt, eller øge afstanden mellem disse. Men fluktuerende polarisatorer ødelægger sædvanligvis emisionen, eller depolariserer i bedste fald denne, og

med en øget afstand består også en øget mulighed for detectionsfejl. Som vi senere skal se, er det lykkedes Aspectgruppen at overvinde disse problemer, og selvom der endnu ikke foreligger resultater med akustisk-optiske polarisatorer - og dermed space-like interval mellem begivenhederne - forventes disse "snart".

To indvendinger må påpeges. For det første beskæftiger Einstein's relativitetsteorier sig strengt taget kun med transport af energi i form af elektromagnetisk stråling. Det er ikke en fysisk informationsteori, og udtaler sig følgeligt ikke direkte om transport af information. Det kan derfor tænkes, at en teori der involverer transport af information med en større hastighed end lyset ikke nødvendigvis er i modstrid med, at lysets hastighed er den maksimale for transport af energi.

Det er blevet fremhævet, at korrelationen kunne opstå senere under eksperimentet, ja at den egentlige kollaps af bølgefunktionen først finder sted når eksperimentatoren ser på resultatet! Selvom sådanne forhold ikke kan udelukkes, forekommer de, ligesom den første indvending, på nuværende tidspunkt at være udenfor videnskabelig kontrol, hvorfor de ikke skal tages yderligere i betragtning. Clauser og Shimony 7) har yderligere påpeget, at et sådant argument kan bruges ad hoc til at forkaste alle eksperimentelle data, og derfor alene af metodologiske grunde virker uacceptablt.

Som det fremgår af skemaet, er lo af de 11 eksperimente udført ved fotoner. To måleprocesser kommer på tale:

1/ Comptonspredning med fotoner.

For at måle på højfrekvente fotoner ved positroniumannihilation benyttes Comptonspredning, som vi skal se på ved Kasday et al's eksperiment. Ved denne metode antages, at de resultater der hypotetisk kunne være opnået med en ideel polarisator, og dem som opnås ved Comptonspredning, er korrekt relateret af kvantemekanikken, hvilket

indicerer, at de fotoner der rammer Comptonpolarimetret er i en fysisk tilstand der kan beskrives ved kvantemekanikken, hvilket er i direkte konflikt med Bell's ulighed. Clauser og Shimony har derfor foreslægt 8) at korrelationeksperimenter bør udføres som foton-cascade-eksperimenter.

2/ Cascade-eksperimenter med fotoner.

Ved cascade-eksperimenter antages ingen direkte relation mellem en ideel-analysator og kvantemekanikken, men eks. at sandsynligheden for en detection af en udsendt foton ved tilstedeværelsen af en polarisator er mindre end eller lig sandsynligheden for en detection når der ikke er nogen polarisator mellem kilde og detector. 9)

Som vi så i afsnit 2.2 fører denne plausible antagelse til en form af Bell's ulighed, der er direkte anvendelig ved test mellem lokal realistiske teorier og kvantemekanikken og som danner grundlaget for Aspecteksperimentets foton-cascade-eksperiment.

Tidsforsinkelsen mellem de udsendte fotoner øger følgelig kravet til det eksperimentelle udstyr, hvis der skal være et space-like interval mellem polarisatorernes respons, men udgør dog ikke noget uoverkomeligt problem, som vi skal se i afsnit 2.5.

Sluttelig er det fremhævet af Marshall 10) at tilstedeværelsen af stof (f. eks. i form af polarisatorer) øger sansynligheden for emission af lys, og dermed også sansynligheden for en tælling, i modstrid med Clauser og Shimony's antagelse. Men da Marshall's indvending ikke bygger på nogle konkrete måleresultatet for korrelationsexperimenter, er det ikke muligt at sige noget om effekten af denne øgede emissionsintensitet.

3/ Eksperiment med proton-proton spredning.

M. Lamehi-Rachti et al 11) har udført et proton-proton

spredningsforsøg med måling af spinkorrelationer forbredt med lav-energi S-bølgespredning. Den geometriske opstilling bevirker, at analysatorerne kun er følsomme for transversalcomponenten af spinnet, og da $\theta_{cm} = 90^\circ$ (se figur)

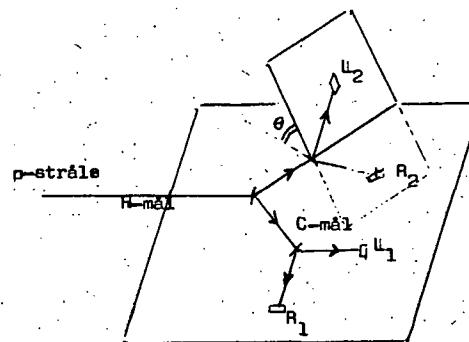


Fig 1. Prøton-prøton-spredning af Lamehi-Rahti et al.

bliver korrelationen af formen

$$E(a,b) = C \cos a \cdot \cos b \quad (2.77)$$

som ikke kan bryde Bell's ulighed (hverken den deterministiske eller stochastiske) for nogen værdi af $c(\neq 1)$. Desuden kræver eksperimentet det samme forhold mellem en hypotetisk idéel polarisator og kvantemekanikken som positroniumannihilation.

Konklusionen på disse betragtninger er derfor, at foton-cascade-eksperimenter er at foretrække, fordi disse kræver de svageste ekstra antagelser, for at producere Bell's ulighed på en form, der kan gøres til genstand for eks-

perimentelle test.

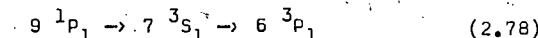
At sådanne ekstra antagelser må gøres, er vist af Clauser og Horne 12) idet der ellers kan konstrueres en lokal realistisk teori som giver overensstemmelse med kvantemekanikken.

Clauser og Shimony 13) påpeger imidlertid et meget vigtigt aspekt ved foton-eksperimenterne: Generelt gælder det, at meget effektive polarisationsanalysatorer kun kan produceres for lavfrekvente fotoner medens der må benyttes detectorer (f.eks. i forbindelse med Compton-spredning) for højfrekvente fotoner. Vi skal vende tilbage til dette problem i 3. del, men her nævne, at detectorerne pålægger strengere ekstra-antagelser for at kunne producere en brugbar udgave af Bell's ulighed, antagelser som gør det nemmere at opnå kvantemekanikkens korrelationskurver.

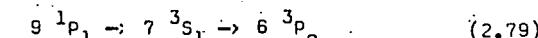
Clauser og Shimony mener, at problemerne muligvis kan løses ved at benytte Stern-Gerlach magnetter som analysatorer, ved måling på dissociationele fra metastabile molekyler.

2.4.3 Eksperimenter.

Holt og Pipken's eksperiment 14) var oprindeligt en bestemmelse af middellevetiden for den metastabile tilstand 7^3S , i ^{198}Hg ved kaskaden.



se figur 2. Som det ses af figuren, er der yderligere mulighed for kaskaden



Ved overgangen $9^1P_1 \rightarrow 7^3S_1$, udsendes fotoner med en frekvens på $\sim 5,3 \cdot 10^{14}$ Hz (5676 Å), hvis polarisationstilstand er korreleret med fotonerne udsendt ved overgangen $7^3S_1 \rightarrow 6^3P_0$, med en frekvens på $\sim 7,4 \cdot 10^{14}$ Hz (4047 Å).

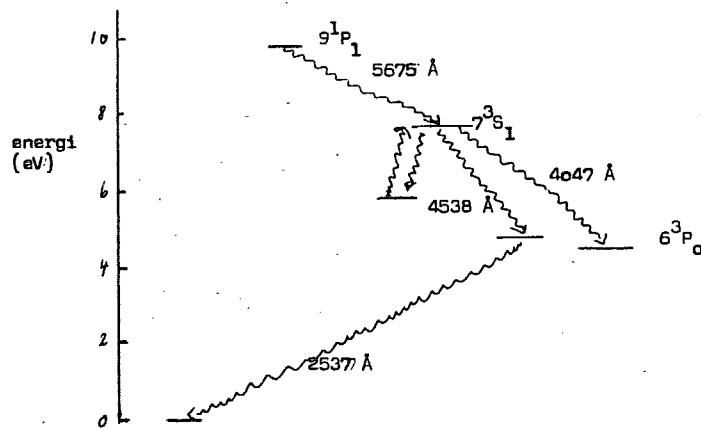


Fig 2 Partielt niveauskeme for ^{198}Hg delvist efter Clauser og Shimony 7.

Holt og Pipkin's eksperimentelle resultater danner dermed også grundlaget for et korrelationsexperiment af EPR-typen, som omtalt af Clauser og Shimony 15)

Som polarisationsanalysatorer blev benyttet calcitprismere, med den målte transmission

$$\mathcal{E}_M^1 = 0,910 \pm 0,001$$

$$\mathcal{E}_M^2 = 0,880 \pm 0,001$$

$$\mathcal{E}_m^1 = 10^{-4}$$

$$\mathcal{E}_m^2 = 10^{-4} \quad (2.80)$$

hvor \mathcal{E}_M er den maksimale transmission, \mathcal{E}_m den minimale transmission. Se iøvrigt afsnit 2.3. Kvantemekanikken udsiger for eksperimentet, at coinsidensbrøken

$$\left[\frac{R(3\pi/8) - R(\pi/8)}{R_0} \right]_{QM} = 0,333 - 0,067 \\ = 0,266 \quad (2.81)$$

Bell's ulighed giver (afsnit 2.2) for dette tilfælde

$$\left[\frac{R(3\pi/8) - R(\pi/8)}{R_0} \right]_{Bell} = 0,250 \quad (2.82)$$

Det eksperimentelle resultat gav

$$\left[\frac{R(3\pi/8) - R(\pi/8)}{R_0} \right]_{exp.} = 0,316 \pm 0,011 - 0,099 \pm 0,009 = 0,216 \pm 0,013 \quad (2.83)$$

med 154,5 coincidenstållinger pr. time.

Resultatet bryder altså med kvantemekanikken, og giver en korrelation noget lavere den maksimalt tilladelige af Bell. Der er mange årsager til ikke at fåste lid til resultatet. Clauser 14) gentog forsøget med ^{202}Hg og samme excitationsmekanisme (100 eV-elektronstråle) samt "stabler" af polarisatorer (se senere afsnit 2.5) med transmissionen

$$\mathcal{E}_M^1 = 0,965 \quad \mathcal{E}_M^2 = 0,972$$

$$\mathcal{E}_m^1 = 0,011 \quad \mathcal{E}_m^2 = 0,008 \quad (2.84)$$

Foran polarisationsanalysatorerne er anbragt en linse, som får lyset til at falde normalt på disse. Linsen samler lyset i en kegle med halvcirklen $\frac{\pi}{2} = 18,6^\circ$ (Holt og Pipkin har $\frac{\pi}{2} = 13^\circ$.)

Kvantemekanikken foreskriver i denne situation

$$\left[\frac{R(3\pi/8)}{R(\pi/8)} - \frac{R(\pi/8)}{R(0)} \right]_{QM} = 0,2841 \quad (2.85)$$

med 412 coinsidenstillinger pr. time blev resultatet

$$\left[\frac{R(3\pi/8)}{R(\pi/8)} - \frac{R(\pi/8)}{R(0)} \right]_{exp.} = 0,2885 \pm 0,0093 \quad (2.86)$$

i meget fin overensstemmelse med kvantemekanikken.

Clauser og Shimony tilføjer 15), at Holt og Pipkin ikke gentog eksperimentet, efter at have fundet spændinger i væggene på den kolbe, som blev benyttet til at indeholde elektronkanonen og Hg-dampene.

Kommentar.

Forskellen mellem Holt et al og Clausers eksperiment er centreret omkring kilderne, hhv ^{198}Hg og ^{202}Hg , samt polarisationsanalysatorerne, hhv calciumkarbonatprisme (CaCO_3) og "pile of plates"-polarisatorer. Det er svært at se, at nogle af disse forhold skulle være årsag til det divergerende resultat, men det faktum, at Holt og Pipkin ikke gentog forsøget efter at have fundet fejl i det eksperimentelle udstyr, gør det sansynligt at Clauser's resultat er det korrekte.

Faraci et al 16) lader en ^{22}Na positronkilde annihiieres i en plexiglascontainer, og på grund af den eksperimentelle opstilling kan triplettilstanden negligeres. De udsendte γ -stråler har en frekvens på $\sim 1,6 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$

og er parvis korrelerede i polarisation, med modsatrettet bevægelsesretning, som analyseres med Comptonspredere S_1 og S_2 (se figur 3.).

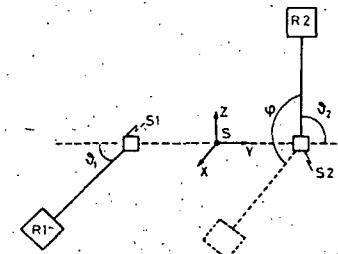


Fig. 3. Faraci et al. Eksperimentel opstilling.

Spredningsvinklerne θ_1 og θ_2 , samt den azimutale vinkel ϕ mellem de to spredere kan varieres. I fig 4. har vi afbilledt coincidensbroen

$$\frac{N(\theta_1, \theta_2, \phi)}{N(\theta_1, \theta_2, 0)} = \frac{N(60^\circ, 60^\circ, \phi)}{N(60^\circ, 60^\circ, 0)} \quad (2.87)$$

som en funktion af den azimutale vinkel ϕ (se figur 3.).

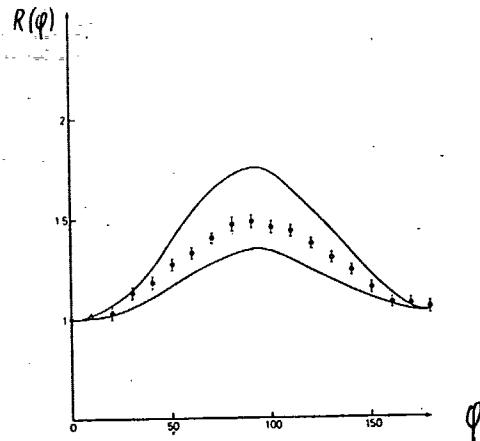


Fig 4. Faraci et al: Anisotropibrok som funktion af azimuthalvinkel.

Den øverste kurve viser QM, den mellemste de eksperimentelle resultater, og den nederste viser Jauch og Bohm's korrelationskurve, der er en model for en lokal realistisk teori 18) og 20)

Forsøgsresultatet giver tydeligvis ingen mulighed for valg af QM eller LTR. Derfor blev forsøget gentaget 17) med et resultat der i den ekstreme grænse kunne tillades af den nederste kurve, og dermed Bell's ulighed for dette forsøg. Desuden viste resultaterne, at korrelationens styrke afhæng af afstanden mellem kilde og spredere, i overensstemmelse med Jauch's antagelse om, at tilstandsvektoren ændre sig til produkt af tilstændte større end Coherenslængden for (her) positroniumannihilationsprocessen, der er ca. 7 cm, hvis vi økvivalerer denne med længden af den bølgepakke der produceres under middellevetiden for den tilstand, hvis henfald producerer fotonerne. Jauch har begrundet denne afstansafhæn-

gighed ud fra axiomatisk kvanteteori 18)

Spørgsmålet om korrelationens afstandefhængighed bliver taget op i kapitel 3.

Kommentar.

Wilson et al 2) og Bruno et al 3) har gentaget Faraci et al's eksperiment med hhv en ^{64}Cu -kilde og en ^{22}Na -kilde, begge får overensstemmelse med kvantemekanikken. For at skelne korrelationerne fra flerdobbelte spredningsbegivenheder (en foton spredes mere end en gang i scatteren, og korrelationen tabes) pålagde begge grupper en energisum-begrænsning, idet det må antages at nogle af disse dobbelte spredte fotoner kommer ud med samme energi som de enkeltspredte. Estimationen ligger omkring $3,5 \pm 3,5\%$ for dette, ifølge Kasday et al 21), der opindeligt har foretaget beregningen.

En begrænsning for alle forsøg er dog de ekstra antagelser der må gøres ved anvendelse af Comptonspredning til korrelationsexperimenter, som tidligere omtalt.

Sansynligheden for at observere en foton bliver en funktion af Klein-Nishina tværsnittet for Comptonspredning, således at vinkelspredningsfordelingen afhænger af KN-formlen. Men dette er ens for alle tre forsøg.

Konklusionen må dog være, at Faraci et al's resultat skyldes systematiske fejl i såvel det eksperimentelle udstyr som i den benyttede beregningsmetode for at estimere korrelationen.

Kasday et al 6) lader ^{64}Cu -positron kilde annihilere, med udsendelse af bl. a. γ -stråler. Se figur 5. Frekvensen er $2,4 \cdot 10^{20}\text{Hz}$ (1MeV) og den valgte geometri, se figur 6, betyder måling på fotoner med modsat rettet bevægelse og en spinkorrelation givet ved

$$\gamma = \frac{|xy\rangle - |xy\rangle}{\sqrt{2}} \quad (2.88)$$

som allerede gennemgået i afsnit 1.4.

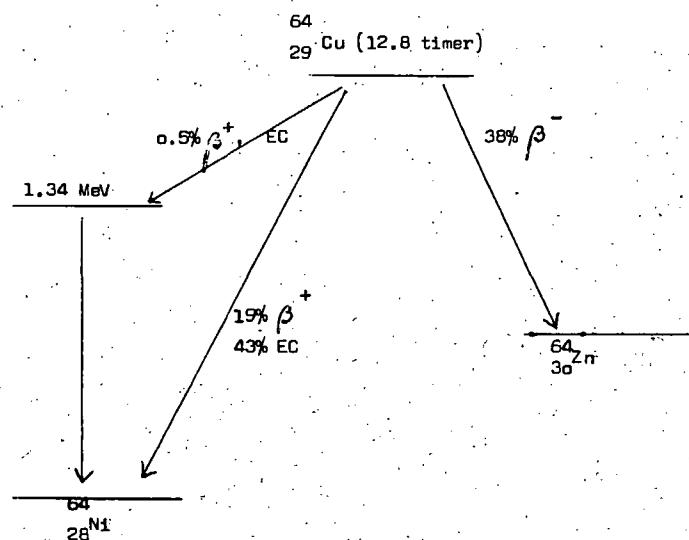


Fig. 5. Kasday et al. Henfaldsskema ^{64}Cu .

Sansynligheden for at finde de to spredte fotoner som en funktion af deres energi E_1 , E_2 , spredningsvinkler ϕ_1 , ϕ_2 , Klein-Nishinatværtsnittet $F(E)$ og en funktion $m(E)$ der antager sin maksimale værdi når E er \sim hælfvældelen af elektronens hvilemasse ($\theta=82^\circ$), er:

$$p = \frac{1}{4\pi^2} F(E_1) F(E_2) \left[1 - m(E_1)m(E_2) \cos 2(\phi_2 - \phi_1) \right]$$

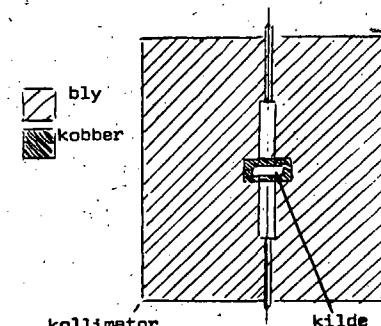
med

$$m(E) = \frac{\sin^2 \theta}{\chi(E_0/E)} \quad (2.89)$$

Istedet for at måle en simpel coinsidensbrøk som funktion af azimuthalvinkel ($\phi_2 - \phi_1$), målte Kasday et al størrelsen

$$R(\phi_1, \phi_2, e_1, e_2) = \frac{N/N_{ss}}{(n_1/N_{ss})(n_2/N_{ss})} \quad (2.90)$$

a) Kollimator, kildeholder og kilde



b) udvidet skala

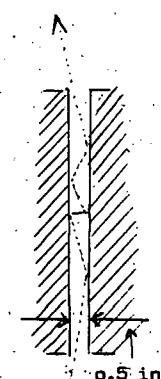


Fig. 6. Kasday et al.: Eksperimentel opstilling.

hvor:

N_{ss} = antal gange de to fotoner comptonspredes.

N = antal gange de to fotoner comptonspredes og begge fotoner detecteres.

n_1 = antal gange de to fotoner comptonspredes og kun foton 1 detecteres.

n_2 = antal gange de to fotoner comptonspredes og kun foton 2 detecteres.

ϕ_1, ϕ_2 = de azimuthale vinkler bly-slitserne er placeret (at skelne fra ϕ_1 og ϕ_2 som refererer til fotonerne).

Hvis det nu antages, at kilde, spredere og detectorer er meget små, polarisationen af fotonerne er som i ligning (2.88), og hver foton Comptonspredes én gang, fås værdier for R

$$R(\phi_1 \phi_2) = 1 - m(e_1)m(e_2) \cos 2(\phi_2 - \phi_1)$$

$$= A + B \cos 2(\phi_2 - \phi_1) \quad (2.91)$$

Kasday et al modificerer (2.91) med en række geometriske faktorer af størrelsesordenen nogle få procent. De vigtigste var

vinkelvidden af slitserne	$5 \pm 0,5\%$
dobbeltspredning i scatterne	$3,5 \pm 3,5\%$
Chance-coinsidens	$\sim 1,3\%$

figur 7 viser resultatet af målingerne. Bollerne o indicerer måleresultater, den fuldt optrukne linie kantemekanikkens forudsigelse for resultatet!

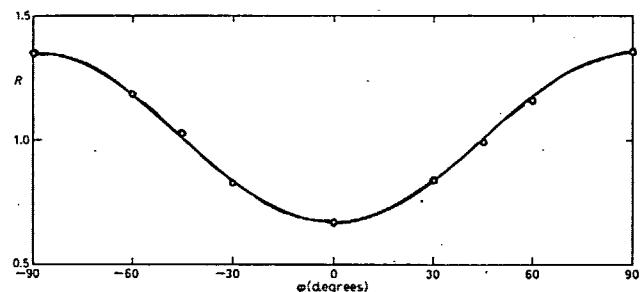


Fig 7. Kasday et al eksperimentelle resultater.

Kommentar.

Vi har allerede tidligere diskuteret forudsætningerne for korrelationsekspertementer med Comptonspredning, og skal derfor ikke kommentere dette yderligere. Vi anser koblingen mellem hele den kvantemekaniske beskrivelsesformalisme og eksperimentsbeskrivelse for at være alt for stærk. Forudsætningen om, at fotonerne inden detectionen er i en af kvantemekanikken veldefineret tilstand bryder med grundlaget for en realistisk test.

Ser vi bort fra dette, og antager, at denne beskrivelsesmechanisme uden nogen alvorlige problemer kunne ændres til at omfatte grundlaget for Bell's ulighed, er eksperimentet en excellent bekræftelse på kvantemekanikken.

Slutteligt skal vi diskutere et eksperiment, der hævder at teste den i afsnit 2.3 omtalte Bohm-Bub model mod kvantemekanikken. Papaliolios 19) ønsker at teste Bohm-Bub's model med skjulte variable mod kvantemekanikken. Til hver foton associeres den sædvanlige kvantemekaniske bølgefunktion $\psi = \psi_1|a_1\rangle + \psi_2|a_2\rangle$, hvor $|a_1\rangle, |a_2\rangle$ danner det orthogonale basissæt. Hvor kvadratet på amplituden ψ_1, ψ_2 bestemmer sansynligheden for at observere hhv a_1 og a_2 . Bølgefunktionen kan normaliseres, så $|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = 1$. Som antaget af Bohm-Bub associeres yderligere skjulte variable β_1, β_2 , hvor $|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2 = 1$. Observationer er herved ifølge Bohm-Bub teorien fuldstændig forudsigelige, idet vi får værdien $|a_1\rangle$ hvis $|\psi_1| > |\psi_2|$ og værdien $|a_2\rangle$, hvis $|\psi_1| < |\psi_2|$. Den sædvanlige kvantemekaniske beskrivelse opnås hvis β_1 antages at være isotrop fordelt i det komplekse rum hvori β_1 er defineret (indenfor en enhedscirkel.) Papaliolios's argumentation er, at hvis en måling foretages inden for tiden $t < h/kT \sim 10^{-13}$ s ved stuetemperatur, vil de skjulte variable relaxere tilbage til denne isotrope fordeling, hvis vi tidligere har præpareret systemet med en bestemt værdi β_1 .

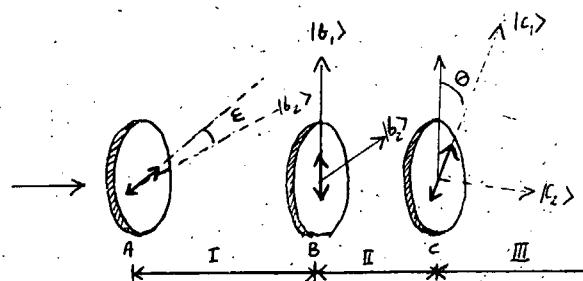


fig. 8 Papaliolios. Eksperimentel opstilling.

To polarisatorer med næsten orthogonale akser bringer de indkomne fotoner i en veldefineret kvantemekanisk tilstand; kun de fotoner for hvilket det gælder, at $|\psi_1| > |\beta_1|$ vil passere, idet fotonerne mellem A og B er i en tilstand defineret ved

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_1 |b_1\rangle + \psi_2 |b_2\rangle \\ &= \sin \xi |b_1\rangle + \cos \xi |b_2\rangle\end{aligned}\quad (2.92)$$

idet ξ er den retning A's polarisator har (se fig. 8). Alle fotoner med $|\psi_1| < |\beta_1|$ vil gå til tilstanden $|b_2\rangle$ og blive absorberet. Mange fotoner vil blive absorberet fordi $\sin \xi$ er næsten nul, og kun fotoner med $|\psi_1| > |\beta_1|$ vil passere. Efter passagen af polarisator B er β_1 defineret af denne, og starter nu relaxation tilbage til en isotrop fordeling i tidsrummet $t \sim h/kT$. Placeres nu en polarisator C, med en afstand $x < c\ell$ fra B, vil denne relaxation ikke kunne nås, og $|\beta_1| < \sin \xi$. Udfaldet vil være givet, i termen af C:

$$\begin{aligned}|b_1\rangle &= \cos \theta |c_1\rangle + \sin \theta |c_2\rangle \\ |b_2\rangle &= -\sin \theta |c_1\rangle + \cos \theta |c_2\rangle\end{aligned}\quad (2.93)$$

i denne nye repræsentation kan vi skrive

$$\begin{aligned}\psi_1^{(a)} &= \cos \theta \psi_1^{(b)} + \sin \theta \psi_2^{(b)} \\ \beta_1^{(a)} &= \cos \theta \beta_1^{(b)} + \sin \theta \beta_2^{(b)}\end{aligned}\quad (2.94)$$

Da bølgefunktionen af enhver foton som kommer igennem polarisator B vil være $\psi = |c_1\rangle$ må $|\psi_1^{(a)}| > |\beta_1^{(a)}|$ imellem A og B. Vi kan omskrive denne ulighed til

$$\psi_1^{(a)} \cos \theta + \sin \theta \psi_2^{(a)} = \cos \theta \beta_1^{(a)} + \sin \theta \beta_2^{(a)} \quad (2.95)$$

Da $\psi_1^{(a)} = 1$, $\psi_2^{(a)} = 0$ mellem A og B får vi

$$\begin{aligned}|\cos \theta| &> |\cos \theta \beta_1^{(a)} + \sin \theta \beta_2^{(a)}| \Rightarrow \\ \cos^2 \theta &> \cos^2 \theta \beta_1^{(a)2} + \sin^2 \theta \beta_2^{(a)2} + 2 \beta_1^{(a)} \beta_2^{(a)} \\ &\quad \sin \theta \cos \theta \Rightarrow\end{aligned}$$

$$0 > \cos^2 \theta (\beta_1^{(a)2} - 1) + \sin^2 \theta \beta_2^{(a)2} + 2 \beta_1^{(a)} \beta_2^{(a)} \sin \theta \cos \theta \Rightarrow$$

$$0 > \frac{\cos^2 \theta (\beta_1^{(a)2} - 1) + \sin^2 \theta \beta_2^{(a)2}}{|\beta_2^{(a)}|^2} +$$

$$\frac{2 \beta_1^{(a)} \beta_2^{(a)} \sin \theta \cos \theta}{|\beta_2^{(a)}|^2} \quad (2.96)$$

idet $\|\vec{y}_1\|^2 - 1 = \|\vec{y}_2\|^2$ fås

$$0 > \sin^2\theta - \cos^2\theta + \frac{2\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2}{\|\vec{y}_2\|^2} 2\sin\theta\cos\theta \Rightarrow$$

$$\frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{2\sin\theta\cos\theta} > \frac{\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2}{\|\vec{y}_2\|^2} \quad (2.97)$$

vi udnytter nu, at $(1-\tan^2\theta/2\tan\theta) = 1/\tan 2\theta = (\cos^2\theta - \sin^2\theta/2\sin\theta\cos\theta)$ til omstyrningen

$$\frac{1 - \tan^2\theta}{2\tan\theta} > \frac{\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2}{\|\vec{y}_2\|^2} \quad (2.98)$$

Projektionen af \vec{y}_1 på \vec{y}_2 er givet ved

$$\vec{y}_1(\text{på } \vec{y}_2) = \frac{\|\vec{y}_1\|}{\|\vec{y}_2\|} \cos\alpha \vec{y}_2 \quad (2.99)$$

hvor α er vinklen mellem \vec{y}_1 og \vec{y}_2 . Desuden gælder, at

$$\vec{y}_1(\text{på } \vec{y}_2) = \frac{\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2}{\|\vec{y}_2\|^2} \vec{y}_2 \quad (2.100)$$

eller

$$\frac{\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2}{\|\vec{y}_2\|^2} = \frac{\|\vec{y}_1\|}{\|\vec{y}_2\|} \cos\alpha \quad (2.101)$$

hvorved vi kan skrive (2.98) som

$$\frac{1 - \tan^2\theta}{2\tan\theta} > \frac{\|\vec{y}_1\|}{\|\vec{y}_2\|} \cos\alpha \quad (2.102)$$

Papaliolios angiver ikke disse mellemregninger, så det er ikke muligt at sige, hvor han regner galt. Papaliolios får et resultat hvor venstre side kun er halvt så stor, således at færre fotoner passerer gennem C i Papaliolios's model.

Idet $|\vec{y}_1| |\vec{y}_2|_{\max}^{(b)} = \tan\epsilon$ og $\cos\alpha_{\max} = 1$ fås, at uligheden (2.102) er opfyldt hvis

$$\frac{1 - \tan^2\theta}{2\tan\theta} > \tan\epsilon \quad (2.103)$$

Idet $\tan(\pi/4 - \theta) = (1 - \tan\theta/1 + \tan\theta)$ fås

$$1 - \tan^2\theta = (1 + \tan\theta)^2 (\tan\pi/4 - \theta) \quad (2.104)$$

udnyttes endvidere, at

$$\tan^2(\pi/4 - \theta) = (1 - \tan\theta)^2 / (1 + \tan\theta)^2 \quad (2.105)$$

fås, efter en del mellemregninger, at

$$\frac{2\tan(\pi/4 - \theta)}{1 - \tan^2(\pi/4 - \theta)} > \tan\epsilon \quad (2.106)$$

hvis en foton skal transmitteres gennem polarisator C, må det derfor gælde, at

$$\theta < \pi/4 - \epsilon/2 \quad (2.107)$$

Desuden skal $\theta > 0$, så den fuldstændige betingelse for transmission gennem C er

$$0 < \theta < \frac{\pi}{4} - \frac{\epsilon}{2} \quad (2.108)$$

Med tilsvarende argumenter kan det vises, at der ikke vil være nogen fototransmission, hvis $\theta = \frac{\pi}{4} > \frac{\epsilon}{2}$, hvilket medfører, at

$$\frac{1}{2}\pi > \theta > \frac{\epsilon}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (2.109)$$

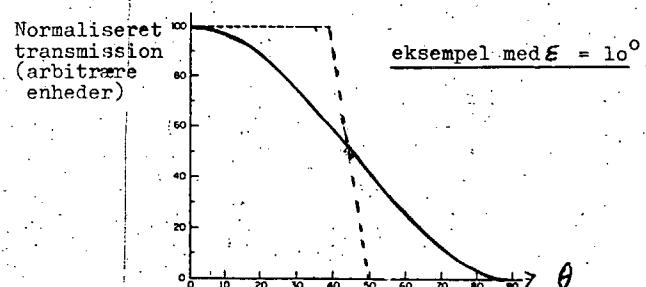


fig.9 Transmissionskurve som funktion af θ . Den fuldt optrukne linie er kvantmekanikkens kurve, den stiplede linie en revideret udgave af Papaliolios. ($\epsilon = 10^0$)

Der kan indvendes meget mod Papaliolios's argumentation. Bortset fra, at transmissionen er større end den af Papaliolios antagede, og at vi savner en teoretisk forståelse for valget af relaxationstiden τ , er der stadig den væsentligste årsag til at afvise modellen tilbage: Det er ikke en måling vi foretager ved A og B, men præparationer. Følgelig sker der heller ingen kollaps af {'erne fra en isotrop fordeling.

Det er selvfølgeligt vigtigt her at definere, hvor skillelinien mellem præparation og måling med rimelighed kan fastlægges. Meyer [21] citerer Brun-Hansen for at lægge denne skillelinie ved om der er brud på dynamisk lukkethed eller ej. Kriteriet virker rimeligt, og betyder som anført, at Papaliolios udfører en præparation og ikke en måling i eksperimentet.

Af ovennævnte grund mener vi derfor ikke, at Papaliolios's eksperiment er en test af Bohm-Bubs skjulte-variable teorier, eller en fastlæggelse af en øvre grænse for relaxationstiden.

- 1) d'Espagnat, B; The Quantum Theory and Reality, Scientific American, nov. 1979, p. 136
- 2) Wilson A.R., Love J & Bull D.K.; J.Phys.G.:Nucl.Phys. 2, 1976 p.613-24
- 3) Bruno M, d'Agostino M, Marconi C; Nuovo Cimento, 40, B 142-52, 1977
- 4) Papaliolios, C; Experimental test of hidden variable Quantum Theory, Phys. Rev. Letters, Vol. 18, nr. 15, 1967, p.622-625
- 5) Aspect, A; Experimental test of local theories via Bell's theorem, Phys. Rev. Letter's, Vol. 47, nr. 7, 1981, p. 460-463.
- 6) Kasday, L.R., Ullmann J.D., Wu C.S.; Angular correlation of Compton-scattered annihilation photon's and hidden variables, IL Nuovo Cimento, Vol 25 B, nr. 2, 1975.
- 7) Clauser J.F., Shimony A; Bell's theorem:experimental test and implications, Rep. Prog. Phys., Vol 41, 1978, p. 1921
- 8) Clauser J.F., Shimony A; som reference 7, p. 1903 ff.
- 9) Clauser J.F. & Horne M.A; Phys. Rev D 10, p. 526-35, 1974
- 10) Marshall, T.W.; The Aspect experiment and the return to reality, Phys. Letters, Vol. 75 A, nr. 1, januar 1980
- 11) Lamehi-Rachti M & Mittig W; Phys.Rev. 14, 1976, p. 2453-55

- 12) Clauser, J.F., Shimony A: som ref. 7, p. 1912 (CS giver kommentar til CH)
- 13) Clauser, J.F., Shimony A: som reference 7, p. 1920
- 14) Holt R.A., Pipkin F.M.: Precision measurement of the life-time og the 7S_1 - state of atomic mercury, Phys. Rev. A, Vol. 19, nr. 2, 1974, p. 581-584
- 15) Clauser, J.F., Shimony A: som reference 7, p. 1910
- 16) Faraci G., Gutkowski D., Notarrigo S., Pennisi A.R.: Angular correlation of scattered annihilation photon's to test possibility of Hidden Variables in Quantum Theory, Applied Physics 5, 63-65, 1974.
- 17) Faraci et al: Lett. Nuovo Cim. 9, 607-11, 1974
- 18) Jauch, J.M.: Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings og the international School of Physics "Enrico Fermi", Course XLIX, ed. d'Espagnat, Academic Press, N.Y. 1971 p. 20-55.
- 19) Papaliolios C: som reference 4.
- 20) Bohm D., Aharonov Y: Phys. Rev. 108, 1070, 1957
- 21) Meyer, T: Måleproblemet i kvantefysikken, KU, Fys. Lab I, 1975, p. 167.

2.5 Aspecteksperimentet.

2.5.1 Indledende bemerkninger.

I 1975 foreslog Aspect 1), at der blev udført en test af kvantemekanikken mod en lokal realistisk teori, der opfyldte et særligt lokalitetspostulat, kaldet Einsteins separabilitetsprincip. Aspects begrundelse var den følgende:

De lokalt realistiske teorier, der opfyldte Bell's lokalitetspostulat - at resultatet af en måling på ét fysisk system ikke kunne være påvirket af operationer udført på et andet fysisk system, selvom systemerne tidligere havde vekselvirket - ville alle blive udelukket, hvis et korrelationeksperiment støttede kvantemekanikken, selvom begivenhederne ikke var spacelike separeret i relativistisk forstand.

Derimod ville teorier, der antog en signaltransmission mellem polarisatorerne, ikke kunne udelukkes. Da disse teorier med rette kan betragtes som lokalt realistiske, ville en skærpelse af de eksperimentelle betingelser være ønskelig, således at afstanden mellem målebegivenhederne blev spacelike; denne skærpelse af de eksperimentelle omstændigheder ville nemlig kunne mildne kravet til lokalitetspostulatet, således at klassen af objektivt lokale teorier kunne udelukkes, uden at klassen af lokale teorier med signaltransmission blev det. Et sådant skærpet eksperiment ville omvent automatisk udelukke objektivt lokale teorier, hvis teorier med signaltransmission blev udelukket.

Det mildere lokalitetskrav kaldes Einstein's separabilitetsprincip, og formuleredes af Aspect i 1976 2) for det påtænkte eksperiment på følgende måde:

"Indstillingen af et måleapparat til et bestemt tidspunkt (begivenhed A) påvirker ikke resultatet ved et andet måleapparat (begivenhed B), hvis begivenheden B ikke er i den forlæns lyskugle til begivenheden A. Ej..

heller kan indstillingen påvirke den måde partikler udsendes fra en kilde på hvis udsendelsesbegivenheden ikke er i den forlæns lyskugle til begivenheden A."

Forskellen mellem Einstein's separabilitetsprincip og Bell's lokalitetspostulat ligger deri, at responset fra én polarisator godt kan afhænge af orienteringen af en anden polarisator, blot indflydelsen fra den ene polarisator til den anden polarisator ikke udbredes med en større hastighed end lysets.

2.5.2 Teoretisk grundlag for eksperimentet.(I)

For at kunne udføre det skærpede eksperiment, foreslog Aspect en eksperimentel opstilling som fig. 1

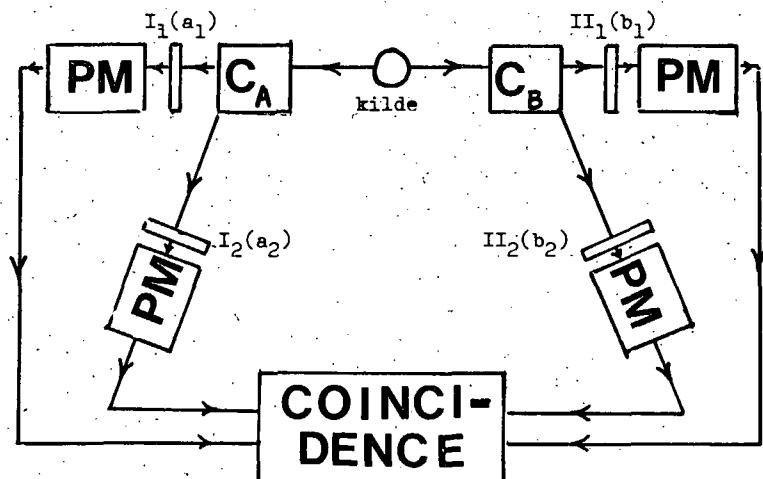


fig. 1 Principskitse til test af Einsteinseparabilitet.

Fra kilden udsendes fotoner ν_A mod polarisator $I_1(a_1)$ ved hjælp af en akustisk-optisk kommutator C_A . Herom senere. Så

ændres kommutatorens tilstand, så fotonerne ν_A rettes mod $I_2(a_2)$. På tilsvarende måde kan C_B rette de indkomne fotoner skiftevis mod $II_1(b_1)$ og $II_2(b_2)$.

Begge kommutatorer arbejder uafhængigt af hinanden, og ændrer deres tilstand på tilfældig måde. Denne ideelle situation svarer dog ikke helt til virkeligheden, idet kommutatorerne arbejder periodisk, men med en periode mindre end autocorrelationstiden L/c , hvor L er afstanden mellem de to akustisk optiske kommutatorer, c lysets hastighed i vacuum.

Lad nu τ_c betegne den tid C_A og C_B er i en vilkårlig vændret tilstand samtidigt. τ_c , i det følgende kaldet autocorrelationstiden, antages at være mindre end L/c , hvor L er afstanden mellem kommutatorerne, c lysets hastighed i vacuum.

Lad endvidere $N_{ij}(a_i, b_i)$ være mængden af korrelerede observationer, coincidenstållinger, og lad $N_{ij}(\infty, \infty)$ betyde mængden af korrelerede observationer, når alle fire polarisatorer er fjernet. Vi så i afsnit 2.2, at hvis antallet af coincidenstållinger ved tilstedevarelsen af polarisatorerne, antages at være mindre end, eller lig antallet af coincidenstållinger, når polarisatorerne er fjernet, kan vi danne en funktion, S , der er begrænset af en given ulighed:

Lad $N_{11}(a_1, b_1)$ betyde antallet af coincidenstållinger, med polarisationsorienteringen hhv. a_1 og b_1 . Lad endvidere $N_{12}(a_1, b_2)$ have samme betydning, med polarisationsorienteringerne a_1 og b_2 , og så fremdeles. Da vil funktionen

$$S = \frac{N_{11}(a_1, b_1)}{N_{11}(\infty, \infty)} - \frac{N_{12}(a_1, b_2)}{N_{12}(\infty, \infty)} + \frac{N_{21}(a_2, b_1)}{N_{21}(\infty, \infty)} +$$

$$\frac{N_{22}(a_2, b_2)}{N_{22}(\infty, \infty)} - \frac{N_{21}(a_2, b_1)}{N_{21}(\infty, \infty)} - \frac{N_{21}(\infty, b_1)}{N_{21}(\infty, \infty)} \quad (2.110)$$

være begrænset af uligheden

$$-N_1(\infty, \infty)N_2(\infty, \infty) \leq s \leq 0 \quad (2.111)$$

for bestemte værdier af de orienterede polarisatorer a_1, a_2
 b_1, b_2 vil kvantemekanikkens forventningsværdier bryde med
 ovenstående ulighed. Venstre side af uligheden udtrykker antal coincidenstællinger i begge de parvis analyserede detectorer, (se fig 1), når alle polarisatorerne er fjernet. Sætter vi venstre side lig med 1 ved normering, fås uligheden på formen:

$$-1 \leq s \leq 0 \quad (2.112)$$

som er ækvivalent med Clauser og Hornes formulering, ligning (2.29).

Det er karakteristisk for skjulte variable teorier, at de indgående partiklers polarisationstilstand ikke spiller nogen direkte rolle for antallet af coincidenstællinger. Fra det øjeblik fotonerne i Aspecteksperimentet har forladt kilden, opererer de uafhængigt af hinanden.

Den kvantemekaniske forudsigelse af udfaldet af Aspecteksperimentet er formuleret af Clauser et al 5) :

$$\frac{N(\varphi)}{N(\infty)} = \frac{1}{4} (\xi_M^1 + \xi_m^1)(\xi_M^2 + \xi_m^2) + \frac{1}{4} (\xi_M^1 - \xi_m^1)(\xi_M^2 - \xi_m^2)F(\theta)\cos 2\varphi \quad (2.113)$$

hvor $\varphi(a,b)$ er den relative vinkel mellem polarisatorerne, $F(\theta)$ tager højde for den endelige vinkel af de linser der sammenstrålerne. $F(\theta)$ er en monoton faldende funktion, som er lig 1 for $\theta=0$, og af Shimony beregnet til at kunne udtrykkes ved 6)

$$F(\theta) = \frac{(7-3\cos\theta-3\cos^2\theta-\cos^3\theta)^2}{12(8-16\cos\theta+9\cos^2\theta-2\cos^4\theta+\cos^6\theta)} \quad (2.114)$$

Shimony skriver herom 7):

" $F(\theta)$ is a monotonically decreasing function which equals 1 at $\theta=0$, and falls off slowly to 0.99 at 30° and more rapidly to 0.91 at 50° , and 0.51 at 90° . Note that even if ξ_M^i were 1 and ξ_m^i were zero ($i=1,2$), the range of $N(\varphi)/N(\infty)$ when $\theta > 0$ would not be from -1 to 1 as for $N(\varphi)/N(\infty)$ qm-ideal. The reason is that the total angular momentum 0 of the two-photon system is accomplished by the coupling of orbital and spin angular momentum, and increasing the orbital contribution (by increasing θ) has the effect of damping the correlations of polarization."

Foruden (2.113) gælder den vigtige kvantemekaniske sammenhæng:

$$\frac{N_i}{N(\infty)} = \frac{1}{2} (\xi_M^i + \xi_m^i) \quad i=1,2 \quad (2.115)$$

Som et eksempel er N_1 antallet af coincidenstællinger,

når polarisator 2 er fjernet. I Aspecteksperimentet er det yderligere nødvendigt at præcisere hvilken polarisator der er tale om, fordi vi har to på hver side, således at $N_1(a_1)$ er coincidenstållingerne, når polarisator II₁(b₁) er fjernet. (se fig. 1).

Vi har tidligere på side 62 omtalt betydningen af ξ_M^i og ξ_m^i : ξ_M^i udtrykker den maksimale effektivitet af den i te polarisator for lys polariseret parallel med polarisationsaksen, og ξ_m^i den tilsvarende effektivitet for lys polariseret vinkelret på polarisationsaksen, svarende til den minimale effektivitet.

For Aspecteksperimentet, er $F(\theta)$ bestemt til værdien 0,984. 3)

Clauser et al 6) har vist, at ligning (2.112) for bestemte vinkler af ϕ kan skrives på en mere simpel form. Et maksimalt brud på Bell's generaliserede ulighed (2.112) opnås, når vinklen mellem de rumligt separerede polarisatorer er 22.5° (svarende til totalt 67.5°), eller når vinklen mellem polarisatorernes retning er 67.5° (svarende til totalt 202.5°):

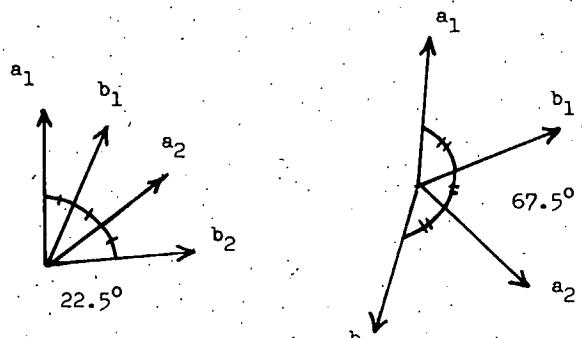


fig. 2 Orienteringer af polarisatorerne der fører til maksimal brud på Bell's generaliserede ulighed (2.112).

Ved disse orienteringer, kan (2.112) skrives på formen

$$\frac{|N(22.5^\circ) - N(67.5^\circ)|}{N(\infty)} - \frac{1}{4} < 0 \quad (2.116)$$

-en mere simpel form end (2.112), der ikke involverer N_1 eller N_2 , og som kan udledes ved at antage rotationsinvarians af $N_{ij}(a_i, b_j)$. Den kvantemekaniske forventningsværdi er ideelt set i denne situation

$$S = \begin{cases} 0,207 & \text{for } 67,5^\circ = (a_1, b_2) \\ 1,207 & \text{for } 202,5^\circ = (a_1, b_2) \end{cases} \quad (2.117)$$

som vi senere skal modifcere i overensstemmelse med den faktisk målte effektivitetsgrad af polarisatorerne.

2.5.3 Kildens sammensætning. Fotonkaskadeprocessen.

Det skal indledningsvis præciseres, at vi ved beskrivelsen af den atomare proces, der danner grundlaget for Aspecteksperimentet, tager udgangspunkt i det faktisk udførte eksperiment 3), som ikke involverer test af Einsteinseparabilitet; men da dette eksperiment var tænkt som en prøvekøring af udstyret inden den egentlige test, er det den samme atomare proces der danner grundlaget for det egentlige eksperiment.

I Aspecteksperimentet bestråles kalciumatomer med en Kryton ion Laser og en Rhodamin 6G dye laser, hvor de to lasere har parallel polarisation. Kalciumatomerne pumpes til niveauet $4p^2 \ ^1S_0$ der bl.a. gennemløber niveauerne $4s4p \ ^1P_1$ og $4s^2 \ ^1S_0$ i impulsmomentkaskaden $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$. (se fig. 3 næste side). Bølgelængderne for de udsendte fotoner er hhv. 5513 Å og 4227 Å. Levetiden af den intermediære tilstand er ca. 5 ns.

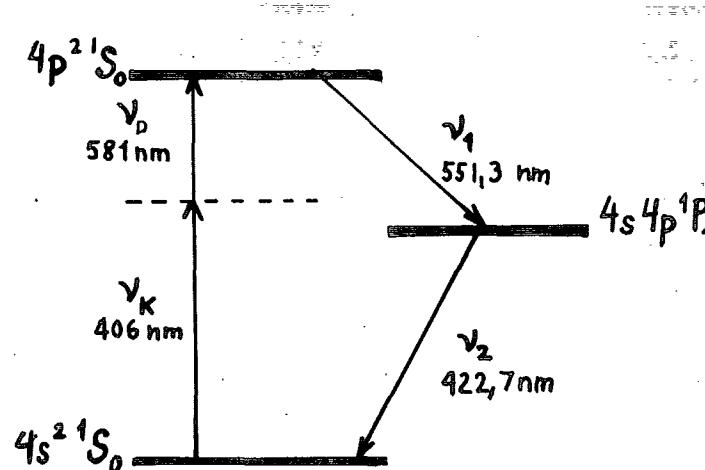


fig. 3 Relevante niveauer i calcium. Levetiden af den intermediere tilstand er 5 ns, svarende til en maksimal rejse af lyset på 1,5 m, der således udgør koherenslængden af det udsendte bølgetog.

Belinfante skriver om denne proces 8)

"...cascades first to the 6^1S_0 state ($j=0$) (we do not care for the photon here emitted), then under emission of "photon 1" (5513 Å) to the 4^1P_1 state ($j=1$) and, finally (with a mean decay time around $4,5 \cdot 10^{-9} \text{ s}$), to the 4^1S_0 ground state ($j=0$) under emission of "photon 2" (4227 Å)."

Ud fra Belinfantes beskrivelse kunne man umiddelbart få den idé, at de to fotoner udsendes med en gennemsnitlig tidsforskel på 5 ns (levetiden af den intermediere tilstand).

Mattuck har været inde på samme tankegang 9), og coincidenstællingerne bør følgeligt indrettes efter, at fotonerne ankommer til coincidenstælleren med ca. 5 ns's tidsforskel.

På den anden side foreskriver kvantmekanikken, at de to fotoner kan betragtes som udsendt samtidigt, således at coincidenstælleren indrettes med en top ved nul-delay, eksponentielt aftagende med en tidskonstant på 5 ns., således som Aspectgruppen udfører coincidenstællingerne.

I en $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ atomar kaskadeproces, hvor der ikke udveksles impulsmoment med kernen 10) er den angulære bølgefunktion af de udsendte fotonpar givet ved 11)

$$\Psi_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[Y_{11}^{(0)}(\hat{n}_1) Y_{1-1}^{(0)}(\hat{n}_2) - Y_{10}^{(0)}(\hat{n}_1) Y_{10}^{(0)}(\hat{n}_2) + Y_{1-1}^{(0)}(\hat{n}_1) Y_{11}^{(0)}(\hat{n}_2) \right] \quad (2.118)$$

hvor \hat{n}_1 og \hat{n}_2 er udbredelsesretningen af hhv. den første og den anden foton, $Y_{jm}^{(0)}$ er den sfæriske vektorfunktion af det totale impulsmoment j , det magnetiske kvantetal m , og paritetten -1 . Fotonerne kan identificeres ved at indskyde filter, således at kun én af de to mulige bølgelængder forekommer på hver side, og forsøgsanordningen søger at begrænse \hat{n}_1 til kun at antage værdien $+z$, hvor z den rette linie mellem kilde og kommutator C_A , og \hat{n}_2 tilsvarende søges begrænset til værdien $-z$, som udgør den rette linie mellem kilde og kommutator C_B .

Det følger således af den kvantemekaniske beskrivelse af to-foton-systemet, at de to fotoner må kunne betragtes udsendt samtidigt, eller med en arbitrer lille tidsforskel; det har ingen mening at danne en samlet bølgefunktion for hele systemet, hvis kun den ene foton var udsendt.

Det følger således af den kvantemekaniske formalisme, at de to fotoner ikke på noget tidspunkt kan tilskrives en individuelitet, på trods af, at bølgelængderne af de to fotoner er overordentlig forskellige.

Hvis de to fotoner faktisk udsendes med en gennemsnitlig tidsforskel på 5 ns, skulle en coincidenstålling som den i Aspecteksperimentet udførte ikke kunne give perfekt overensstemmelse med kvantemekanikken, med mindre end 5513 Å-foton ved måleprocessen kan koble med en 4227 Å-foton på samme måde, som hvis de faktisk var dannet ved den samme individuelle kas-kadeproces. Vi skal vende tilbage til dette i 3. del.

2.5.4 Absorbernes sammensætning; Polarisationsmetode, detectorer og coincidenståller.

Det første principielle led i Aspecteksperimentets "absorberdel" er de akustisk-optiske kommutatorer, som skal sikre, at målebe-givenhederne er spacelike separeret. Kommutatorerne vil blive behandlet særskilt i næste afsnit.

Når fotonerne er blevet spredt i kommutatoren, passerer de gennem en polarisator, bestående af ti optisk flade glasplader, skråstillet omtent i Brewstervinkler (se fig. 5). En elektromagne-tisk bølge er tæt på at være fuldstændigt polariseret, når vinklen mellem polarisatorpladerne er givet ved

$$\theta = \theta_p = \tan^{-1} \mu \quad (2.119)$$

hvor μ er refractionsindexet. θ_p kaldes Brewstervinklen, se fig. 4. Hvis en elektromagnetisk bølge falder på en polarisa-

tor i vinklen θ_p , vil graden af polarisation stige af den transmitterede bølge jo flere polarisatorer der indskydes, tæt på Brewstervinklen.

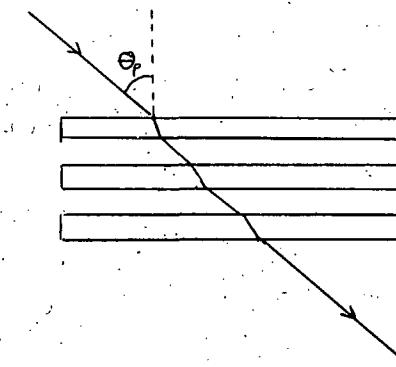


fig. 4 Polarisation ved transmission gennem flere polarisatorer ("pile of plates").

Derfor sikrer den polarisationsmekanisme Aspectgruppen benytter en stærk polarisation af de transmitterede bølger. I det ind-ledende eksperiment, med kun to polarisatorer, uden test af Einsteinseparabilitet, var den målte transmission

$$\epsilon_M^1 = 0.971 \pm 0.005 \quad \epsilon_m^1 = 0.029 \pm 0.005 \quad (2.120)$$

$$\epsilon_M^2 = 0.968 \pm 0.005 \quad \epsilon_m^2 = 0.028 \pm 0.005 \quad (2.121)$$

for elektromagnetiske bølger polariseret hhv. parallel og vin-kelret på polarisationsaksen, hvor der blev benyttet fotoner fra samme kilde som målingerne blev udført på.

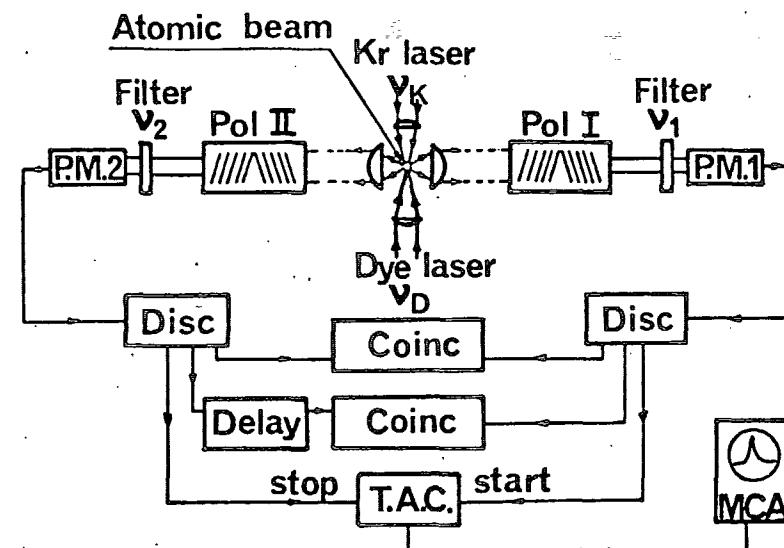


fig. 5 Test af objektivt lokale teorier mod kvantemekanikken.
Eksperimentel opstilling. 3).

Efter at have passeret polarisatorerne, rammer fotonerne et filter, der kun tillader en bestemt bølgelængde af lys at passere. Resten bliver absorberet, så det ikke reflekteres mod kilden eller den modsatte kanal. Det ene filter, med en effektivitet på 8%, tillader kun 5513 \AA fotoner at passere, medens det andet filter, med en effektivitet på 25%, kun tillader 4227 \AA fotoner at passere. Der er således kun én type fotoner på hver side, og en én-til-én korrespondance mellem de parvis korrelerede fotoner, ifølge kvantemekanikken.

De indkomne fotoner detecteres i fotoceller, og en puls sendes

videre til diskriminatoren, hvis udsendte pulser benyttes til enkelttællinger og coincidenstællinger. Et nul-delay-step eksponentielt aftagende med en tidskonstant på 5 ms omgivet af et standardcoincidenskredsløb med et 19 ns coincidensvindue (opløsningstiden), der talte coincidensraten omkring nul-delayet. En anden coincidensteller, tidsforsinket 100 ns, mælte de tilfældige coincidenser.

En typisk coincidensrate var 240 coincidenstællinger/s omkring nuldelayet, og 90 tilfældige coincidenstællinger/s. I en periode på 100 s var således 150 sande coincidenstællinger/s med en standardafvigelse mindre end 2 tællinger pr. sekund.

Voetmann Christiansen har nævnt 12), at det faktum, at målingerne ved de to detectorer faktisk er forbundet via elektronikken, kunne betyde, at coincidensen opstår som følge af et lokalt felt i det elektroniske kredsløb.

Vi mener, at det er et vigtigt spørgsmål at undersøge, hvilket kunne gøres med et eksperiment, hvor tællingerne blev udført separat ved hver detector, og så bagefter sammenlignet ved at to i forvejen synkroniserede ure havde fulgt tællingerne ved hvert målested.

Selvom spørgsmålet indeholder vigtige teoretiske elementer, for en forståelse af måleprocessen, mener vi dog ikke, at et sådant eksperiment ville støtte Voetmann Christiansen's idé om et lokalt felt, som årsag til korrelationen.

2.5.5 Eksperimentel test af Einsteinseparabilitet.

Det specielle ved Aspecteksperimentet, er introduktionen af de akustisk-optiske kommutatorer.

Kommutatorerne tænkes konstrueret akustisk-optisk: En spænding over et krystal frembringer stående lydbølger, der så fungerer som et korrigerbart diffraktionsmønster for det indkomne lys. Begge kommutatorer arbejder uafhængigt af hinanden, drevet af

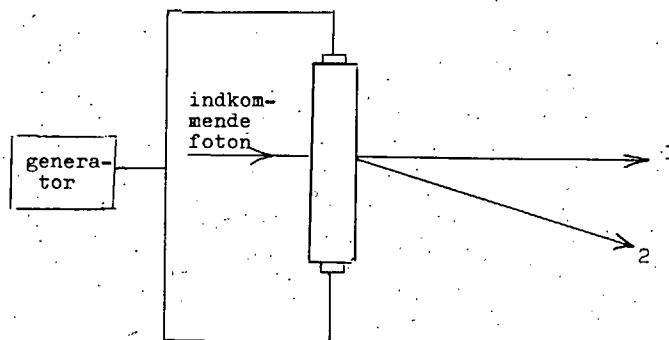


fig. 6 Akustisk-optiske kommutatorer. Test af Einsteinseparabilitet 2).

af makroskopiske generatorer, således at den stående bølge-frekvens kan variere fra 100 - 125 MHz. Det antages at transmisjonsraten er over 90% og uafhængig af de indkomne fotoners polarisation.

Kommutatorerne arbejder periodisk, men perioden er mindre end L/c , hvor L er afstanden mellem de to optiske kommutatorer. Perioden frembringes ved at varierer frekvensen af de separat drevne makroskopiske generatorer på en stokastisk måde. Aspect-gruppen nævner, at hvis en frekvensvariation over et stort område skulle vise sig eksperimentelt vanskelig, kan en supplerende antagelse gøres: Polarisatorerne har "ingen hukommelse", dvs. de kan influeres af et signal modtaget på et bestemt tidspunkt fra kommutatorerne (med et bestemt delay), men de kan ikke gemme denne information i lang tid til ekstrapolation i fremtiden, selv om der skulle være en vis regularitet i de arbejdende kommutatorer. Denne supplerende antagelse sikrer, at eksperimentet vil være "conclusive" selv hvis kommutatorerne arbejder periodisk.

2.5.6 Teoretisk grundlag for eksperimentet (II)

Den praktiske udformning af det teoretiske grundlag for Aspecteksperimentet's test af lokalt realistiske teorier mod kvantemekanikken, er af Aspect 2) givet en sandsynlighedsteoretisk udformning. Da kun en del af de udsendte fotoner bevæger sig modsat hinanden, fordi atomare kaskade processer et tre-legeme henfald (hvor atomet er det tredie legeme), er antallet af enkeltdetektioner ikke nogen rimelig måling af sandsynligheden for, at én betragtet foton passerer polarisatoren; Istedet kan vi argumentere på nedenstående måde.

Forinden bør det nævnes, at vi betragter den sandsynlighedsteoretiske udformning som værdifuld, når talen er om vores muligheder for at betragte kvantemekanikken og en skjult variabel teori, baseret på Einsteins separabilitetsprincip, som grænsetilfælde af en generel sandsynlighedsteoretisk model, hvor de skjulte variable har en konkret fysisk interpretation. Vi skal vende tilbage til dette spørgsmål i afsnit 3.3 og 3.4.

I udledningen benytter Aspect sig af den antagelse, at fotonparret, der er korreleret i spin, udsendes til samme tidspunkt, men tilføjer i 3).

"The time of emission is not actually the same for the two photons, but our derivation remains valid when the lifetime of the medium state is shorter than the time of flight of the photons."

-men som påpeget af Voetmann Christiansen 14), kræver udledningen af den angulære bølgefunktion (2.118) for to-foton systemet, at de to fotoner er udsendt samtidigt. Hvis dette ikke i almindelighed var tilfældet, ville den kvantemekaniske korrelationsfunktion kun kunne betragtes som en approximation

relateret til den situation, hvor tidsforsinkelsen mellem udsendelsen af fotonerne ikke influerer på udfaldet af et korrelationsexperiment. Vi skal vende tilbage til dette i kapitel 3.

Med "the lifetime of the medium state" mener Aspect levetiden af den intermediere tilstand, svarende til 5ns i den foton-kaskadeproces Aspectgruppen benytter.

---ooo000000---

Lad t_1 betegne tidspunktet for udsendelsen af de to fotoner, og lad endvidere $\hat{u}(\lambda, t_1)$ betegne sandsynlighedsfordelingen af λ , hvor hver fotonpar-udsendelse antages at være karakteriseret af den skjulte variable λ .

Til tiden $t_2 = t_1 + L/2c$ ankommer fotonerne ν_A og ν_B til kommutatorerne C_A og C_B . Vi definerer nu kommutatorfunktionerne $\alpha_i(t)$ og $\beta_j(t)$ ($i=1,2$ og $j=1,2$) med værdien 1 eller 0, afhængig af, om begge fotoner passerer kommutatorerne langs den korresponderende kanal eller ej. Kommutatorfunktionerne er uafhængige af værdien af λ .

Her betyder L afstanden mellem kommutatorerne C_A og C_B , c lysets hastighed.

Lad nu tiden t_3 karakterisere det tidspunkt fotonerne analyseres af polarisatorerne, og $d_i(\lambda, t_3)$, $B_j(\lambda, t_3)$ de til polarisatorerne tilhørende responsfunktioner, med værdien 1 eller nul, afhængig af, om de tilhørende fotoner passerer eller ikke passerer polarisatorerne. Størrelsen

$$\alpha_i(t_2) \beta_j(t_2) d_i(\lambda, t_3) B_j(\lambda, t_3) \quad (2.122)$$

antager derfor værdien 1, hvis begge fotoner ν_A og ν_B passerer hhv. polarisator I_i og II_j , og ellers værdien nul.

Sandsynligheden for at et fotonpar (ν_A, ν_B) udsendes coincident fra I_i og II_j er derfor

$$P_{ij} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T dt_1 \int \alpha_i(t_2) \beta_j(t_2) d_i(\lambda, t_3) B_j(\lambda, t_3) \dots \\ \dots \hat{u}(\lambda, t_1) d\lambda \quad (2.123)$$

hvor den betragtede værdi af λ er den initiale værdi på emissionstidspunktet t_1 .

Lad nu λ_{I_i} og λ_{II_j} være vilkårlige instrumentparametre af hver polarisator. Herved er responsen fra hver polarisator givet ved $d_i(\lambda, \lambda_{I_i}, t_3)$ og $B_j(\lambda, \lambda_{II_j}, t_3)$, og (2.123) kan skrives på formen

$$P_{ij} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T dt_1 \int d\lambda \dots \\ \dots d\lambda_{I_1} \dots d\lambda_{II_2} \hat{u}(\lambda, \lambda_{I_1}, \dots, \lambda_{II_2}, t_1, t_3) \\ \alpha_i(t_2) \beta_j(t_2) d_i(\lambda, \lambda_{I_i}, t_3) B_j(\lambda, \lambda_{II_j}, t_3) \quad (2.124)$$

hvor $\hat{u}(\dots)$ er sandsynlighedsfordelingen af λ til tiden t_1 og af instrumentparametrene til tiden t_3 .

Det følger af Einsteins separabilitetsprincip, at den givne λ til tiden $t < t_1$ beskriver alle instrumentresponsen til tiden t_3 fuldstændigt. Derfor er den betingede sandsynlighedsfordeling af instrumentparametrene, givet en bestemt værdi af λ , faktoriserbar. Med $\hat{u}(\lambda, \lambda_{I_1}, \dots, \lambda_{II_2}, t_1, t_3)$ udtrykt

som en funktion af sandsynlighedsfordelingen af λ til tiden t_1 og af den betingede sandsynlighedsfordeling af hver instrumentparameter, i alt kaldet $\hat{p}(\lambda, t_1)$, antager (2.124) formen

$$P_{ij} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T d\lambda \int d\lambda \hat{p}(\lambda, t_1) \hat{\alpha}_i(t_2) \hat{\beta}_j(t_2) \\ \hat{\alpha}_i(\lambda, t_3) \hat{\beta}_j(\lambda, t_3) \quad (2.125)$$

hvor $\hat{\alpha}_i(\lambda, t_3)$ og $\hat{\beta}_j(\lambda, t_3)$ er den midlede værdi over de respektive instrumentparametre af instrumentresponsefunktionerne til tiden t_3 .

Ved integration over tid må vi betragte muligheden for vekselvirkninger mellem kommutatorerne, og andre instrumenter. Separabilitetsprincippet forbryder instantane og avancerede vekselvirkninger, men ikke retarderede. Hvis disse vekselvirkninger tages i betragtning, kan det vises (ved at erstatte tidsmildede størrelser med ensemblemidlede størrelser over stokastiske va.) at sandsynligheden for coincident udsendelse af fotonerne fra polarisatorerne kan skrives som

$$P_{ij} = \alpha_i \beta_j \iiint d\lambda dX(t_0) dY(t_0) \tilde{g}' [X(t_0)] \tilde{h}' [Y(t_0)] \\ \tilde{p}[\lambda, X(t_0), Y(t_0)] A_i [\lambda, X(t_0), Y(t_0)] B_j [\lambda, X(t_0), Y(t_0)] \quad (2.126)$$

hvor $t_0 < t_1 - L/2c$, $X(t)$ og $Y(t)$ er stokastiske variable der specificerer kommutatorerne C_A og C_B 's tilstand til tiden t , α_i og β_j den tidsmidlede værdi over $\hat{\alpha}_i(t)$ og $\hat{\beta}_j(t)$, \tilde{g} og \tilde{h} sandsynlighedsfordelinger, A_i og B_j funktioner relateret til responsene af polarisatorer I_i og II_j bundet af ulighederne

$$0 < \alpha_i < 1 \quad (2.127)$$

$$0 < \beta_j < 1$$

I forkortet form, hvor $p(\lambda)$ udtrykker produktet af leddene g, h og \hat{p} , kan vi skrive (2.126) på formen

$$P_{ij} = \alpha_i \beta_j \int d\lambda p(\lambda) A_i(\lambda) B_j(\lambda) \quad (2.128)$$

$$P_{io} = \alpha_i \int d\lambda p(\lambda) A_i(\lambda) \quad (2.129)$$

$$P_{oj} = \beta_j \int d\lambda p(\lambda) B_j(\lambda) \quad (2.130)$$

hvor den kvantemekaniske forudsigelse er

$$P_{ij} = \frac{1}{2} \alpha_i \beta_j \cos^2(a_i, b_j) \quad (2.131)$$

$$P_{io} = \frac{1}{2} \alpha_i \quad \text{og} \quad P_{oj} = \frac{1}{2} \beta_j \quad (2.132)$$

Egentlig burde vi teste (2.128) mod (2.131) i Aspecteksperimentet. Men kun en meget lille brøkdel af fotonerne

bliver detekteret, så antallet af tællinger ikke afspejler sandsynlighederne, dels er polarisatorer m.v. ikke perfekte, således at vi istedet må teste (2.112) mod (2.113).

Disse sandsynlighedsteoretiske overvejelser er imidlertid af stor vigtighed for den principielle diskussion. Det er værd at bemærke, at der ikke er noget til hinder for, at ligning (2.128) kunne reproducere den kvantemekaniske korrelationskurve eksakt (ligning 2.131).

Forskellen opstår først, når følgende eksperimentelle situation foreligger: Hvis alle orienteringerne af polarisatorerne holdes faste under hele eksperimentet, vil $\rho(\lambda)$ ikke afhænge af indices'ne i og j, og $A_i(\lambda)$ ikke af index j, lige som $A_j(\lambda)$ ikke afhænger af index i. På denne måde holder Clauser og Hornes generaliserede Bell-ulighed (2.29), som er reproduceret i ligning (2.112).

Et andet vigtigt aspekt af denne sandsynlighedsteoretiske model er, at den skjulte variabel λ , tilforordnet det atomare system, ikke har nogen veldefineret værdi for det enkelte system, ikke ændrer sig under bevægelsen fra kilde til polarisator, og at der må indføres ekstra skjulte variable, tilforordnet polarisatorerne, for at beskrive de atomare systemers bevægelse som korrelerede under polarisationen; vi skal i tredie del i stedet søge at indføre en skjult variabel, med en veldefineret fysisk betydning, som er tilfordnet det enkelte atomare system, og som alene er ansvarlig for korrelationens styrke, uafhængig af polarisatorerne, selvom disses sammensætning spiller en rolle for værdien af den skjulte variabel, og dermed indirekte for korrelationens styrke.

---ooo000ooo---

2.5.7 Udførte eksperimenter.

I 1981 offentliggjorde Aspect, Grangier og Roger et korrelationsekspertment (3), der var væsentlig mere nøjagtig end nogen tidligere eksperimenter, med en opstilling som den ved fig. 5 angivne, transmissioner som ligning (2.120) og (2.121), og med den atomare kaskade-proces som fig. 3.

Resultatet af målingerne gav

$$\frac{|N(22.5^\circ) - N(67.5^\circ)|}{N(\infty)} - \frac{1}{4} = 5.72 \cdot 10^{-2} \pm 0.43 \cdot 10^{-2} \quad (2.133)$$

Hvilket bryder Bell's generaliserede ulighed med mere end 13 standardafvigelser

$$\delta_{\text{Bell}} < 0 \quad (2.134)$$

-og i perfekt overensstemmelse med kvantemekanikken

$$\delta_{\text{QM}} = 5.8 \cdot 10^{-2} \pm 0.2 \cdot 10^{-2} \quad (2.135)$$

Slutteligt blev begge polarisatorer flyttet længere væk fra kilden, op til 6.5 m, for at teste en hypotese af Furry (15) der antager, at en ikke-faktoriserbar ren tilstand kunne antages at udvikle sig til en mixture efterhånden som afstanden mellem de enkelte atomare objekter øges. Jauch (16) og Bohm og Aharonov (17) har været inde på den tanke, at det kun-

ne være forbundet med en afstand større end koherenslængden af den bølgepakke, der konstituerer den intermediære tilstand, svarende til 1.5 m. Der blev ikke observeret nogen ændring i resultatet op til disse 6.5 m., hvor malingerne blev stoppet. Fig. 7 viser resultatet, med $N(\phi)/N(\infty)$ som funktion af ϕ , der er vinklen mellem polarisatorerne. Den fuldt optrukne linie er, som Aspectgruppen skriver, ikke et fit til data, men kvantemekanikkens forudsigelse af resultatet.

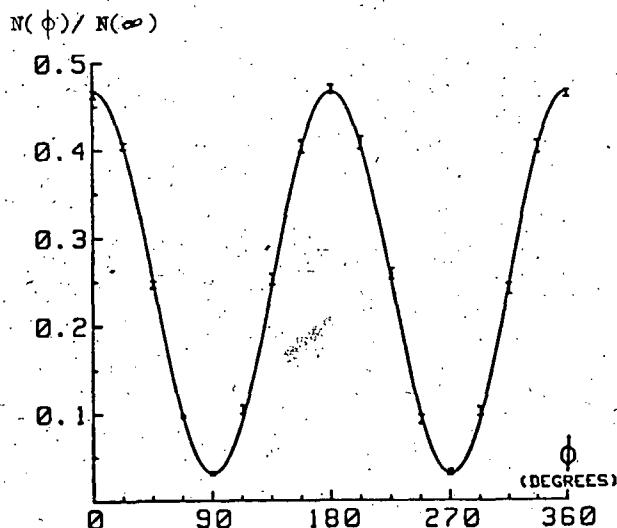


fig.7. Normaliseret coincidensrate som en funktion af polarisatorernes relative orientering.

2.5.8. Konklusion

På baggrund af Aspectgruppens foreløbige eksperimentelle resultater kan det konkluderes, at Klassen af objektivt lokale teorier ikke er noget realistisk alternativ til den kvantemekaniske beskrivelse af atomare systemer.

Der har været forlydender om 18) at test af Einstein-separabilitet er udført, med et positivt resultat for kvantemekanikken, således at teorier med signaltransmission mellem polarisatorerne ligeledes kan udelukkes.

To divergerende retninger kan udkrystalliseres, som endnu, ikke kan udelukkes.

Den ene retning tager så at sige den kvantemekaniske ikke-lokalitet "alvorligt", og antager at verden fundamentalt set er ikke-lokal. Denne betragtningsmåde er centreret omkring Bohm-Bub modellen 19), Beauregard og Pegg's tidssymmetriske felter 20), 21) byggende på Wheeler-Feynmann's absorberteori 22) og dens kvantisering af Hoyle og Narlikar 23). Desuden har Wheeler selv støttet denne tankegang, ved at foreslå et interferensforsøg over astronomiske afstande 24).

Den anden retning fokuserer på, at de udførte korrelationsexperimenter fundamentalt set hænger sammen i alle led via ledninger, coincidenstållinger ect., og at en passende "abschneidungs"-politik, hvor coincidenstålleren erstattes af to fysiske med synkroniserede ure og rumligt adskilte målere ville give et resultat i uoverensstemmelse med den kvantemekaniske korrelationskurve.

---oooOOOooo---

Fælles for disse betragtningsmåder er, at sammensætningen af kilderne og absorberne ikke spiller nogen rolle, og dermed heller ikke de udsendte atomare objekters fysiske tilstand. Med hensyn til den første betragtningsmåde, kan det anføres

at Bohm-Bub modellen er den eneste, der foreligger i en kvantitativ form, og som kan give afvigende resultater fra kvantemekanikken, når de skjulte variable ikke udgør et ligevegte ensemble, hvilket hænger sammen med en parameter, $1/\gamma$, der samtidigt bestemmer kollapstiden af den kvantemekaniske bølgefunktion; vi mener, at det er et afgørende kriterium, at en teori, der tilsigter at begrænse kvantemekanikkens virkeområde, også er i stand til at forudsige under hvilke omstændigheder denne begrænsning sætter ind.

Men kollapstiden $1/\gamma$ kan ikke bestemmes ud fra modellen, og de skjulte variable savner en fysisk fortolkning. Hertil kommer som nævnt, at polarisatorerne slet ikke spiller nogen rolle i Bohm-Bub-modellen, da fotonerne først kollaps i detectorne. En sådan forklaringsmodel har efter vores opfattelse svært ved at redegøre for udfaldet af et eksperiment med mere end to detectorer, hvor en optisk kommutator retter fotonerne tilfældigt mod én af flere detectorer på hver side. Derved må modellen ikke alene redegøre for, hvorledes den kvantemekaniske korrelationskurve kan fremkomme som et resultat af skjulte variable, men også, hvorfor fotonerne husker at kollapse i de rigtige detectorer, dvs. dem der svarer til en coincidenstilling.

Den anden betragtningsmåde, indeholder et interessant og vigtigt aspekt, forbundet med informationsbearbejdningen af det indkomne resultat. De indkomne fotoner afgiver ved deres vekselvirkning med polarisatorer, detectorer, diskriminatorer, coincidenstæller, information om deres tilstand, og det ville være interessant at kunne formulere informationsspektrum ud fra mere fysiske overvejelser over forløbet. Wotter 25) og Voetmann Christiansen 26) har begge arbejdet med dette informationsaspekt, og påvist, at den kvantemekaniske $\cos^2\theta$ -fordeling af partiklerne kan frembringes ved rent sandsynlighedsteoretiske overvejelser over informationsindholdet af eksperimenterne.

Herudover har Voetmann Christiansen yderligere fokuseret på systemets forbundethed via ledninger, coincidenstæller etc., som kunne tænkes at skabe et lokalt felt. Synspunktet har det tilfælles med Bohm-Bub modellen, at der så må etableres en forklaring på, hvorledes dette lokale felt frembringer den kvantemekaniske korrelationskurve.

Vi mener ikke, at spørgsmålet står mellem valget af den kvantemekaniske beskrivelse, og en "lokal teori", men snarere om at tilvejebringe en beskrivelsesformalisme, hvor den kvantemekaniske korrelationskurve, og en korrelationskurve baseret på et lokalitetspostulat vender tilbage som grænsetilfælde under visse givne fysiske betingelser.

Referencer:

- 1) Aspect, A. : Proposed experiment to test separable hidden-variable theories, Physics Letters, Vol. 54 A, nr. 2, p. 117-118, 1975
- 2) Aspect, A. : Proposed experiment to test the nonseparability of quantum mechanics, Physical Review D Vol. 14, nr. 8, p. 1944-1951, 1976
- 3) Aspect, A. Experimental tests of realistic local theories Grangier, P. via Bell's theorem, Physical Review Letters, Roger, G. Vol. 47, nr. 7, p. 460-463
- 4) Aspect, A. Skulle komme i Physical Review Letters, 49, Grangier, P. 91 (1982) Roger, G.
- 5) Clauser, J.F. Experimental consequences of objektive local Horne M.A. theories, Phys. Rev. D., vol 10, nr. 2, p. 526-535, 1974
- 6) Clauser, J.F. Physical Review Letters, 23, p. 880-884, 1969 Horne, M.A. Shimony, A. Holt, R.A.
- 7) Shimony, A. Experimental Test of Local Hidden-Variables Theories, Proceedings of the In. School of Physics 1970, Academic Press 1971, p. 182-194
- 8) Belinfante, F. A Survey of Hidden-Variables Theories, p. 249, Pergamon Press 1973
- 9) Mattuck, D. Kommentar til Aspecteksperimentets eksperimentelle set-up, Studiekreds 1981/82, Fys. Lab 1.

- 10) Holt, R.A. : Beregninger af Holt viser, at der ikke er nogen modstrid mellem den kvantemekaniske forudsigelse og Bell's ulighed, hvis kaskaden er fra atomer med kerner, der har spin forskellig fra nul , se ref. 7, p. 193-194.
- 11) Shimony, A. som ref. 7, p. 186. Nærmere behandling, ref. 8 p. 249-275.
- 12) Voetmann- Christiansen Samtale, Fys. Lab. 1, 1982
- 13) Aspect, A. som ref. 2 p. 1951
- 14) Voetmann- Christiansen Samtale, Fys. Lab. 1, 1982
- 15) Furry, W.H. Physical Review, 49, 393 (1936)
- 16) Jauch, J.M. I Foundations of Quantum Mechanics, Proceed. of. the Int. School of Physics, Academic Press, 1971, p. 20-55.
- 17) Bohm D., Aharonov, Y. Physical Review, 108, 1070, 1957.
- 18) Nørretranders, Tor Information 15/10-82
- 19) Bohm-Bub A proposed Solution of the measurement problem in Quantum mechanics by a hidden-variable theory, Rev. Mod. Physics, vol. 38, nr. 3, 1966, p. 453-469
- 20) Beauregaard O Costa de Information of irreversibility Problems i "Time in Science and Philosophy", Elsevier 1971
- 21) Pegg, D.T. Objective reality, causality and the Aspect- eksperiment, Physics Letters, vol. 78 A, nr. 3, p. 233 ff., 1980

- 22) Wheeler,J.A.
Feynmann,R.P
Interaction with the absorber as the
mechanism of radiation,Rev.Mod. Physics,
vol. 17,nr. 2 & 3, april-juli 1945,
p. 157 f.f.
- 23) Hoyle F, Nar-
likar,J.V.
Electrodynamics of Direct Interparticle
Action,part 1, The quantum mechanical
response of the Universe,Annals of Phy-
sics,54,p.207-239,1969.
- 24) Wheeler, J.A.
Physics and Austerity,Law without Law,
University of Texas, Texas 1982
- 25) Wotter
Som ref. 24 p. 32-32.
- 26) Voetmann-Chri-
stiansen
Interpretation and Transduction of Infor-
mation, afsnit IV i Ecophysics 1977,
p. 69 ff.

III DEL

DISKUSION

"Den mand, der ikke spiller skak, siger:
Et stykke hvidt træ, der er skåret ud, så
det ligner et hestehoved på en fod, blev
taget fra kvadratet i sidste række og næst-
yderst til højre og flyttet til....og så
fremdeles. Skakspilleren siger: Hvid: Sprin-
ger G 7... og hans sprog ikke blot forkla-
rer bevægelsen fuldt ud og kort; men henfø-
rer den også til et større system. I viden-
skab vil, så længe vores kundskaber er ufuld-
stændige, den simpleste forklaring på en ting
virke overbevisende i forhold til sin sim-
pelhed. Og den har den fordel ud over at væ-
re simpel, at den giver den største sand-
synlighed for at være den rette forklaring"

Sir James Jeans, engelsk
fysiker, cit. fra Skak-
spilleren I, p.188, Poli-
tikens forlag 1968.

3. Grundbegreber i beskrivelse af irreversible fysiske processer.

3.1 Indledende bemærkninger.

I de foregående to kapitler har vi forsøgt at belyse den udvikling Einstein, Podolsky og Rosen's oprindelige indvendinger mod den kvantemekaniske beskrivelse af atomare systemer har undergået; Udviklingen har medført en skærpelse af såvel de teoretiske argumenter, som de eksperimentelle betingelser, hvorunder korrelationsekspertmenterne kan udføres, således at vi nu for første gang kan forvente resultater fra et eksperiment, hvor enhver signaltransmission mellem de rumligt adskilte objekter, med en hastighed mindre end eller lig lysets, kan udelukkes.

Følger vi Bohr's analyse af måleprocessen, kan der hverken være tvivl om udfaldet af eksperimentet, eller dets fortolkning, og styrken af argumenterne er ikke blevet mindre af udelukkelsen af alle objektivt lokale teorier; men vi har allerede i de foregående kapitler berørt, hvorfor vi ikke mener at Københavnerfortolkningen giver en fuldstændig beskrivelse af korrelationsfænomenerne. På den ene side er vi enige i, at atomare objekters opførsel ikke kan adskilles fra de måleinstrumenter de vekselvirker med. På den anden side må vi kunne skelne skarpt mellem de fysiske egenskaber der et påkrævet, for et iagttagelsessituacionen er meningsfuld for os, og så de fysiske egenskaber der kan tillægges de atomare objekter, uafhængig af iagttagelsessituacionen.

Det er vores opfattelse, at vi kun på denne måde kan opnå en forståelse for, hvorledes korrelationen etableres, og hvorledes den brydes. Vi har i de foregående kapitler set, hvorledes de atomare objekters vekselvirkning med måleapparaturet rummer et symmetribrud af en sådan klarhed, at den tidslige udvikling end ikke approximativt kan beskrives som reversibel efter vekselvirkningen. Vi er af den opfattelse, at et afgørende træk ved korrela-

tionsbruddet er, at den perfekte symmetri mellem de atomare systemer brydes.

Vi er således enige med Meyer 1) i, at betingelsen for at korrelationen kan komme til vores bevisthed, er et brud på den dynamisk lukkede udvikling. Vi er derimod uenige i, at bruddet skaber korrelationen. Den har været der hele tiden, og man kan snarere sige, at vi med vores valg af instrumenternes indstilling, udvælger én af flere mulige anskuelsesformer af denne korrelation, og bringer denne til vores bevisthed. Dette valg er på sin side irreversibelt, da vi ikke med de samme atomare objekter senere kan foretage et nyt valg.

Etableringen af korrelation mellem atomare objekter og brud på denne korrelation, må derfor kunne finde sted, også uden at vi med vores måleinstrumenter og forsøgsopstilling har fremprovokeret den. Vi vil med dette synspunkt søge at argumentere for eksistensen af fysiske systemer og processer, der fungerer uafhængigt af eksistensen af vores forsøgsopstillinger. De processer der kan lade sig gøre i måleapparaterne, kan også lade sig gøre uden disse. Vi må snarere antage, at måleapparaterne definerer betingelser, hvorunder fænomenerne kan optræde, der udgør en begrænsning i forhold til det totale sæt af valgmuligheder, fænomenet kan optræde under.

Det er vores opfattelse, at det modsatte synspunkt ville give mennesket en alt for prævilejeret plads i universet – og det er der absolut intet andet der tyder på, at vi har.

Som et eksempel på fysiske begreber, der defineres i og med iagttagelsessituacionen, vil vi fremhæve afstands- og tidsbegrebet. Disse begreber har samme betydning i måleprocessen, som den kvantemekaniske bølgefunktion. De er skabt for at give iagttageren et meningsfuldt billede af den betragtede fysiske proces, og kan ikke umiddelbart overføres til egenskaber ved de betragtede fysiske processer og systemer. Den rumlige adskillelse

af atomare objekter, og levetiden af disse kan derfor først tillægges en klassisk betydning ved vekselvirkningen med store makroskopiske legemer, som måleapparaterne.

Herved menes ikke, at vi ikke kan definere varigheden og udstrækningen af processer i rum og tid, når vi ikke mäter. Det kan bare ikke gøres med begreber, hvis mening er knyttet til iagttagelsessituationen.

Den metriske struktur, som de atomare objekter udfolder sig i, er derfor lige så lidt a priori givet, som den tilstandsfunktion vi tilforordner processen; de er begge nyttige redskaber for iagttageren, der tjener til at karakterisere de atomare objekters tilstand.

Schrödinger²⁾ skriver, at Bohr ved tydningen af spektrallinierne mätte antagé,

"Åt atomerne ved et pludseligt spring går fra én tilstand over i en anden, samtidig med, at de udsender et bølgetog, hvis længde er adskillige fod, som indeholder flere hundrede tusinde bølger, og til hvis dannelsel, der kræves en betydelig tid. Der gives ikke nogen oplysning om atomet i denne overgangssituation. Observationerne kan således ikke indpasses i en kontinuerlig beskrivelse i rum og tid."

Schrödinger begrunder indførslen af den kvantemekaniske bølgefunktion med, at den tilvejebringer den nødvendige information om den betragtede fysiske proces, der kun på ufuldstændig vis lader sig beskrive i rum og tid. Det er vores opfattelse, at den fysiske situation vedrørende de omtalte korrelationsfænomener er analog til tydningen af spektrallinierne i den forstand, at den vekselvirkning mellem måleinstrument og system, der er nødvendig for at tilvejebringe information om det atomare system, forårsager et pludseligt spring fra én tilstand til en anden tilstand.

Forskellen ligger deri, at den initiale tilstand ikke udgør en stationær tilstand, og at den ufuldstændige beskrivelse af processen i rum og tid udstrækker sig over makroskopiske afstande og tider. Som tidligere omtalt, er det vores opfattelse, at afstanden mellem de atomare systemer, som f. eks. to udsendte fotoner, og levetiden af disse, først skabes ved vekselvirkningen med måleinstrumenterne, eller andre tunge legemer, der kan tilvejebringe betingelserne for eksistensen af en metrisk struktur. Disse klassiske begreber kan ikke umiddelbart overføres på den atomare overgangssituation.

Referencer:

- 1) Meyer, T. : Måleproblemet i kvantefysikken, Fys Lab. I, 1975, p. 154.
- 2) Schrödinger, E. : Mennesket og universet, Munksgård, 1965, p. 40.

3.2 Naturen af korrelationen mellem atomare systemer (I).

3.2.1 Introduktion.

Vores behandling af de atomare korrelationsfænomener tager sit udgangspunkt i det realitetsbegreb vi har defineret i indledningen til dette kapitel. Fysiske processer og systemer eksisterer uafhængigt af enhver menneskelig iagttagelsessituation, således at de processer vi kan fremkalde med vores måleapparater, også kan foregå uden tilstedevarelse af vores bevidste iagttagelse.

Dette udgangspunkt er efter vores opfattelse ikke i modstrid med Københavnerfortolkningen af kvantemekanikken. Vi er ikke uenige i, at atomare objekters opførsel ikke kan adskilles fra de måleinstrumenter, der tjener til at definere betingelserne, hvorunder fænomenerne optræder, vi præciserer kun, at når disse måleinstrumenter ikke er tilstede, eksisterer de samme processer som dem, der kan ske i måleapparatet. Forskellen ligger snarere deri, at vi overhovedet finder det meningsfuldt at belyse den situation de atomare objekter kan være underlagt, når vi ikke iagttaer og vekselvirker med disse.

Lad os yderligere præcisere, at det faktum, at den samme fysiske proces kan foregå uden tilstedevarelsen af måleapparater, ikke medfører, at de fysiske processer der kan foregå uden måleapparater, er begrænset til dem vi kan iagttae. Vi må snarere antage, at måleapparaterne definerer betingelser, hvorunder fænomenerne kan optræde, der udgør en begrænsning i forhold til det totale sæt af muligheder, fænomenet har at optræde under.

3.2.2 Kan levetiden og udstrækningen af et atomart objekt defineres i forhold til objektet selv?

Vi argumenterede i indledningen for, at varigheden og udstrækningen af atomare processer i rum og tid, bør defineres i forhold til processen selv, og ikke en ydre iagttager. F. eks er levetiden af et atomart objekt ikke

en egenskab ved iagttagerens bevidsthed og dennes ur, men en dynamisk størrelse, knyttet direkte til objektet.

Det er vores opfattelse, at der altid er en fysisk størrelse, knyttet til selve systemet, der kan fastlægge et tidsbegreb og afstandsbegreb for systemet. Når talen er om kvantemekaniske fænomener, hvor varigheden af processen, og udstrækningen af denne er af en sådan størrelsesorden, at ubestemthedsrelationerne spiller en rolle, forekommer dette spørgsmål ikke så væsentligt. Vi benytter da Schrödingerligningen til at tilvejebringe den nødvendige information om en proces, der er ufuldständig beskrevet i rum og tid. Men i korrelationsfænomenerne, hvor den ufuldständige beskrivelse udstrækker sig over makroskopiske afstande og tider, mener vi ikke, at spørgsmålet kan ignoreres.

Vigtigheden af dette spørgsmål i relation til korrelationsfænomenerne ligger deri, at vi ikke kan bryde korrelationen mellem to atomare objekter sålænge der er en perfekt symmetri mellem disse med hensyn til energi, levetid, spintilstand, og den symmetri der skal brydes er knyttet til disse reelle fysiske størrelser, og ikke til f. eks. den relative forskel mellem varigheden af processen på to iagttageres ure.

En stor del af spørgsmålet kan besvares, hvis vi kender opførslen af reelle atomare, og begrænsningen i deres virkemåde; en anden del af spørgsmålet er knyttet til mulighederne for at tilordne processer en systemtid, som kan transformeres til iagttagertid ved måling. En lang række spørgsmål er i den forbindelse blevet afklaret og undersøgt, som vil lette vores mulighed for at forstå tiden som et dynamisk element, og ikke blot en passiv parameter knyttet til iagttageren. Vi skal i det følgende særligt hæfte os ved arbejder af Møller 1), 2), Dirac 3), 4), 5), 6), Voetmann Christiansen 7), 8), Kalckar 9), Wigner 10), 11), Bohm 12), Milne 13), Livshits og Yantsevich 14).

3.2.3 Kan biologiske fænomenet kaste lys over spørgsmålet?

Andre dyrearter end mennesket render ikke rundt med et armbåndsur, der kan løse deres kausale problemer! Biernes evne til at orientere sig i rummet, og deres fornemmelse af varigheden af en proces, var i mange årtier en gåde for naturforskere. Dette stod nemlig i skarp kontrast til deres ubevagelige synsorganer, hvis 10.000 enkeltøjne er solidt fastvokset på hovedets højre og venstre side og orienterer i alle retninger. Derved kommer indtrykkende til et veksle meget hurtigt for bierne, givende årsag til en rige rumlig udskillelsesevne, men en fremragende udskillelsesevne i tid. Gådens løsning 15) var, at bierne orienterede sig efter elektromagnetiske signalets polarisationsorientering. Bierne kan erkende sollyssets svingningsplan med hensyn til polarisation, og benytter dette til at orientere sig i rum og tid. Som vi så i korrelationsexperimenterne, bliver lyssets intensitet svagere, jo større forskel der er på de indkomne fotoners polarisation, og det svingningsplan (filter) vi har opstillet. På lignende måde kan bierne erkende svage lysændringer og forbinde dem med polarisationsretningen af fotonerne. (Det skal dog indskydes, at de også er i stand til at orientere sig i rummet, selvom solen er skjult bag et tæt skydække, hvilket vi endnu savner en forklaring på). Men vi ved med sikkerhed, at biernes armbåndsur er "fotonernes polarisationsretning, der varierer meget nøje med solhøjden!

3.2.4 Kritik af det kvantemekaniske spinbegreb.

I 1935 påviste Beth 16), at når cirkulært polariseret lys absorberes, vil impulsmomentet i det elektromagnetiske felt blive overført til absorberen, som sættes i rotation.

Forsøget indicerede, at hver enkelt foton besidder et veldefineret impulsmoment: Forholdet mellem den absorberede energi, ΔE , og den absorberede impulsmoment ΔJ_z , langs udbredelsesretningen z , er lig den angulære fre-

kvens $\omega = 2\pi\nu$, af den monokromatiske elektromagnetiske bølge:

$$\frac{\Delta E}{\Delta J_z} = \omega = 2\pi\nu \quad (3.1)$$

Ved brug af Einstein-relationen $\Delta E = h\nu$ fås impulsmomentet for den enkelte foton langs udbredelsesretningen

$$\Delta J_z = \frac{\Delta E}{2\pi\nu} = \frac{h\nu}{2\pi\nu} = \frac{h}{2\pi} \quad (3.2)$$

For et klassisk system kan vi umiddelbart opdele impulsmomentet J i et baneimpulsmoment L og et spinimpulsmoment S :

$$J = L + S \quad (3.3)$$

Ved beskrivelsen af kvantemekaniske systemer kan vi tilsvarende introducere denne opdeling ved en kvantemekanisk behandling af impulsmomentet.

Men den fysiske fortolkning af baneimpulsmomentet og spinimpulsmomentet kan ikke overføres fra den klassiske beskrivelse. F. eks. definerer vi spinnet som partiklens impulsmoment i hvilesystemet.

Frauenheder skriver om dette 17):

"Spin is often pictured by assuming the particle to be a small fast-spinning top. However, for any acceptable radius of the particle, the velocity of the surface of the particle then exceeds the velocity of light, and the picture therefore is not really tenable. In addition, even particles with zero rest mass, such as the photon and neu-

trino, possess a spin. The existence of spin has to be accepted as a fact."

Vi skal i det følgende diskutere, hvorledes en fysisk fortolkning af spinnet for kvantemekaniske systemer muligvis kan etableres. (Det matematiske skema: appendix B.)

Ud fra den kvantemekaniske beskrivelse af atomare systemer kan vi konstatere, at koordinategenskaber og spin-egenskaber ikke kan adskilles. Det følger af, at spinnet ikke kan defineres som impulsmomentet i hvilesystemet.

For masseløse partikler som fotoner, ses dette måske klarest af, at spinnet altid er parallelt eller anti-parallel til udbredelsesretningen, uanset hvor stort spinnet er.

Dette er ikke en egenskab ved spinnet i sig selv, men en konsekvens af egenskaberne af Lorentztransformationer. Det er en slags Lorentz-kontraktion, ifølge Wigner 18):
Lad en partikel med massen m bevæge sig med høj hastighed langs z-aksen. Lad os endvidere betragte denne bevægelse fra et koordinatsystem, der bevæger sig i -y-retningen. Partiklen vil nu have en impuls også i y-retningen, og hastigheden vil have en retning mellem y- og z-aksen. Derved vil der opstå en vinkel mellem retningen af spinnet og bevægelsesretningen.

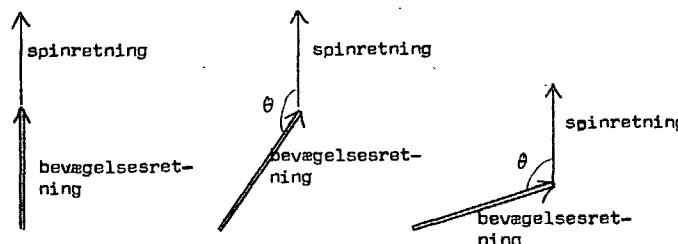


Fig. 1A

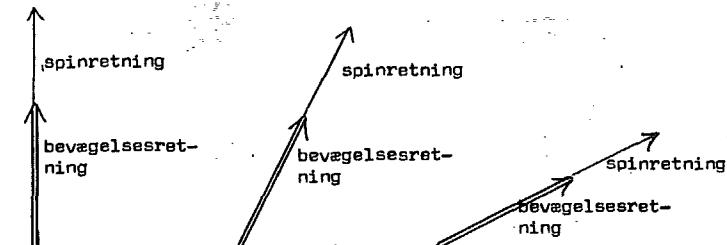


Fig. 1B

Fig. 1A viser en vinkel mellem udbredelsesretning og spinretning for små hastigheder af partiklen.

Fig. 1B viser parallelitet når hastigheden $v \rightarrow c$.
(Efter Wigner 18)).

Wigner 18) har vist, at denne vinkel kan bestemmes ud fra formlen:

$$\tan \Theta = \sqrt{1 - v_b^2/c^2} \sin \phi \quad (3.4)$$

hvor v_b er hastigheden af partiklen i det bevægede koordinatsystem, og ϕ er vinklen mellem hastighed v_b i det bevægede koordinatsystem, og hastigheden v_h i hvilesystemet (mht y-aksen).

Det følger, at $\Theta \rightarrow 0$ når $v_b \rightarrow c$ og dermed $\phi \rightarrow 0$.

Medens den sædvanlige kvantemekaniske beskrivelse af atomare systemers spin afstår fra en nærmere redegørelse for den fysiske fortolkning af sådanne resultater, har der været forsøg på, indenfor rammerne af en skjult variabel teori at give spinnet en fysisk fortolkning. Bell

19) har argumenteret for, at de skjulte variable, $\chi(t)$ skal opfattes som den faktiske position af partiklen til tiden t :

"For example to <<measure the spin component δ_x >> the particle is allowed to pass through a Stern-Gerlach magnet and we see whether it is deflected up or down, i.e. we observe position at a subsequent time"

.....

"We have a picture in which although the wave has two components the particle has only position χ . The particle does not spin although the experimental phenomena associated with spin are reproduced."

Bell ønsker altså at erstatte spinnet med en koordinatfrihedsgrad; men ligesom i den kvantemekaniske beskrivelse savner vi en forståelse for, hvorledes den matematiske beskrivelse af spinnet som en rotation virker på en situation, der åbenbart ikke på nogen rimelig fysisk måde kan betragtes som en rotation.

Vores mulighed for at behandle et sådant spørgsmål indenfor rammerne af kvantemekanikken og de skjulte variable teorier virker ikke store.

Tager vi imidlertid udgangspunkt i, at måleapparaterne indskrænker spinnets fremtrædelsesformer, kunne vi ad denne vej argumentere for, at den makroskopisk observerede rotation af absorberen først skabes under måleprocessen.

Vi kunne derved, som allerede argumenteret før, bevare den kvantemekaniske beskrivelse af måleprocessen med tilhørende fysisk fortolkning af transformationsgrupperne der beskriver tilladte ændringer af spinnet, der kan observeres.

Før vi mäter vil partiklen ikke rotere, og følgelig heller ikke udføre en bevægelse, der for "enhver acceptabel radius af partiklen" må overstige lysets hastighed.

Det er vigtigt at pointere, at vi ikke med disse betragninger alene søger at opnå et fysisk acceptabelt billede af en proces vi allerede har en fuldstændig tilfredsstillende matematisk beskrivelse af.

Vi ønsker derimod at tilvejebringe en forståelse af korrelationen mellem atomære objekter for at kunne fastlægge betingelserne for at denne korrelation brydes inden vi mäter.

Inden vi mäter har vi et system, hvis energi er fordelt på et antal koordinatfrihedsgrader. Vi kan ikke tale om nogen afstand i klassisk forstand mellem f. eks. to partikler knyttet til systemet, fordi vi ikke har nogen sædvanlig metrisk struktur. Ønsker vi derfor at udtrykke f. eks levetiden af de enkelte partikler før vi mäter, må dette gøres i relation til systemet selv, og ikke en ydre iagttagere.

3.2.5 Kvantemekanikkens beskrivelse af ustabile fysiske systemer.

Enhver fysisk proces er en irreversibel proces. Vi ved der aldrig tilbage til den situation vi startede fra, selvom der i mange processer kan gives en Quasistationær beskrivelse, når varigheden af processen går mod uendelig, og forbruget af fri energi mod nul.

Når vi ønsker at beskrive det irreversible element i en makroskopisk beskrivelsesramme siger vi, at "tiden går". Vi kan således til en fysisk proces knytte en parameter, t , der gør det muligt for iagttageren at indføre en beregningsmæssig kausalitet i de ligninger, der tilsigter at beskrive processer, men som i sig selv er eksplicit uafhængige af tiden.

Parameteren t tjener udelukkende til at placere procesen kausalt i forhold til andre processer, samt adskille årsag og konsekvens i en hændelse, eller en kæde af hændelser.

Derved bliver levetiden af et fysisk system en egenskab ved iagttagerens ur, snarere end et dynamisk element, knyttet til systemet, uafhængig af iagttageren.

Højgaard Jensen udtrykker dette ved at sige 2o)

"Uden større forbehold kan man sige,
at alle grundlæggende fysiske teorier,
der har vist sig nyttige, er tidsuaf-
hængige."

men tilføjer dog, at

"Der er opstillet eksplisit tidsafhængige teorier til forklaring af universets udvikling. Dirac har således forsøgt den antagelse, at proportionalitetsfaktoren i massetiltrækningsloven ændrer sig lovmæssigt i tidens løb. En sådan teori indfører en naturlig tidsretning. Dette kan også gøres i en eksplisit tidsuafhængig teori ved indførelse af statistiske processer."

I kvantemekanikken beskrives ustabile systemer ved at addere et imaginært led til energien

$$E = E_0 - iT \quad (3.5)$$

således at sandsynligheden for at finde partiklen til tiden t er givet ved

$$p(t) = |\psi(\sigma)|^2 e^{-\Gamma t/\hbar} \quad (3.6)$$

Denne fremgangsmåde giver en excellent beskrivelse af mange fænomenet i kvantefysikken, hvor ustabile systemer er invølveret; men som påpeget af Sharma 21) er der i denne forbindelse en matematisk uoverensstemmelse med kvantemekanikkens grundlæggende antagelser, idet Hamiltonfunktionen af et isoleret system altid skal være hermitisk, og hermitiske operatorer kan ikke have komplekse egenværdier.

I det omfang spørgsmålet om kvantemekanikkens beskrivelse af ustabile systemer omhandler den praktiske anvendelighed, spiller sådanne forhold ingen rolle.

Men det er vigtigt at erkende, at en diskussion om hvorvidt den kvantemekaniske beskrivelse af korrelationsfænomener er fuldstændig, derved ikke længere er et spørgsmål om valget mellem en matematisk fuldstændig teori på den ene side, og særegne skjulte variable teorier på den anden side, hvor f. eks. kollapsprocessen introduceres ved exponentieltilgængende henfald af $n-l$ komponenter, og vækst af én komponent.

I virkeligheden er kvantemekanikkens beskrivelse af ustabile systemer en slags "skjult variabel teori"! Essensen af en skjult variabel teori er jo ofte at introducere en størrelse, hvis nøjagtige værdi ikke kan fastsættes af iagttageren, men som spiller en rolle ved systemets vekselvirkning med et måleapparat.

3.2.6 Naturlige enheder for masse og tid.

Møller 22) har redegjort for, at enhver makroskopisk partikel, der udfører harmoniske svingninger omkring et ligevegtspunkt under indflydelse af en elastisk kraft, kan benyttes samtidigt til at måle masse og tid.

Ved beregning af urets tidsenhed, kan vi se bort fra alle kvantemekaniske effekter. Det eneste vi behøver at kende er de dynamiske love som redogør for bevægelsen af makroskopiske partikler, der er påvirket af et ydre

gravitationsfelt, og af en given ikke-gravitationel kraft.

Frekvensen af den oscillérende bevægelse, kan for tilstrækkelig lille amplitude og hastighed bestemmes ved

$$\nu = \sqrt{1 + 2\chi/c^2} \quad (3.7)$$

hvor ν er frekvensen, når oscillatoren er placeret i hvile i et inertial system.

Ved at måle frekvensen, når oscillatoren er placeret i forskellige potentialer, χ , kan vi bestemme den inertielle masse af oscillatoren, idet

$$m = \frac{k}{\nu^2} = \frac{k}{\sqrt{1 + 2\chi/c^2}} \quad (3.8)$$

hvor m er den inertielle masse, k elasticitetskonstanten, og hvor potentialet χ kan betragtes som konstant over det lille område som partiklen i sin bevægelse dækker.

Den oscillérende partikel kan benyttes som et ur. Den tid som dette ur vil vise er proportional med antallet af svingninger i bevægelsen. Når det er placeret i hhv potentialet χ og potentialet 0 vil ν/ν_0 være forholdet mellem urets tidsenheder.

Vigtigheden af Møllers arbejde i forbindelse med de omtalte korrelationfænomener er efter vores opfattelse denne, at frekvensen af den oscillérende partikel samtidigt tilvejebringer muligheden for at konstituere en naturlig enhed for masse og en naturlig enhed for tid.

Voetmann Christiansen 23) har bemærket, at alle systemer som svinger med en fast frekvens er potentielle ure.

Vi behøver derfor ikke - i relation til ovenstående be-

tragninger, - begrænse os til de systemer der kan udgøre masse og tidsmål for iagttageren:

Frekvensen af en foton konstituerer således en naturlig enhed for masse og en naturlig enhed for tid; forskellen ligger deri, at både massen og levetiden er potentielle størrelser, som først ved en måleproces kan tillægges denne betydning.

Der ligger i de foregående betragtninger efter vores opfattelse et vigtigt komplementært træk: Den masse en vilkårlig foton transporterer fra et vilkårligt punkt i iagttagerens metriske struktur til et andet vilkårligt punkt, multipliceret med varigheden af processen, kan beskrives ved formlen

$$m \cdot t = (h/c^2)R(\nu, t) \quad (3.9)$$

hvor m er massen, t tiden, h og c konstanter, R et dimensionsløst tal, der udtrykker, hvor mange svingninger systemet har udført. Størrelsen af R er en funktion af levetid og frekvens.

Hvis vi kendte $R(\nu, t)$ for en foton, samt enten den transporterede masse eller levetiden eksakt, ville den anden størrelse kunne bestemmes eksakt. Det er således en konsekvens af ubestemthedsrelationerne for energi og tid, at dette ikke kan lade sig gøre

To fotoner dannet i det samme punkt, og med den samme energi, vil have den samme værdi af R i ethvert andet punkt i rummet vi genfinder disse i, uafhængig af kilde og absorberens placering, samt dannelsesenergi.

Vi kan yderligere bemærke, at fotoner med næsten samme værdi af R vil have en potentiel mulighed for at være korreleret m.h.t. spin, da der her netop er tale om fotoner med næsten samme frekvens, dannelsespunkt, og dermed levetid. Vi kan her sige, at de fysiske betingelser

for korrelationen observeret ved en måleproces hænger sammen med, at værdien af $R(\sqrt{t}, t)$ for de to fotoner er nogenlunde den samme ved bølgefunktionens kolaps.

3.2.7 Betydningen af størrelsen $R(\sqrt{t}, t)$.

Det har været nævnt af Wheeler 24), at begrebet skelnelighed, kunne være en afgørende faktor i korrelationsexperimenterne. Eksistensen af fysiske systemer ville ikke være mulig, hvis ikke det gav ør-sag til klert skelnelige fysiske effekter. Wheeler nævner, at Wootters har beregnet, hvorledes talleraten i en detector må varierer i et korrelationsexperiment, som funktion af de indkomne partiklers polarisationsorientering θ , hvis vi skal have det maksimale antal skelnelige retninger af θ . Svarer er, at talleraten vil variere som $\cos^2 \theta$, hvor $n=1$ for fotoner, $n=1/2$ for elektroner, $n=2$ for gravitoner. Voetmann Christiansen har behandlet samme problemstilling 25), hvor en mørkt beskrives ved "tilstandsvektoren" $\gamma = e^{i\theta/2}$. Kvadratet på realdelen og kvadratet på imaginærdelen af γ kan da betragtes som a priori sandsynligheden for hhv. plæ og krone. Hvis sandsynligheden for krone er q , sandsynligheden for plæ $q=1-q$, og fasen $\theta/2$ er jævnt fordelt ("random phase assumption") vil vi opnå den kanoniske fordeling

$$p^X(q) = \frac{1}{\pi\sqrt{q(1-q)}} \quad (3.10)$$

over det kontinuerte rum X . Den funktion $\theta(q)$ som er jævnt fordelt over intervallet $[0, \pi]$ når den kanoniske fordeling er givet ved (3.10) er

$$\theta(q) = 2 \operatorname{Arcsin} \sqrt{q} \quad (3.11)$$

Det er vore opfattelse, at disse overvejelser over informationsindholdet af de detecterede partikler, som funktion af et maksimalt antal skelnelige polarisationsorienteringer er et vigtigt led i retning af en forståelse af måleprocessen. Men de kan ikke alene udgøre grundlaget for en forståelse af korrelationsexperimenterne, da de savner egentlig dynamiske elementer, der er knyttet til de fysiske betingelser i måleprocessen.

Zeman 26) har påpeget, at de situation, hvor vi kan udvirke maksimal information af en fysisk proces er relateret til en maksimal tidsforsinkelse af processen.

Set i forhold til korrelationsexperimenterne svarer dette til, at vi polarisere fotonerne over et så stort tidsrum som muligt. Ligeledes har det været påpeget, at den oprindelige information fra kilden skulle kunne bevares under bevægelsen til absorberen, således at det er nødvendigt at have en ide om, hvor store fluktuationer partiklerne i deres bevægelse mellem kilde og absorber utsættes for, og hvad der bestemmer størrelsесordenen af disse fluktuationer.

Måske kan svingningstallet $R(\sqrt{t}, t)$ netop bruges til at beskrive disse forhold. Svingningstallet giver information om fotonerne, der gør det muligt at skelne mellem disse, og er muligvis også et godt mål for, hvor store fluktuationer partiklen har været utsat for under bevægelsen. Det ville ikke være unaturligt at antage, at disse fluktuationer vokser med frekvensen og levetiden af partiklen, og dermed med svingningstallet.

Det kunne derfor antages, at muligheden for at reproducere den kvantemekaniske korrelationskurve hænger sammen med, at svingningstallet for de to fotoner er nogenlunde det samme, og den foton, som forårsager bølgefunktionens kolaps har et svingningstal der er større end eller lig svingningstallet for den anden foton. Ved bølgefunktionens kolaps fastlægges korrelationen mellem de atomare objekter, og den vil være stærkest, sålangt den foton, der ikke måles på, har været utsat for flere fluktuationer end den, der måles på.

I Aspecteksperimentet har den først udsendte foton en lavere frekvens end den anden foton. Til gengæld vil den foton der udsendes først, kunne udføre nogle svingninger inden den næste foton udsendes, hvor tidsforskellen i gennemsnit kan sættes til 5ns, svarende til den gennemsnitlige levetid af den intermediære tilstand. Der vil derfor gå nogen tid, før vi med sikkerhed kan påstå, at den sidst udsendte foton har et større svingningstal end den foton, der forårsager bølgefunktionens kolaps. I den grænse, hvor svingningstallene er lige store, skulle vi kunne begynde at erkende en svækkelse af den kvantemekaniske korrelationskurve.

Den først udsendte foton i Aspecteksperimentet vil udføre et vist antal svingninger inden den næste foton udsendes.

$$\frac{c}{\lambda_1} \cdot 5 \text{ ns} = \frac{c}{551,3 \text{ nm}} \cdot 5 \text{ ns} = 2,72 \cdot 10^6 \quad (3.12)$$

Den grænse, hvor de to fotoner har udført lige mange svingninger er, når

$$\frac{c}{\lambda_1} t + 2,72 \cdot 10^6 = \frac{c}{\lambda_2} t \quad (3.13)$$

hvor t er den tid foton-2 har eksisteret samtidigt med foton-1. Vi får:

$$\frac{c}{551,3 \text{ nm}} t + 2,72 \cdot 10^6 = \frac{c}{422,7 \text{ nm}} t \quad (3.14)$$

$$5,44 \cdot 10^{14} t + 2,72 \cdot 10^6 = 7,10 \cdot 10^{14} t \quad (3.15)$$

$$t = \frac{2,72 \cdot 10^6}{(7,10 - 5,44) \cdot 10^{14}} \quad (3.16)$$

$$t = 1,64 \cdot 10^{-8} \text{ s} \quad (3.17)$$

Fotonerne vil da have bevæget sig distancen

$$t = \begin{cases} ct + c \cdot 5 \text{ ns} = 4,92 + 1,5 = 6,42 \text{ m} & \text{foton-1} \\ ct = 4,92 = 4,92 \text{ m} & \text{foton-2} \end{cases} \quad (3.18)$$

Afvigelser fra den kvantemekaniske korrelationskurve skulle derfor være forbundet med, at afstanden mellem kilde og absorber øges til noget over 6,42 m. Desværre stopper Aspecteksperimentets målinger netop i denne grænse (6,5 m), således at det ikke kan konstateres, om svingningstallet spiller en rolle for korrelationen.

Introduktionen af svingningstallet som en betydnende størrelse i korrelationsekspertenterne knytter sig imidlertid til de indledende betragtninger, hvor vi anførte nødvendigheden af at kunne skelne mellem de fysiske egenskaber af et atomart system, som er knyttet til vekselvirkningen med tunge makroskopiske objekter, som måleapparaterne, og så de fysiske egenskaber der kan tillegges de atomare objekter, uafhængig af denne vekselvirkning.

Afstands-og tidsbegrebet er knyttet til tilstedeværelsen af tunge makroskopiske objekter, og kan ikke adskilles fra disse. Men samtidig med, at metrikken således er en del af den makroskopiske målesituation, bliver det for makroskopiske objekter muligt at skelne mellem om ændringer i f.eks. et systems energiindhold, er forårsaget af en udefrakommende energitilførsel, eller om iagttageren har ændret bevægelsestilstand i forhold til objektet.

En lignende mulighed foreligger ikke, når vi kun har tilstedeværelsen af atomare objekter. Vi kan derfor sige, at svingningstallet spiller en fysisk rolle i de situationer, hvor vi ikke kan skelne mellem, om et fysisk system er blevet tilført energi, eller om metrikken har ændret sig.

Hvis f.eks. en foton ændrer sin frekvens uden for en kilde eller en absorber er der fuldkommen ekvivalens mellem udtalelsene: "metrikken har ændret sig, så fotonen udfører flere svingninger pr. tidsenhed, hvorved frekvensen af systemet er blevet større", og så "systemet er blevet tilført energi, så det udfører flere svingninger pr. tidsenhed, hvorved frekvensen er blevet større".

Dette har naturligvis en særlig vigtig betydning i korrelationsekspertenter, hvor coincidens er forbundet med, at de atomare objekter til et givet tidspunkt kan påstås at befinde sig i netop de positioner i rummet, der frembringer den kvantemekaniske korrelationskurve. Hvis et sådant positionsbegreb ikke har nogen mening, når de atomare objekter ikke befinner sig i en kilde eller en absorber, kan muligheden for korrelationsbrud ikke formuleres som et spørgsmål om hvorvidt de atomare objekter indtager positioner i rummet, der er foreneligt med Einsteins lokalitetsprincip, når disse ikke befinder sig i en kilde eller en absorber; hvis vi samtidigt ønsker at opretholde postulatet om, at de er korrelerede i spin.

Det følger således af Einsteins lokalitetsprincip (se side 108), at de atomare objekter ved vekselvirkningen med f.eks. en optisk kommutator, indtager positioner i rummet, der er helt uafhængige af de positionér andre atomare objekter indtager i en enden optisk kommutator, spacelike separeret fra den første. Heraf sluttet at den kvantemekaniske korrelationskurve følgelig ikke kan reproduceres.

Men hvis positionsbegrebet ikke har nogen mening, når fotonen ikke befinder sig i en kilde eller en absorber, er det ikke nogen rimelig måde at postulere eksistensen af afvigelser fra den kvantemekaniske korrelationskurve på. Vi må istedet koncentrere opmærksomheden på, om den information, der er konstitueret i kilden kan genfindes i absorberen, samt hvilke størrelser der kan sige noget om hvorledes denne information svækkes, dels i kilden og absorbere, dels uden for disse.

Vi har tidligere bemerket, i afsnit 1.4, at de atomare objekter undergår en irreversibel udvikling straks efter dannelsen, hvilket må føre til en entropiførgelse og følgelig en svækelse af den oprindelige information. Vi ønsker derfor at for tolke svingningstallet som et mål for entropien af den betragtede proces. Dette er en naturlig for tolkning, i og med, at svingningstallet vokser med levetiden og energitetheden. Korrelationen mellem de atomare objekter er derfor forbundet med, at svingningstallet for de to systemer er nogenlunde den samme, og at den foton der forårsager bølgefunktionens kolaps ikke indeholder signifikant mere information om korrelationen end den anden foton.

Der er ingen eksperimenter, hvor denne situation ikke kan siges at være opfyldt. Aspecteksperimentet er tættest på, men målingerne stopper desværre netop i den grænse, hvor svingningstallet for den sidst udsendte foton bliver større end svingningstallet for den først udsendte foton. Faraci et al udfører tre målinger, hvor absorberne er placeret symmetrisk omkring kilden (hhv. i afstanden 5,5 cm-10 cm-20 cm.) I alle tre tilfælde er resultatet i god overensstemmelse med kvantemekanikken. Dernæst udføres to forsøg, med en asymmetrisk opstilling (hhv. (6 cm, 13 cm) og (5,5 cm -34 cm). Det sidste eksperiment støtter en lokal realistisk teori af Jauch (se side 95).

Følger vi de foregående betragtninger, er det naturligt, at Faraci et al skulle have en større mulighed for at påvise afvigelser fra den kvante-

mekaniske korrelationskurve med en asymmetrisk måleopstilling.

Vi skal i næste afsnit vende tilbage til dette eksperiment, idet vi, for at kunne sammenligne det med lignende eksperimenter (Wilson et al og Bruno et al) tillige må se på kildernes og absorberernes sammensætning.

Referencer:

- 1) Møller, C. : Old Problems in the General Relativity viewed from a new angle, Mat. Fys. Medd., 30, nr 10, 1955.
- 2) Møller, C. : A Study in Gravitationel Collapse, Dan. Mat. Fys. Medd., 39, 7, 1975.
- 3) Dirac, P. A. M. : Long range forces and broken symmetries, Proc. R. Soc., London, A, 333, 1973, p. 403 - 418.
- 4) Dirac, P. A. M. : Cosmological models and the Large Numbers hypothesis, Proc. R. Soc., London, A, 338, 1974, p. 439 - 446.
- 5) Dirac, P. A. M. : Lecture on Quantum Fields Theory, §7 (A Model Hamiltonian), Oxford, Clarendon Press, 1966, p. 31 - 41.
- 6) Dirac, P. A. M. : Developments of Einstein's theory of gravitation, ed. B. Kursunoglu: On the path of Albert Einstein, Plenum Press, 1979.
- 7) Voetmann Christiansen, P. : Tidsekspонenter og indre systemtid, §1.15 i Semiotik og Systemegenskaber (I), nr. 22, IMFUFA, 1979.
- 8) Voetmann Christiansen, P. : Kilder, lagre og lække mm., p. 63 - 101, i Dynamik og Diagrammer, tekst nr. 8, IMFUFA, 1978.

- 9) Kalckar, J. : Measurability Problems in the Quantum Theory of Fields, i Foundations of Quantum Mechanics, Academic Press, 1971, p. 127 - 168.
- 10) Wigner, E. P. : Relativistic Invariance and Quantum Phenomena, Rev. Mod. Physics, juli 1957, vol 29, nr. 3, p. 255 - 268.
- 11) Wigner, E. P. : The subject of our diskussions, p. 1 - 19, Foundations of Quantum Mechanics, Academic Press, 1971.
- 12) Bohm, D. : Quantum Theory as an indication of a new order in Physics, p. 412 - 469, i Foundations of Quantum Mechanics, Academic Press, 1971.
- 13) Milne, E. A. : Kinematic Relativity, Oxford Clarendon Press, (1. udg. 1948), reprint 1951.
- 14) Livshits, M. S., Yantsevich, A. A. : Operator Colligations in Hilbert Spaces, John Wiley & Son's, 1979.
- 15) Frisch, K. von : Om biefine, København, Gads forlag, 1965, oversat fra tysk. Orginaludgave 1959 på på Springer Verlag Berlin.
- 16) Beth, R. A. : Phys. Rev. 56, 115, 1936.
- 17) Frauenfelder H., Henley, E. M. : Subatomic Physics, Prentice Hall, 1974, p. 70.
- 18) Wigner, E. P. : Samme som reference 10, s. 257.
- 19) Bell, J. S. : Introduction to hidden variable question, i Foundations of Quantum Mechanics, Academic Press, 1971, p. 176 - 177.
- 20) Højgaard Jensen, H. : Fysiske teorier og deres forhold til årsagsproblemet, p. 91 - 101, i Nordisk sommeruniversitet 1951, Årsagsproblemet, udk. Munksgaard, København 1952.
- 21) Sharma C. S., Ogunsiuire, E. O. : Axiomatic quantum theory and resonances, J. Phys. A Math. Gen., vol 11, nr. 11, 1978, p. 2159 - 2177.
- 22) Møller, C. : samme som reference 1, s. 127.

- 23) Voetmann Christiansen, P. : som reference 7, s. 127
- 24) Wheeler, J.A. : Physics and Austerity: Law without Law, Working Paper, p. 34, Center for Theoretical Physics, University of Texas, Texas 1982.
- 25) Voetmann Christiansen : Interpretation and Transduction of Information, afsnit IV i Ecophysics 1977, p.69 ff.
- 26) Zeman, Jiří : Information, Knowledge and Time, p.254, i Entropy and Information in Science and Philosophy, Elsevier 1975.

3.3 Naturen af korrelationen mellem atomare systemer (II).

3.3.1 Introduktion.

Vi har i den første diskussion af korrelationen mellem atomare systemer indført en størrelse, svingningstallet, som vi konkluderede spillede en rolle ved bestemmelse af graden af korrelation mellem systemerne.

Vi har specielt fokuseret på den atomare overgangssituation, hvor de betragtede objekter ikke befinner sig i en kilde eller en absorber, og ønsker i det følgende diskussionen udstrakt til kilden og absorberen.

Hvis to fotoner er udsendt samtidigt med samme frekvens, og korrelerede i spin, er det ensbetydende med, at en coincidenstålling i en forsøgsanordning, der er opstillet symmetrisk omkring kilden, vil svare til, at de to fotoner har samme svingningstal.

I de indledende bemærkninger nævnte vi, at korrelationen var forbundet med en vis symmetri mellem de korrelerede systemer, foruden en anderledes forståelse af afstands-og tidsbegrebet i processen. I den første del af diskussionen fokuserede vi på afstands-og tidsbegrebet i atomare overgangssituationer, hvor objekterne ikke befandt sig i en kilde og en absorber. Vi skal i det følgende se på symmetribegrebets forbindelse med korrelationsfænomenerne, som hænger sammen med selve vekselvirkningen i kilde og absorber.

3.3.2 Atomare objektors bevægelse i kilde og absorber.

Ved en kvantemekanisk beskrivelse af foton-kaskadeprocesser, antages det, at de udsendte fotoner, hvis frekvens kan adskille sig drastisk fra hinanden (som f.eks. i Aspecteksperimentet) udsendes samtidigt, selvom den intermedieære tilstand ikke kan dennes uden fotonudsend. Belinfante [1] antyder dog, at den gennemsnitlige forskel i tid mellem udsendelsen af de to fotoner er 5 ns, svarende til levetiden af den intermedieære tilstand. En sådan beskrivelse virker mere rimelig i og med at den sidst udsendte foton ikke kan udsendes før den første "kaskade" er sket. Vi skal derfor i det følgende antage, at fotonerne i et atomært kaskadesystem udsendes med en gennemsnitlig tidsforskell, svarende til levetiden af den intermedieære tilstand.

Hvis to fotoner er udsendt samtidigt med samme frekvens, og korreleret i polarisation, er det ensbetydende med, at en simultan tælling i to detectorer hver placeret bag et polarisationsfilter orienteret i samme retning, vil give samme værdi af $R(\mathcal{V}, t)$ for de to fotoner.

Betrægt nu en opstilling som den i Aspecteksperimentet anførte:

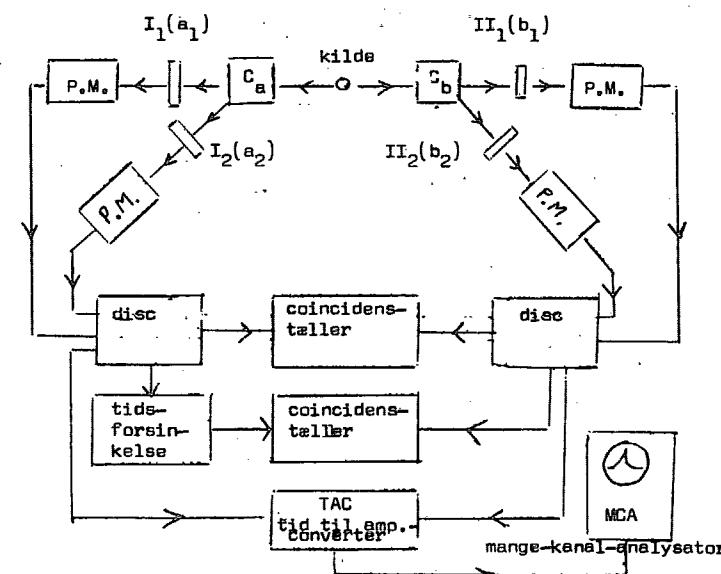


Fig. 2 Aspecteksperimentets opstilling.

Lad nu $N_i(R_i, a_i)$ være mængden af tællinger i detectoren $I_i(a_i)$.

Lad endvidere $N_j(R_j, a_j)$ være mængden af tællinger i detectoren $II_j(a_j)$.

Vi kan da danne mængden af simultane tællinger $N_{ij}(C_{ij}, a_i, b_j)$, hvor C_{ij} er defineret ved

$$\begin{aligned}
 c_{ij}(\nu_i, t_j) &= R_{11}(\nu_1, t_1) + R_{22}(\nu_2, t_2) \\
 &\quad - R_{12}(\nu_1, t_2) - R_{21}(\nu_2, t_1) \\
 &= \nu_1 t_1 + \nu_2 t_2 - \nu_1 t_2 - \nu_2 t_1 \\
 &= (\nu_1 - \nu_2)(t_1 - t_2) \\
 &\equiv A_{ij}(\nu_i, \nu_j) B_{ij}(t_i, t_j) \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

c_{ij} er en skjult variabel, som udtrykker produktet af forskellen mellem fotonernes frekvens og levetid på tids punktet for bølgefunktionens dannelse.

En perfekt korrelation mellem fotonernes spintilstand vil være karakteriseret ved at $c_{ij}(\nu_i, t_j) = 0$.

Afvielsen fra denne værdi, svarende til at fotonerne ikke er udsendt samtidigt, eller at fotonerne har vekselvirket med et omgivende felt, så frekvensen af disse er en anelse forskellige, vil øge sandsynligheden for korrelationsbrud.

Spørgsmålet er nu, hvor store fluktuationer i de elektromagnetiske signalers udbredelse vi vil anse for nødvendige for fuldstændigt at bryde korrelationen mellem de udsendte fotoner. Vi vil antage, at betingelsen for korrelationsbrud er givet ved, at

$$|c_{ij}(\nu_i, t_j)| \geq 1 \quad (3.20)$$

svarende til, at

$$|\nu_1 - \nu_2| \cdot |t_1 - t_2| \geq 1 \quad (3.21)$$

Eller, ved at $E = h\nu$, at

$$|E_1 - E_2| \cdot |t_1 - t_2| \geq h \quad (3.22)$$

I denne forelæbige antagelse, har vi udelukkende fokuseret på kildens korrelation. Hvis forskellen mellem de udsendte fotonernes frekvens er stor, og tidspunktet for udsendelsen er meget forskellig, er der større chance for at korrelationen brydes. Imidlertid vil etableringen af korrelationen tage en endelig tid i polarisatoren. Denne etablering af polarisationen vil betyde, at fotoner med lidt forskelligt svingningstal inden vekselvirkningen med polarisatoren, alligevel vil blive opfattet som coincidente i coincidenställeren, efter vekselvirkningen med polarisatorerne.

Et sådant synspunkt understøttes fra et informationsteoretisk synspunkt derved, at en lang polarisationstid øger muligheden for at opnå maksimal information om det betragtede system, jvf. Zeman's bemærkninger p. 139.

Vi skal i det følgende se nærmere på betydningen af polarisationen og den hermed forbundne dispersion i svingningstallet.

Udgangspunktet for denne analyse er fortsat, at etablering og brud på korrelationen mellem atomare systemer er en fysisk proces, der kan foregå uden tilstedeværelsen af iagttagere, selvom selve målestillingen kan medvirke til at svække eller forsterke korrelationen.

Det følger ligelædes af de foregående betragninger, og introduktionen af svingningstallet som en betydnende størrelse for korrelationen, at styrken af denne afhænger af levetiden og frekvensen af fotonerne.

3.3.3 Generelle betragtninger vedrørende betydningen af polarisationsprocessen.

Det følger umiddelbart af den foreslæde betingelse for korrelationsbrud, at jo større forskel i frekvens mellem de udsendte fotoner, og jo større forskel i levetid, når polariseringen foretages, desto større er muligheden for korrelationsbrud.

For lavfrekvente fotoner udsendt samtidigt og med en kort levetid, er det umuligt at bryde korrelationen. Muligheden for at bryde korrelationen er derfor forbundet med at øge frekvensen af de udsendte fotoner, og levetiden af disse; herved ville selv små perturbationer i levetiden introducere en stor forskel i svingningstallet.

To effekter kan imidlertid ændre dette billede. Hvis der er forskel på fotonernes frekvens ved udsendelsen, og forskel på tidspunktet for udsendelsen vil fotonerne fra begyndelsen af have en forskel i svingningstallet, der gør korrelationsfunktionen $C_{ij}(\nu_i, t_j)$ forskellig fra nul. Denne effekt øger således muligheden for korrelationsbrud,

Den anden effekt er forbundet med etableringen af polarisationen. Denne etablering vil tage en endelig tid, og være forbundet med energiudveksling, der bevirker en dispersion i svingningstallet. Modsat den første effekt vil denne mindske muligheden for korrelationsbrud.

Lad os som et eksempel se på situationen i Aspecteksperimentet. Den initiale korrelationsfunktion er

$$|C_{ij}(\nu_i, t_j)| = \left| \left(\frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} \right) (t_1 - t_2) \right|$$

$$= \left| c \left(\frac{1}{551,3\text{nm}} - \frac{1}{422,7\text{nm}} \right) 5\text{ns} \right| \cong 8,3 \cdot 10^5 \quad (3.23)$$

Betingelsen for korrelationsbrud var, at $|C_{ij}(\nu_i, t_j)| > 1$, således at korrelationen mellem de udsendte fotoner med denne betingelse klart er brudt i Aspecteksperimentet.

Dette er ikke i modstrid med, at de to fotoner er dannede med modsat rettet spin, af hensyn til impulsmomentbeværelse i kaskaden $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$. Det drejer sig nemlig om hvordan fotonerne ved en fremtidig vekselvirkning med stof konstituerer sin spintilstand i forhold til den anden foton.

Men når polariseringen af fotonerne foretages med lo "pile of plates" ændres denne situation. Fotonens initiale svingningstilstand ændres på to måder:

- 1/ Ved energiudveksling mellem foton og polarisatorer, der giver årsag til en dispersion i værdien af frekvensen, og dermed i forskellen mellem antallet af transversalsvingninger de to fotoner har udført.
- 2/ Ved en polarisationsændring der giver årsag til en dispersion i levetiden af fotonen, hvis vi fastlægger denne som antallet af rotationer af polarisationsvektoren gange ($1/\nu$).

Den symmetri, der før vekselvirkningen var mellem vibrationerne og rotationerne brydes ved vekselvirkningen, og vi får introduceret en dispersion i korrelationsfunktionens værdi ved begge effekter. Lad os kalde denne dispersion for $D_{ij}(\nu_i, t_j)$. Betingelsen for korrelationsbrud kan da formuleres ved at

$$|C_{ij}(\nu_i, t_j)| > |D_{ij}(\nu_i, t_j)| \quad (3.24)$$

Vi skal i det følgende diskutere størrelsесordenen af D_{ij} .

3.3.4 Størrelsen af absorberens dispersion af $R(\nu, t)$

Lad os indledningsvis præcisere, at før fotonerne vekselvirkede med polarisationsfiltre, optisk kommutator m. v. var der fuldstændig ekvivalens mellem antallet af transversalsvingninger af den elektromagnetiske bølge, og antallet af rotationer af polarisationsvektoren.

Dette er ikke tilfældet ved vekselvirkningen.

Vekselvirkningen introducerer en dispersion givet ved (klassisk)

$$n - 1 = A \left(1 + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots \right) \quad (3.25)$$

hvor A, B, C, ... er konstanter, hvis størrelse er således, at hvert led i parantesen er meget mindre end det foregående. n er refractionsindexet når vi bevæger os fra "vacuum" til polarisationsmediet. ($n - 1$) kaldes refraktiviteten.

Men desuden ændres forholdet mellem rotationshastigheden af polarisationsvektoren og vibrationshastigheden af transversalbølgjen. Det gælder i mange tilfælde, at rotationshastigheden falder når frekvensen falder 2). Men dette gælder ikke generelt, og vi må derfor regne med, at dispersionskorrelationsfunktionen faktoriseres

$$|D_{ij}(\nu_i, t_j)| = |V_{ij}(\nu_i, \nu_j) R_{ij}(t_i, t_j)| \quad (3.26)$$

hvor V_{ij} angiver dispersionen i vibrationerne, R_{ij} i rotationerne.

Vi må imidlertid præcisere, at det for vores formål ikke

spiller nogen direkte rolle om fotonen ved vekselvirkningen får ændret sin bølgelængde lidt, meget, eller slet ikke (hhv. Compton, Raman og Rayleigh-spredning). Det som spiller en rolle er hvor mange svingninger og hvor mange rotationer udfører fotonen i den intermedieære tilstand fra den rammer polarisatoren til den kommer ud, fuldstændigt polariseret.

Hvis forskellen mellem fotonernes frekvens, som sværer til et givet svingningstal, er mindre end det svingningstal dispersionen udvirker, og forskellen mellem dannelsesstedspunktet er mindre end varigheden af polarisationsprocessen, kan korrelationen ikke brydes.

Konklusionen på disse betragtninger er nærmest den modsatte af den, som danner grundlaget for formuleringen af Bell's ulighed på en form der gør det muligt at teste lokalt realistiske teorier mod kvantemekanikken. Til stede værelsen af forsøgsanordningen (polarisationsfiltre, optiske kommutatorer etc.) øger sandsynligheden for coincidenstillinger, fordi fotonerne struktureres i vibrations- og rotationsbånd, indenfor hvilket fotoner med forskelligt svingningstal alligevel er coincidente.

Lad os nu opsummere betydningen af disse betragtninger.

3.3.5 Generelle betragtninger vedrørende betingelsen for korrelationsbrud.

I de foregående betragtninger har vi udskilt **tre elementer** af betydning for korrelationen.

1/ Dannelsen af de atomare objekter hvor værdien af $C_{ij}(\nu_i, t_j)$ fastlægges ud fra den intermedieære tilstand der konstituerer henfaldsprodukterne.

2/ Eksistensen af de atomare objekter, der beskriver en stationær tilstand med hensyn til værdien af korrelationsfunktionen $C_{ij}(\nu_i, t_j)$, såfremt de atomare objekter ikke kobler med et ydre felt, som f. eks. feltvacuumpolarisationsenergien. Udviklingen kan beskrives klassisk, som dynamisk lukket, og korrelationen

kan være brudt, afhængig af værdien af $C_{ij}(\nu_i, t_j)$, og såfremt polarisatorerne er opstillet symmetrisk omkring kilden.

- 3/ Annihilationen af de atomære objekter i en forsøgsanordning (polarisationsfiltre, detectorer, coincidenståller), hvor korrelationen forstærkes ved dispersion i alle led, således at kravet til korrelationsbrud er, at $|C_{ij}(\nu_i, t_j)| \geq |D_{ij}(\nu_i, t_j)|$ hvor D er dispersionskorrelationsfunktionen.

Medens eksistensen af fotonerne kan gives en klassisk beskrivelse, kan korrelationens etablering og brud i de intermediære tilstande det ikke, hvor vi må benytte en kvantestatistisk model.

Vi ønsker imidlertid først at knytte visse kommentarer til de to eksperimenter der bekræfter en lokal realistisk teori i lyset af de anførte betragtninger vedrørende mulighederne for korrelationsbrud.

3.3.6 Holt og Pipkins eksperiment.

Holt og Pipkins eksperiment (se side 90 ff.) sammenlignes i litteraturen med Clauser (s. 92 ff) og Fry et al (s. 85).

Kilderne i forsøgene er ikke meget forskellige ($Hg_{198} - Hg_{202} - Hg_{200}$). Korrelationsfunktionen $|C_{ij}(\nu_i, t_j)|$ for den initiale tilstand er næsten den samme $\sim 1,3 \cdot 10^{-6}$ til $5 \cdot 10^{-6}$.

Derimod er polarisatorerne forskellige. Medens Holt og Pipkin bruger et calciteprisme benytter Clauser og Fry et al "pile of plates"-polarisatorer.

Dette giver en væsentlig forskel i polarisationsmekanismen, og dermed for dispersionskorrelationsfunktionen $D_{ij}(\nu_i, t_j)$ der beskriver betydningen af vekselvirkningen for korrelationen af fotonerne. Enhver behandling af dette spørgsmål, der tager sigte på at beskrive den in-

termediære tilstand, hvor den elektromagnetiske bølle vekselvirker med polarisatoren, må tage sit udgangspunkt i kvanteteorien for dispersion.

Det som vi i første omgang ønsker, er imidlertid en grov kalkulation af forskellen mellem $D_{ij}(\nu_i, t_j)$ for de to polarisationsmekanismer.

Calciteprismet polariserer kun en ringe del af fotonerne, da vekselvirkningen mellem den indkomne bølle og calcitekrystallen er svag 3).

Vi kan sætte varigheden af polariseringen til $T \sim l/c$, hvor l er afstanden mellem gitterplanerne i krystallen, svarende til nogen få Ångstrøm. Dette giver, med en nogetlunde uændret frekvens af den spredte bølle, svarende til en værdi af D_{ij} på

$$|D_{ij}(\nu_i, t_j)| \sim \nu \cdot (1/c)$$

$$\approx \frac{6,4 \cdot 10^{15} \cdot 2 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-8}}{3}$$

$$\approx 4 \cdot 10^{-3} \quad (3.27)$$

I pile of plates sker polariseringen kun gradvis over f. eks. 10 plader med en tykkelse på hver ca. 4 mm 4). Med samme frekvens får vi

$$|D_{ij}(\nu_i, t_j)| \sim \nu \cdot \frac{10^{0,004}}{3 \cdot 10^8}$$

$$\approx 6,4 \cdot 10^{15} \cdot 10 \cdot 10^{0,004} \cdot 1 / 3 \cdot 10^8$$

$$\approx 0,9 \cdot 10^6 \quad (3.28)$$

Hertil kommer, at vi ikke har taget hensyn til den yderligere forstærkning af dispersionen der sker i detectorerne.

Clauser og Fry et al har således en polarisationsmekanisme, hvor $D_{ij}(\nu_i, t_j)$ er sammenlignelig med $C_{ij}(\nu_i, t_j)$ for den intermedieære tilstand, og sandsynligvis også større, således at korrelationen bevares.

Helt anderledes stiller sagen sig med Holt og Pipkin, der har en værdi af $D_{ij}(\nu_i, t_j)$, flere størrelsesordnere mindre end $C_{ij}(\nu_i, t_j)$, således at korrelationen brydes.

Det er således muligt, på baggrund af den opstillede betingelse for korrelationsbrud at redegøre for, hvorfor Holt og Pipkin får overensstemmelse med en lokal realistisk teori, medens Clauser og Fry et al får overensstemmelse med kvantemekanikken.

3.3.7 Faraci et al's eksperiment.

Faraci et al's eksperiment (s. 93 ff) sammenlignes i litteraturen med Wilson et al (s. 96) og Bruno et al (s. 96).

Faraci et al benytter en ^{22}Na kilde med udsendelse af -stråler med en frekvens $\sim 1,6 \cdot 10^{20}$ Hz. Levetiden af den intermedieære tilstand for parapositrönium $^1\text{S}_0$ er 5).

$$\tau_0 = \frac{2\hbar}{mc^2} \alpha^5 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ s.} \quad (3.29)$$

hvor α er finstrukturkonstanten. Da de udsendte fotoner har samme frekvens er den initiale korrelationsfunktion $C_{ij}(\nu_i, t_j)$ nul, eller meget tæt på nul.

Polariseringen analyseres med Comptonspredere, som forstærker korrelationen ved dispersion i svingningstallet.

Vi ønsker i den forbindelse at præcisere, at polarisatorerne altid må forstærke korrelationen, fordi vi ikke kan udføre polariseringen uændeligt hurtigt.

Konklusionen på disse betragtninger er derfor, givet en bestemt kilde og absorber, at for højfrekvente fotoner er muligheden for korrelationsbrud bundet til fluktuationer i frekvensen under bevægelsen fra kilde til absorber, eller ved at gøre måleopstillingen asymmetrisk.

I dette sidste tilfælde vil $C_{ij}(\nu_i, t_j)$ ændre sig drastisk.

Faraci et al udfører et eksperiment, hvor polarisatorerne er symmetriske omkring kilden, med afstandene 5,5cm, 10cm og 20cm. I alle tre tilfælde er resultatet i god overensstemmelse med kvantemekanikken.

Dernæst udføres to forsøg med en asymmetrisk opstilling, hhv. (6cm, 13cm) og (5,5cm, 34cm).

Det sidste eksperiment støtter en lokal realistisk teori af Jauch. (se side 95).

Den initiale korrelationsfunktion er i dette tilfælde øget med en faktor 10 i forskellen på levetiden af de to fotoner, som vi muligvis endda med rimelighed kunne have betragtet som dannet samtidigt. En ganske lille forskel på frekvensen af de to fotoner kan i en asymmetrisk måleopstilling med højfrekvente fotoner bryde korrelationen.

Følger vi derfor vores betragtninger vedrørende muligheden for korrelationebrud, er det en naturlig konsekvens, at Faraci et al skulle have bedre mulighed for at få bekræftet en lokal realistisk teori, når måleopstillingen er asymmetrisk.

Vores betragtninger vedrørende mulighederne for korrelationsbrud synes derfor at kunne forklare, at Faraci et al med den samme måleopstilling får overensstemmelse med kvantemekanikken ved en symmetrisk måleopstilling og overensstemmelse med en lokal realistisk teori ved en asymmetrisk måleopstilling.

Det tjener ikke noget formål på dette niveau, at indgå i en nærmere diskussion af hvorfor Bruno et al og Wilson et al ikke reproducerer Faraci et al's måleresultater.

Wilson et al benytter sig af en ^{64}Cu kilde, medens Bruno et al antager en enorm dobbeltspredning 6), således at den kvantemekaniske korrelationskurve opnås, istedet for Bell's kurve. I betragtning af de foregående diskussioner, hvor vi har forsøgt at præcisere den store betydning af både kilden og absorberens sammensætning, samt vores manglende muligheder for at behandle korrelationen i de intermediære led ved disse forsimplede kalkulationer, kan det udmærket tænkes, at både Wilson et al og Bruno et al's måleresultater kan være rigtige, uden at Faraci et al's måleresultater er forkerte.

3.3.8 Relationer mellem Bell's ulighed og kvantemekanikken.

Den foregående beskrivelse af korrelationefenomenerne adskiller sig drastisk fra den som danner grundlaget for formuleringen af Bell's ulighed. Endvidere bryder den med forestillingen om, at korrelationen mellem de atomare systemer i alle tilfælde er givet ved den kvantemekaniske korrelationskurve.

Vi ønsker i det følgende at diskutere, hvordan den foregående beskrivelse kan bringes i forbindelse med grundlaget for Bell's ulighed og kvantemekanikken.

Den fænomenologiske model vi har foreslægt bygger på en kobling mellem svingningstallet for vibrationerne af de rumligt adskilte objekter og svingningstallet for

rotationerne af de rumligt adskilte objekter. Denne kobling involverer således en frekvensafhængighed af de udsendte fotoner og en afhængighed af varigheden af polarisationen.

I stimulusleddet fastsættes de udsendte fotonders frekvens og polarisation. Vi vil i det følgende betragte den situation, at de udsendte fotoner er fuldstændigt polariseret og frekvensen er den samme. Herved er C_{ij} (ν_i, t_j) = 0. Vi vil endvidere antage at absorberne er opstillet symmetrisk omkring kilden.

I responseleddet pertuberes fotones frekvens og polariseringen transformeres til makroniveau ved en kobling mellem system og måleapparat, således at også polarisationsvektoren pertuberes.

For lave frekvenser i stimulusleddet og lange tider i responseleddet er korrelationen fuldstændig, og vi kan beskrive situationen ved en kollektiv svingning i enhvert punkt af rummet vi måtte have placeret absorberne i, uanset om absorberne er placeret symmetrisk omkring kilden eller ej. Vi kan således tale om en korreleret kollektiv svingning, der fremhører superpositionsegenskaberne af de atomare objekter. Det følger heraf, at kvantemekanikken giver en fuldstændig beskrivelse af korrelationen i denne grænse.

For høje frekvenser i stimulusleddet, og korte tider i polarisationleddet (eller responseleddet) brydes korrelationen og systemerne svinger individuelt, en situation der i den højfrekvente grænse forstærkes af en asymmetrisk placering af absorberne i forhold til kilden.

Vi kan således tale om ukorreleret individuel svingning, der fremhører partikelegenskaberne af de atomare objekter. Det følger, at Einsteins separabilitetsprincip giver en fuldstændig beskrivelse af korrelationen i denne grænse (se side 108).

Spørgsmålet er derfor, hvorledes det atomare systems opførsel ved lave frekvenser i stimulus og lange tider i responset kan sammenkædes med systemets opførsel ved høje frekvenser i stimulus og korte tider i responset (polariseringen).

Problemet kompliceres yderligere derved, at det ikke kun er de to udsendte fotoner der skaber og bryder korrelationen men alle de atomare objekter i hele forsøgsanordningen, således som overgangen fra Bell's lokalitetspostulat til Einstein's separabilitetsprincip kræver det (se side 115).

Hvis vi påvirker det atomare system meget hurtigt, ved at udføre kolliapsen af polarisationsvektoren i et meget kort tidsinterval, vil systemets delelementer være ukorrelerede. Dispersionen i responsefunktionen $D_{ij}(\nu_i, t_j)$ bliver for lille i forhold til "dispersionen i stimulis-funktionen $C_{ij}(\nu_i, t_j)$ ". Hvis det atomare system selv er højfrekvent øges muligheden for korrelationsbrud. Når den initiale korrelationsfunktion ofte mindre ved højfrekvente systemers dispersion i responseleddet, men under bevægelsen mellem kilde og absorber vil selv små perturbationer af systemet ved vekselvirkningen med felt-vacuum-polarisationsenergien øge værdien af $C_{ij}(\nu_i, t_j)$ drastisk.

Hvis polariseringen i absorberen derimod sker over lange tider, og de udsendte delsystemer er lavfrekvente vil dispersionen i responseleddet overstige "dispersionen" i stimulusleddet. Ydermere kobler de lavfrekvente kun svagt med det ydre felt (feltvacuum-polarisationsenergien), hvilket gør korrelationen stærk mellem delsystemerne.

Vores muligheder for at behandle disse problemer inden for rammerne af kvantemekanikken ved løsningen af Schrödinger-ligningen, for et mangelegemeproblem i den lavfrekvente grænse, og med store tider i responsefunktionen virker ikke praktisk realisabel. I den højfrekvente grænse og med korte tider i responsefunktionen skulle vi

ligeledes i principippet kunne behandle problemet som et mangelegemeproblem, men nu indenfor rammerne af klassisk mekanik ("billard-kugle-fysik"), som elastiske stød mellem delsystemerne og absorberens partikler. Heller ikke dette virker praktisk realisabelt.

Derimod burde den lineære responseteorি, således som den benyttes i væskedynamik 7) kunne give inspiration. I væskedynamikken beskrives væskens mikroskopiske opførsel, ved en krybefunktion, kaldet BEL-krybefunktionen, der giver en beskrivelse af væskens opførsel ved response, der er både korte og lange i tid. Der er således tale om en modeldannelse, der på én gang rummer korrelerede og ukorrelerede aspekter af det betragtede fysiske system.

Referencer:

- 1) Belinfante, F.J. : A Survey of Hidden Variables Theories, p. 249, Pergamon Press 1973
- 2) Ditchburn, R.W. : Light, part I, Academic Press 1976, p. 469
- 3) Ditchburn, R.W. : Light, part I, Academic Press 1976, p. 436
- 4) Ditchburn, R.W. : Light, part I, Academic Press 1976, p. 471
- 5) Berestetskii, V.B. : Relativistic Quantum Theory, part 1, Lifshitz, E.M. Pergamon Press, 1979, p. 310
Pitaevskii, L.P.
- 6) Bruno, M. ; D'Ago- stino, M. ; Marconi, C. : Positron Annihilation Photons, Nuovo Cimento, 40 B, 1977, p. 143-152
Eksperimentet udføres med en ^{22}Na -positron-kilde og med variabel, asymmetrisk opstilling af absorberne, og burde således have svært ved at reproducere den kvantemekaniske korrelationskurve. Men det gør de heller ikke. Uden nogen beregning, ell. dybere argumentation lægges til 3%-12% "Multiple scattering", dvs. dobbeltspredning i sprederen, således at resultatet, der ligger tæt på Faraci's, nu kommer til at følge den kvantemekaniske

6) ..fortsat

...korrelationskurve. Til sammenligning tillægger Kasday et al kun $3.5 \pm 3.5\%$. Vi skal vende tilbage til denne vil-kårlighed, der præger de højfrekvente forsøg, i §,4

7) Bacher C, Jensen P. : Polymere stoffers viskoelastiske egenskaber, Tekst nr. 32, Roskilde Universitetscenter, IMFUFA.

3.4 Opsamling.

I de foregående afsnit har vi diskuteret korrelationen mellem atomare systemer ved introduktionen af en "skjult variabel", der udtrykker produktet af systemets frekvens og levetid, kaldet svingningstallet.

Svingningstallet optræder i to situationer: Når de atomare objekter ikke befinner sig i en kilde eller en absorber, og når de atomare objekter befinner sig i en vekselvirknings-tilstand med elementer af forsøgsanordningen.

Vi ønsker i det følgende at opsummere denne diskussion:

En nødvendig og tilstrækkelig betingelse for at reproducere den kvantemekaniske korrelationskurve i et ideelt korrelati-onsekspertiment er, at *

- 1) Q-værdien for kilden er mindre end Q-værdien for polarisa-torerne
- 2) R-værdien for den foton der forårsager bølgefunktionens kollaps er større end eller lig R-værdien for den korres-ponderende foton.

Er blot én af disse postulater overtrædt, skulle en svækket korrelationskurve kunne iagttages. Med Q-værdien menes hermed produktet af forskellen mellem fotonernes frekvens og tidspunk-ter for deres udsendelse. Tilsvarende er Q-værdien af en polari-sator produktet af den indkomne fotons frekvens og varigheden af polarisationen. R-værdien er produktet af den enkelte fotons frekvens og levetid. Men vi behøver ikke kun at tale om fo-toner, idet vi vil kunne danne et tilsvarende produkt for alle atomare objekter.

*

Hermed menes, at vi ideelt set kan se bort fra discriminator, detectorer, coincidensteller, multi-channel-analyzer, time-to-amplitude converter ect..

Vi skal i det følgende vise hvorledes disse to simple antagelser kan "forklare" udfaldet af alle 11 korrelationsexperimenter. Ulige sværere er det at redegøre for, hvorfor udfaldet af korrelationsexperimenter på denne måde skulle afhænge af svingningstallet. Vi kunne i denne situation henholde os til filosofien bag Københavnerfortolkningen, og præcisere, at en logisk modsigelsesfri matematisk formalisme kun kan antages for at være utilstrækkelig, hvis dens konsekvenser afviger fra erfaringen, eller at dens forudsigelser ikke udtømmer iagttagelsesmulighederne; men det ville ikke være nogen sund politik, i og med at det har været et alvorligt kritikpunkt af den filosofi, som ligger bag kvantemekanikken, at den vanskeligt lader sig forene med et naturligt ønske om at forstå hvorfor og ikke kun hvordan.

Da der imidlertid kan rejses mange spørgsmål vedrørende de i den foregående diskussion anførte betragtninger, som ikke vil kunne besvares udtømmende, uden et langt mere detaljeret billede af de enkelte forsøgsopstillingér, vil vi i det følgende nøjes med at beskrive konsekvenserne af betragtningerne for udfaldet af de 11 eksperimenter, således som de fremlægges i litteraturen.

Der henvises i det følgende til skemaet på s. 85.

I forhold til de her anførte postulater skulle eksperimenterne Papaliolios(1967), Freedmann et al(1972), Clauser(1976), Fry et al(1976), Kasday et al(1975), M Laméhi-Rachi et al(1976) alle give overensstemmelse med kvantemekanikken, hvilket de også gør, således at vi ikke vil diskutere disse eksperimenter yderligere.

Aspecteksperimentet(1981) skulle give overensstemmelse med kvantemekanikken op til 6,42 m, hvorefter en svækkelse skulle intræde. Da målingerne netop stopper i grænsen 6,5 m ("up to 6,5 m"), er det ikke muligt at sige noget definitivt, men resultatet kan heller ikke afvise betragtningerne.

Holt og Pipkin har for lav en Q-værdi i polarisatorerne, således at kvantemekanikkens korrelationskurve ikke skulle kunne

kunne reproduceres, hvilket den heller ikke kan, så dette eksperiment er i overensstemmelse med de her anførte betragtninger.

Faraci et al overtræder i principippet ingen af de to betingelser, men med en asymmetrisk måleopstilling må det forventes, at R-verdiens for de foton, der har den længste optiske vejlængde at bevæge sig, ville blive utsat for større fluktuationer efter at bølgefunktionen har kollapset ved den først polariserede foton. Faraci et al burde derfor have sværere ved at reproduce den kvantemekaniske korrelationskurve med en asymmetrisk målesopstilling end en symmetrisk. Faraci et al's måleresultat bekræfter kvantemekanikkens med en symmetrisk måleopstilling, men ikke med en asymmetrisk, hvilket er i overensstemmelse med de her anførte betragtninger.

Tilbage er to eksperimenter, som burde give afgivelser fra den kvantemekaniske korrelationskurve, men ikke efter eget udsagn gør det.

Bruno et al udfører i principippet Faraci et al's eksperiment. Resultaterne er da også næsten de samme. Men Bruno et al tilføjer til resultatet en korrektion fra 37-12% (se nedenstående diagram) som følge af et fænomen, der kaldes dobbeltspredning: Antallet af fotoner der spredes to gange i sprederne, og som kommer ud med den rigtige energi, således at polarisationsinformationen tabes, og de alligevel rettes i den rigtige retning mod detectorerne.

Eksempel fra Bruno et al:

måleresultat	correction, dobbeltspred.	måleresultat corrected	QM	Bell
0.243 ± 0.006	0.091 ± 0.038	0.333 ± 0.038	0.301	0.213
0.351 ± 0.006	0.043 ± 0.026	0.394 ± 0.026	0.396	0.280
0.290 ± 0.005	0.035 ± 0.022	0.325 ± 0.022	0.318	0.225

I det pågældende eksempel er de tre måleresultater med en vinkel mellem spredere og detector på hhv. $60-82-98^{\circ}$, og afstanden 2 cm mellem kilde og absorber i en symmetrisk måleopstilling.

Bruno et al antager med andre ord at dobbeltspredningsfænomenet afhænger af vinklen mellem spredere og detectorer på en sådan måde, at dobbeltspredningsfænomenet aftager med voksende vinkel. (correctionen går fra 12,1%-37%)

På den anden side ville en sådan antagelse fører til resultater for Kasday et al (med en ^{64}Cu -kilde) der ville være helt forskellige fra den kvantemekaniske korrelationskurve. Det er derfor "et held" at denne i det pågældende forsøg har kunnet ansettes til $3.5 \pm 3.5\%$. Kasday et al gør eksplisit opmærksom på, at det er vanskeligt at beregne denne effekt, men ingen af de to eksperimentalgrupper angiver hvorledes de så kommer frem til de angivne korrektioner.

I betragtning af, at højfrekvente foton-forsøg i forvejen kræver ekstra antagelser, der gør det lettere at opnå den kvantemekaniske korrelationskurve, virker det helt urimeligt at foretage en konklusion på et resultat, der bagefter må korrigeres med op til 37% for "multiple scattering" og ligeledes absurd at tilbagevise Faraci et al's måleresultat, fordi de ikke tilsvarende har foretaget en ad hoc betragtning, der frembringer den kvantemekaniske korrelationskurve for deres forsøg.

Der er endnu en årsag til at afvise Bruno et al's konklusion, en afvisning der også hænger sammen med Wilson et al's måleresultat: Begge grupper bruger, som Kasday et al, men ikke Faraci et al, en såkaldt fast-slow coincidensteller bag begge detectorer, for bedre at kunne adskille pulserne; inden pulserne bliver analyseret i et MCA-led, bliver de utsat for et delay, hvis størrelse dog ikke oplyses.

Et sådant delay er jo netop med til at øge antallet af svingningstilstande, der kan betragtes som coincidente, så det er naturligt at både Wilson et al og Bruno et al har nemmere ved at reproducere den kvantemekaniske korrelationskurve.

Konklusionen på disse betragtninger er dog, at vi ikke betragter nogle af de fire højfrekvente forsøg som rimelige test af en lokal realistisk teori mod kvantemekanikken, da de alle indeholder så store ekstra-antagelser (se afsnit 2.4) og så store korrektionsled, at det virker urimeligt at konkludere noget definitivt.

Men lad os i samme åndedrag præcisere, at der ikke eksisterer noget eksperiment i dag, der på nogen måde, der kan betragtes som entydig, kan tages til indtægt for, at den kvantemekaniske beskrivelse af atomare korrelationsfænomener er svækket.

Og lad os slutteligt vove den påstand, som ikke kan siges at bygge på andet end de foranstændende betragtninger, at hvis Aspekt eksperimentet var blevet udført med en afstand noget over 6,42 m, ville den kvantemekaniske korrelationskurve være blevet svækket. Desværre stopper målingerne netop i denne grænse.

APPENDIX

APPENDIX A

Bevis for at dissipativ-1 processer ikke kan være dissipativ-2.

Beviset skyldes Jørgen Larsen A-1)

Lad X_n , $n \in N$ være en følge af reelle stokastiske variable.

1) Hvis følgerne $E\bar{X}$ og $\text{var}\bar{X}_n$ er begrænsede, gælder for følgen $\alpha(X_n)$, $n \in N$, at

$$\forall \varepsilon > 0 \exists c > 0, \forall n \in N: P(|\bar{X}_n| < c) \geq 1 - \varepsilon \quad (\text{A1})$$

2) Hvis 1) gælder for følgen $\alpha(X_n)$, $n \in N$, så eksisterer til hvert $\varepsilon > 0$ et $f \in C_0(R)$, $0 \leq f \leq 1$, så at

$$1 \geq Ef(\bar{X}_n) \geq 1 - \varepsilon \quad (\text{A2})$$

Heraf følger, at en dissipativ-2 process, X_t , ikke kan være dissipativ₁.

Reference:

- 1) Jørgen Larsen : Noter, Roskilde Universitetscenter, IMFUFA, december 1980.

Fotonens spintilstande.

Der er i det følgende brugt referencerne B1-B5.

1. Klassisk beskrivelse af polariseret lys.

Elektromagnetiske bølger kan optræde polariseret eller upolariseret. Polariseret lys repræsenteres af en vektor, hvis størrelse og orientering varierer, efter som lysets fase varieres. Generelt gælder, at størrelsen og orienteringen variere på en sådan måde, at spidsen af den repræsenterende vektor bevæger sig rundt i en ellipseformet bane, hvilket kaldes elliptisk polarisation. Når ellipsens akser er lige store, bliver bevægelsen en cirkel, kaldet cirkulært polariseret lys. Når én akse har værdien nul, skrumper ellipsen ind til en linie, og bølgen bliver planpolariseret.

En elektromagnetisk bølge, med en veldefineret bølge, vil altid være fuldstændig polariseret. En upolariseret elektromagnetisk bølge kan betragtes som resultanten af to polariserede stråler, uden nogen permanent faserelation. Variationen af den repræsentrende vektors orientering er ikke på nogen regelmæssig måde relateret til vektorens størrelse. De fleste polarisationsfænomener varierer med bølgelængden af det elektromagnetiske signal, kaldet dispersion.

Beskrivelsen af en parallel stråle af upolariseret lys er fuldstændig, når udbredelsesretningen, amplituden, graden af koherens og frekvensen er specifiseret. For at kunne beskrive en planpolariseret bølge, må vi yderligere specificere en vinkel mellem udbredelsesretning og polarisationsretning (azimuth). Polarisationsplanet defineres sædvanligvis som det plan, hvor bølgen bliver stærkest reflekteret på en uforsøvet glas-overflade. Den mest simple metode er at måle den mængde lys der reflecteres i forskellige planer.

Vi kan producere planpolariseret lys på en række forskellige måder, eks. ved at lade lyset passerer gennem en stak af glas-plader (pile of plates). En stak på 25 plader vil give en meget stærk polarisation, med et minimum af energitab, svarende nogle få procent. Elliptisk polarisation kan produceres på følgende måde:

Betrægt en elektromagnetisk bølge, der udbredes i retningen OZ. Betrægt endvidere to forstyrrelser af bølgen, én i XY-planet, og én i YZ-planet, begge bevægende sig i retningen OZ. De kan repræsenteres ved:

$$\vec{x}_x = a \cos(\omega t - \kappa z) = a \cos \phi \quad (B.1)$$

$$\vec{x}_y = b \cos(\omega t - \kappa z + \epsilon) = b \cos(\phi + \epsilon) \quad (B.2)$$

Disse vibrationer har samme frekvens og hastighed som udbredelsen af den elektromagnetiske bølge, men deres amplitude er forskellig, og de har en permanent faseforskel ϵ . Lad os betragte det specielle tilfælde, hvor $\epsilon = -\pi/2$. Vi kan da skrive

$$\vec{x}_y = b \sin(\omega t - \kappa z) = b \sin \phi \quad (B.3)$$

Til et hvert tidspunkt er resultanten af forstyrrelsen repræsenteret ved en vektor. Hvis vi plotter \vec{x}_x og \vec{x}_y langs to akser, som vist i fig. Bl, kan vi se, at at størrelsen og retningen af denne vektor varierer, når ϕ varierer:

- 1) når $\phi = 0$, $\vec{x}_x = a$, $\vec{x}_y = 0$
- 2) når $\phi = \pi/4$, $\vec{x}_x = a/\sqrt{2}$, $\vec{x}_y = b/\sqrt{2}$ (B.4)
- 3) når $\phi = \pi/2$, $\vec{x}_x = 0$, $\vec{x}_y = b$

(se fig Bl, næste side). Fig. Bl viser resultanten for disse værdier af ϕ . Både størrelsen og retningen af vektoren varierer med ϕ på en periodisk måde: Når ϕ ændres med størrelsen 2π , roterer vektoren én gang rundt på ellipsen. Analytisk gælder (idet spidsen af den resulterende vektorer udtrykkes ækvivalent ved (x, y) og (\vec{x}_x, \vec{x}_y)) ved at kombinere (B.1) og (B.3) følgende relation, koordinaterne tilfredsstiller:

$$\frac{\vec{x}_x^2}{a^2} + \frac{\vec{x}_y^2}{b^2} = 1 \quad (B.5)$$

og

$$\tan \chi = \frac{\vec{x}_y}{\vec{x}_x} = \frac{b}{a} \tan \phi \quad (B.6)$$

Af (B.5) følger, at den resulterende vektor altid ligger på en ellipse.

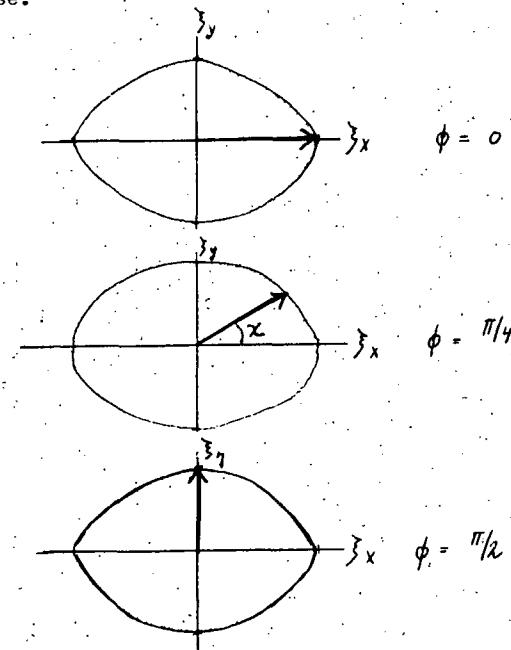


Fig. B.1 Vektorrepræsentation af elliptisk polariseret lys.

Når $a = b$ vil ellipsen blive til en cirkel, svarende til cirkulært polariseret lys. Den type polariseret lys vi her har betragtet, vil m.h.t. polarisationsvektoren rotere i samme retning som uret, og kaldes venstre håndspolariseret lys (evt. venstre håndscirkulært polariseret lys). Når $\epsilon = +\pi/2$ vil rotationen være mod uret, og kaldes højre hånd-elliptisk polariseret lys (evt.

højrehånds cirkulært polariseret lys).

I det mest generelle tilfælde, hvor ϵ ikke har nogen bestemt værdi, vil koordinaterne være beskrevet ved ligningen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 2\frac{xy}{ab} \cos \epsilon - \sin^2 \epsilon = 0 \quad (B.7)$$

Dette er ligningen for en ellipse, hvor én af akserne danner en vinkel ψ med X-aksen, hvor ψ er givet ved

$$\tan 2\psi = \frac{2abc \cos \epsilon}{a^2 - b^2} \quad (B.8)$$

2. Kvantemekanisk beskrivelse af det elektromagnetiske felt.

Maxwell's ligninger bestemmer den tidslige udvikling af det elektromagnetiske felt, og "erstatter" Schrödingerligningen for en partikel med masse:

$$\epsilon_{jkl} \frac{\partial E_l}{\partial x_k} + \frac{1}{c} \frac{\partial B_j}{\partial t} = 0 \quad (B.9)$$

$$\epsilon_{jkl} \frac{\partial B_l}{\partial x_k} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_j}{\partial t} = 0 \quad (B.10)$$

$$\frac{\partial E_j}{\partial x_j} = \frac{\partial B_j}{\partial x_j} = 0 \quad (B.11)$$

Ved at skrive ligningerne (B.9-11) i termér af den komplekse tre-vektor

$$\psi_j = E_j + iB_j \quad (B.12)$$

fås ligningerne

$$\epsilon_{jkl} \frac{\partial \psi_l}{\partial x_k} - i \frac{1}{c} \frac{\partial \psi_j}{\partial t} = 0 \quad (B.13)$$

$$\frac{\partial \psi_j}{\partial x_j} = 0 \quad (B.14)$$

-hvor sidste ligning er en begyndelsesbetegnelse, og ikke en bevægelsesligning. Ved at indføre Hamiltonfunktionen $H = c \vec{s} \cdot \vec{p}$, og skrive de tre komponenter af ψ_j som en række-matrice, ψ , samt introducerer 3×3 matricer ved

$$(s_k)_{jl} = i \epsilon_{jkl} \quad (B.15)$$

kan (B.13) skrives på formen

$$H\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (B.16)$$

med $p = i\hbar \nabla$. Matricerne

$$s_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad s_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad s_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (B.17)$$

er hermitiske, og tilfredsstiller kommutationsrelationen

$$[s_i, s_j] = i \epsilon_{ijk} s_k \quad (B.18)$$

som et sæt impulsmomentmatricer, med egenværdierne $0, \pm 1$, svarende til en spin-1 partikel. Med begyndelsesbetegnelserne $\frac{\partial \psi_j}{\partial x_j} = 0$ fås kun to løsninger til (B.16):

$$\psi_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} i \exp(\pm i p h^{-1}(z-ct)) \quad (B.19)$$

med en udbredelsesretning $+ z$ i begge tilfælde. (B.19) er egentilstande til helicitetsoperatoren $\hat{s} \cdot \hat{p}/p$ med egenværdier ± 1 , svarende til hhv. højrehånds, $e^{(+)}$, og venstre hånds, $e^{(-)}$ cirkulært polariseret lys med hensyn til udbredelsesretningen:

$$e^{(+1)} = \frac{i}{\sqrt{2}} (e^{(x)} + ie^{(y)}) \quad (B.20)$$

$$e^{(-1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{(x)} - ie^{(y)})$$

hvor x, y er to orthogonale akser, der samtidigt er orthogonale til udbredelsesretningen z . Amplituden for at en højrehåndspolariseret foton $e^{(+)}$ ved en rotation om udbredelsesretningen z ændres til hhv. højrehånds(R)/venstrehånds(L)-polariseret lys er hhv. $e^{+i\phi}$ og 0, hvor ϕ er den vinkel vi roterer med, $e^{+i\phi}$ faseforskellen mellem de to tilstande, der altid er proportional med drejningsvinklen ϕ . ± 1 er heliciteten λ . Det fuldstændige skema kan skrives som

$R_z(\phi)$	$ R\rangle$	$ L\rangle$
$ R\rangle$	$e^{+i\phi}$	0
$ L\rangle$	0	$e^{-i\phi}$

3. Transformation af det klassiske polarisationsbegreb til at beskrive spindelen af fotonernes impulsmoment.

Når kvantemekanikkens principper anvendes på det elektromagnetiske felt kvantiseres energi og impuls, så en elektromagnetisk bølge kan opføre sig som et sæt partikler, hver med energi $h\nu$ og impuls h/λ . Vi beskriver feltet som en serie af plane bølger, polariseret i to genseidigt orthogonale retninger.

Anvendelsen af den samme metode i termer af kuglebølger leder til kvantiseringen af feltets impulsmoment. Det findes, at z -komponenten af impulsmomentet for en enkelt foton er givet ved

$$J_z = m \frac{h}{2\pi} \quad (B.21)$$

og det totale impulsmoment J (hvor l og m er hele tal, svarende til baneimpulsmomentet og spinimpulsmomentet) er givet ved

$$J^2 = \frac{h^2}{4\pi^2} l(l+1) \quad (B.22)$$

Vi kan eksperimentel detekteret impulsmoment af en parallel stråle af cirkulært polariseret lys, med et "billede" af fotonen som havende to fremtrædelsesformer: En uden spin, svarende til planpolariseret lys, og én med spin, svarende til hhv. højre- og venstrehåndspolariseret lys. Dette billede er brugbart for en række diskussioner; men det kan aldrig blive en præcis beskrivelse af fotonens spin i en fysisk modsigelsesfri ramme. En cirkulært polariseret bølge kan betragtes som resultanten af to orthogonalt plan-polariserede bølger med en faseforskell på $\pi/2$. Det ville

svere til, at fotoner består af en mixture af to typer partikler, hvoraf ingen af disse havde noget spin.

Omvendt, hvis en foton svarer til planpolariseret lys, med et veldefineret polarisationsplan, kan den ikke betragtes som resultanten af to partikler, som har deres polarisationsakser i forskellige plan; men set fra et matematisk synspunkt, er repræsentationen excellent til at beskrive udfaldet af eksperimenter. Hvis vi repræsenterer polarisationen \vec{e} som en superposition af to genseidigt orthogonale polarisationer:

$$e = c_1 \vec{e}_1 + c_2 \vec{e}_2 \quad (B.23)$$

og interpreterer kvadratet på koefficienterne c_1, c_2 som sandsynligheden for, at fotonen er i tilstanden e_1 eller e_2 , kan vi beskrive udfaldet af eksperimenter. Denne teori vil forudsige udfaldet af eksperimenter, og er i den forstand fuldstændig.

Som en konsekvens af Lorenztransformationen, kan fotoner kun have retningen af deres spin parallelt eller antiparallelt til udbredelsesretningen. Vi siger, at dette svarer til hhv. højre- og venstrehånds-cirkulært polariseret lys, fordi ovenstående matematiske repræsentation, svarer til den vi giver polariseret lys.

Kun komponenten af fotonens spin langs udbredelsesretningen er en bevaret størrelse. Når massen af et legeme i rummet er nul, vil der altid være en retning i rummet der kan adskilles fra andre retninger, nemlig retningen af bevægelsen, eller impulsvektoren, \vec{p} .

Derved er der ingen symmetri med hensyn til hele gruppen af rotationer i det tredimensionelle rum, men kun axial symmetri, omkring den akse der definerer udbredelsesretningen. Komponenten af impulsmomentet langs denne akse kaldes heliciteten. Som et resultat af reflektionssymmetri kan heliciteten være parallel eller antiparallel til udbredelsesretningen.

Disse forhold er et resultat af, at fotonens hastighed er den samme i alle inertialsystemer, og at massen er nul. Den sædvanlige måde at definere spin på, som størrelsen af impulsmomentet i hvilesystemet bliver derved uden mening, fordi fotonen ikke har noget hvilesystem.

4. To-foton-systemers korrelation.

Hvis et system henfaldet, med udsendelsen af to fotoner, må den samlede impulsmoment af de udsendte fotoner være lig impulsmomentet af det system, der blev anniheret. Der er 4 mulige tilstande af to-foton-systemet, $\psi^{rr}, \psi^{rl}, \psi^{lr}, \psi^{ll}$, hvor før-

ste indices refererer til polarisationstilstanden af fotonen i + z retningen, andet indices til fotonen i -z retningen. Egenværdierne for en rotation R_ϕ omkring udbredelsesretningen z, og inversion P for udvalgte tilstande, samt en rotation 180° omkring x-aksen er givet ved:

	$\psi^{rr} + \psi^{ll}$	$\psi^{rr} - \psi^{ll}$	ψ^{rl}	ψ^{lr}
R_ϕ (rot om z-aksen)	1	1	e^{2i}	e^{-2i}
R_x (180° om x-aksen)	1	1	-	-
P (inversion)	1	-1	1	1

Impulsmoment og paritet af den initiale tilstand bestemmer bølgefunktionen af de to udsendte fotoner

J paritet	0	1	2,4,6	3,5,7
lige	$\psi^{rr} + \psi^{ll}$	ikke till.	$\psi^{rr} + \psi^{ll}$	ψ^{rl}, ψ^{lr}
ulige	$\psi^{rr} - \psi^{ll}$	ikke till.	$\psi^{rr} - \psi^{ll}$	ikke till.

For en ulige initial tilstand er den eneste mulige bølgefunktion af de udsendte fotoner

$$\psi^{rr} - \psi^{ll} \quad (B.23)$$

eller normeret, og i X,Y-polarisation:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\langle XY \rangle - \langle YX \rangle) \quad (B.24)$$

Referencer:

- B.1) Berestetskii, V.B; Lifshitz, E.M; Pitaevskii, L.P;
Relativistic Quantum Theory, part 1, Pergamon Press 1979
- B.2) Frauenheder, H; Henley, E.M; Subatomic Physics, Prentice Hall 1974.
- B.3) Feynmann, P.R; Leighton, R.B; Sands, M; The Feynmann Lectures on Physics, Vol. 3, Addison-Wesley Publs. Company, 1966
- B.4) Yang, C.N; Selection Rules for the Dematerialization of a Particle into two Photons, Physical Review, Vol. 77, nr. 2, p. 242-245, 1950.
- B.5) Ditchburn, R.W; Light, part I-II, Academic Press 1976.

Appendix C.

Multivariat statistisk analyse.

Der er i det følgende benyttet referencen:

Anderson, T. W. : An introduction to Multivariate Statistical Analyses, Wiley & Sons, 1980, oprindelig udg i 1958.

-----ooooo00000oooo-----

Antag vi har to reelle, tilfældige variable X og Y. Lad os definere den såkaldte cumulative distributionsfunktion (cdf) ved,

$$F(x,y) = p\{X \leq x, Y \leq y\} \quad (c.1)$$

Defineret for ethvert reelt talpar (x,y). Funktionen udtrykker sandsynligheden for at $x \geq X$ samtidigt med at $y \geq Y$.

Vi definerer nu den marginalé cumulative distributions-funktion

$$p\{X \leq x\} = p\{X \leq x, Y \leq \infty\} = F(x, \infty) \quad (c.2)$$

Funktionen udtrykker sandsynligheden for at $x \geq X$ uafhængig af værdien af Y.

Lad nu F(x,y) være fuldstændigt kontinuert således at

$$\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \partial y} = f(x,y) \quad (c.3)$$

eksisterer for næsten alle (x,y). Den ikke-negative funk-

tion $f(x,y)$ kaldes tætheden af X og Y .

Vi kan også skrive $F(x,y)$ som

$$F(x,y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^x f(u,v) du dv \quad (c.4)$$

To vilkårlige variable X, Y kaldes uafhængige, hvis

$$F(x,y) = F(x,\infty) G(y,\infty)$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^x f(u) g(v) du dv \\ &= \int_{-\infty}^x f(u) du \int_{-\infty}^y g(v) dv \quad (c.5) \end{aligned}$$

Fines argumentation går nu på, at hvis A og B er to space-like separerede begivenheder, $p(\chi)$ en normaliseret sandsynlighedstæthed defineret over Λ , er sandsynlighedsfordelingen for disse begivenheder

$$p(A,B) = \bar{A}(\chi) \bar{B}(\chi) p(\chi) d\chi \quad (c.6)$$

hvor $\bar{A}(\chi) = 1$ hvis $A(\chi) = 1$, og $\bar{A}(\chi) = 0$ hvis $A(\chi) = -1$

Herved kan $\bar{A}(\chi)$ og $\bar{B}(\chi)$ betragtes som marginale fordelingsfunktioner, fordi værdien af $\bar{A}(\chi)$ er fuldkommen uafhængig af værdien af $\bar{B}(\chi)$ for en vilkårlig værdi af χ , i en lokal realistisk teori.

Vi mener som sagt ikke at Fines argumentation ændrer noget på vores viden om forholdet mellem lokalt realistiske teorier og kvantemekanikken. Vi stiller os desuden tvivlende overfor om man bruger marginalteorien korrekt,

et krav om at den partielle afledede (c.3) eksisterer for den cumultative fordelingsfunktion, for vilkårlige værdier af χ , ligger udenfor grundlaget for de lokalt realistiske teorier, Fine tilsligter at benytte marginalteorien på.

LITTERATURFORTEGNELSE

- 1) Araki,H; Yanase,M : Measurement of quantum mechanical operators, Phys. Rev.,120, 622, 1961.
- 2) Aspect,A; : Proposed experiment to test separable hidden-variable theories, Physics Letters, Vol. 54 A, nr. 2, p. 117-118 1975.
- 3) Aspect,A; : Proposed experiment to test the non-separability of quantum mechanics, Physical Review D, Vol.14, nr. 8, p. 1944-1951, 1976
- 4) Aspect,A; Grangier P; Roger G. : Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem, Phys. Rev. Letters, Vol. 47, nr.7, p.460-463, 1981
- 5) Aspect,A; Grangier P; Roger G. : Kommer i Phys. Rev. Letters, 49, 91 (1982)
- 6) Beauregard,O.C,de : Can Information theory receive a relativistic Expression, artikel i bogen: Entropi & Information, Elsevier, 1975, p. 29 - 33,
- 7) Beauregard,O.C,de : Information and irreversibility problems, artikel i bogen: Time in science and philosophy, Elsevier 1971, p.11-25
- 8) Beauregard,O.C,de : Nuovo. Cimento,42B,p.41 f.f.,1977

- 9) Bell,J.S. : On the Einstein,Podolsky, Rosen paradox; Physics, vol 1, nr. 3, 1964, p.195-200
- 10) Bell,J.S. : Introduction to Hidden-variable Question, i "Proceedings of the international school of physics Enrico Fermi 1970, p. 171-181, udkommet: Foundations of Quantum Mechanics, Academic Press 1971
- 11) Bell, J.S. : Rev. Mod. Phys. 38, 1966, p.447 ff.
- 12) Belinfante,J.F.: A survey of Hidden-variables theories, Pergamon Press, 1973.
- 13) Berestetskii,E. M;Lifshitz,E.M., Pitaevskii,L.P.: Relativistic Quantum Theory,part I, Pergamon Press 1979.
- 14) Beth, R.A. : Phys.Rev. 50,115 (1936)
- 15) Bohm D. : Quantum Theory,Prentice Hall, New York,1951
- 16) Bohm,D. : Phys.Rev. 85,a)166, og b)180, 1952
- 17) Bohm,D; Aharonov Y. : Phys.Rev.,108,1070,1957.
- 18) Bohm,D;Bub,J. : A proposed solution of the measurement problem in Quantum Mechanics by a Hidden Variable Theory,Rev. Mod.Phys.,vol 38, nr. 3, p. 453-469, 1966
- 19) Bohm,D;Bub,J. : A Refutation of the proof by Jauch and Piron that Hidden Variables can be excluded in Quantum Mechanics, Rev. of Mod. Phys.,38, nr. 3, 1966
- 20) Bohr, N. : Atomfysik og menneskelig erkendelse,J.M. Schultz forlag, København 1957, artiklen: Diskussion med Einstein. Erkendelsesteore-

- 20) ... : tiske problemer i atomfysikken, 1949.
- 21) Bohr, N. : Phys.Rev.,48, 1935,p.696-702.
- 22) Bruno,M; d'Ago-stino,M; Marconi, C. : Nuovo Cimento,40,B 142-52,1977
- 23) Clauser,J.F; Hor-ne,M.A. : Phys.Rev.Letters,23,p.880-884,1969
- 24) Clauser,J.F; Hor-ne,M.A. : Experimental consequences of objective local theories,Phys.Rev.D, vol. 10, nr. 2,p.526-535,1974
- 25) Clauser,J.F; Shi-mony,A : Bell's theorem:experimental test and implication's,Rep.Prog.Phys.,Vol.41, p. 1881-1927, 1978
- 26) Daneri,A;Loinger, A;Prosperi,C.M; : Quantum Theory of measurement and ergo-dity conditions,Nuclear Physics, p. 297-319,1962
- 27) Dirac,P.A.M. : The principles of Quantum Mechanics, Oxford Claredon Press,4. udgave,14. optryk, 1976.
- 28) Ditchburn,R.W. : Light, part I-II,Academic Press 1976
- 29) Einstein,A;Podol-sky : Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? Phys. Rev.,47,p.777-780,1935
- 30) d'Espagnat,B : Conceptual Foundations of Quantum Mec-hanics,W.A.Benjamin, 2.udgave 1976

- 31) d'Espagnat,B : The Quantum Theory and Reality, Scien-tific American,1979
- 32) Faraci,G;Gutkowski, D;Notarrigo,S;Penni-si,A.R; : An Experimental Test of the EPR Pa-radox,Lett.Al Nuovo Cimento,Vol 9, nr. 15, 1974,p. 607-611
- 33) Faraci,G;Gutkowski, D;Notarrigo,S;Penni-si,A.R. : Angular correlation of scattered an-nihilation photon's to test possibili-ty of Hidden Variables in Quantum The-ory,Applied Physics 5, p.63-65,1974
- 34) Feynmann,R.P; Leighton, R.B.;Sans Matthew : The Feynmann Lectures on Physics,vol. 3, Addison-Wesley Publishing Company, 1966.
- 35) Fine, A : Hidden Variables, Joint Probability and the Bell inequalities,Phys.Rev.Lett., vol 48,nr.5,p.291-295,1982.
- 36) Frauenheder,H;Henley, E.M. : Subatomic Physics,Prentice Hall 1974
- 37) Gleason,A.M. : J.Match,Mech,6,885,1957
- 38) Holt,R.A;Pipkin,F.M. : Precision measurement of the lifetime of the 3S_1 -state of atomic mercury, Phys.Rev.A.,Vol 19,nr. 2,p.581-584, 1974
- 39) Horne,M.A.; : PhD. Thesis,Boston University, 1969
- 40) Hove,van L; : Physica,21,517,1955 og 25,268,1959

- 41) Hoyle,F; Narlikar,J.V : Electrodynamics of Direct Inter-particle Action,part I, the quantum mechanical response of the Universe, Annals of Physics, 54,p.207-239,1974.
- 42) Jauch,J.M. : Foundations of Quantum Mechanics, i Proceeding of the international School of Physics "Enrico Fermi" Course XLIX,p.20-55, Academic Press, N.Y. 1971.
- 43) Kasday,L.R; Ullmann,J. D., Wu,C.S. : Angular correlation of Compton-scattered annihilation photon's and hidden variables, IL Nuovo Cimento, Vol. 25 B, nr. 2, 1975
- 44) Lamehi-Rachti,M; Miting,W; : Phys.Rev. 14, p.2453-55, 1976
- 45) Larsen,J. : Private Noter, Roskilde Universitetscenter, dec. 1980.
- 46) Livshits,M.S; Yantsevich,A.A; : Operator colligation's in Hilbert Spaces, John Wiley & Son, 1979
- 47) Marshall,T.W; : The game of Quandice, Physics Letters, Vol. 78A, nr. 1, p.15-16, 1980
- 48) Marshall,T.W; : The Aspect experiment and return to reality, Physics Letters, vol 75A, p. 265-266, jan. 1980
- 49) Mattuck,R.D. : Problemer vedrørende kvantemekanikkens grundlag, Studiekreds, Fys.Lab I 1981/82

- 50) Mattuck,R.D. : Ghost-like action at a Distance, Gamma 47-48, juni-nov. 81
- 51) Mattuck,R.D; Longtin, L; : Relativistic covariant Bohm-Bub hidden variable theory for spin measurement on a single particle, preprint Fys.Lab I (1982)
- 52) Meyer,T; : Måleproblemet i kvantefysikken, Fys. Lab I, 1975
- 53) Neumann, von,J; : Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Springer Verlag, 1981, genoptryk af oprindelig udgave 1932.
- 54) Papaliolios,C; : Experimental test of a Hidden -Variable Quantum Theory, Phys.Rev.Letters, Vol 18, nr. 15, p. 622-625, 1967
- 55) Pegg,D.T; : Objective reality, causality and the Aspecteksperiment, Physics Letters, vol 78A, p.233-234, 1980
- 56) Prigogine,I; : Nonequilibrium Statistical Mechanics, Interscience Publ., New York, 1962
- 57) Prosperi,G.M; : Macroscopic physics and the problem of measurement in quantum mechanics, p.97-126, i Proceedings of the international school of physics, 1970, udk. som "Foundations of Quantum Mechanics, Academic Press, 1971
- 59) Rosenfeld,L; : Prog. Theor.Phys.Kyoto, suppl.222, 1965

- 60) Schrödinger,E; : Mennesket og Universet,Munksgård 1965.
- 61) Voetmann Christiansen,
P; Brun Hansen,E; Gunder-
mann J; Josephsen,L; : Ecophysics, Fys.Lab.1,1977
- 62) Voetmann Christiansen,
P; : Semiotik og systemegenskaber (I), Tekst
nr. 22, IMFUFA, Roskilde Universitetscen-
ter, 1979
- 63) Wheeler,J.A; Feynmann
R.P; : Interaction with the absorber as the
mechanism of radiation, Rev. Mod. Phy-
sics, vol. 17, nr. 2&3, p. 157-181, 1945
- 64) Wiener,N; Siegel,A : Il Nuovo Cimento Suppl., 2, p. 812 ff., 1951
- 65) Wiener,N; Siegel,A; : Phys.Rev. 91, p. 1551 ff., 1953
- 66) Wiener,N; et al : Differential Space, Quantum Systems
and Prediction, MIT Press, Cambridge,
Massachusetts, 1966.
- 67) Wilson,A.R; Love,J.,
Bull,D.K. : J.Phys.G; Nucl.Phys., 2, p. 613-24, 1976
- 68) Wigner,E.P; : Relativistic Invariance and Quantum Phe-
nomena, Rev.Mod.Physics, Vol 29, nr. 3,
juli 1957, p. 255-268.
- 69) Yang,C.N; : Selection Rules for the Demateriali-
zation of a Particle into two Photons,
Physical Review, vol 77, nr. 2, 1950
p. 242-245

- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt.
Projektrapport af Anne Jensen, Lena Lindenskov, M
arianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt.
Vejleder: Anders Madsen.
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmu
ligheder af natur og samfund.
Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Ander
sen, Gert Kreinoe og Peter H. Lassen.
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 3/78 "OPGAVESAMLING", breddekursus i fysik.
Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer, Jens Højgaard
Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematik- Nr. 4 er p.t. udgået.
læreruddannelsen og videnskabsrindalismen.
Mogens Niss.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MO
DERNE FYSIKS HISTORIE".
Helge Kragh.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannel
se og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabe
lige fags situation efter studenteroprøret".
Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jør
gensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Nr. 7 er udgået.
B.V. Gnedenko.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til
energy-bound-graph formalismen.
Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIK
LING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria
Doliorum Vinarioum".
Projektrapport af Lasse Rasmussen.
Vejleder: Anders Madsen.
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET".
Projektrapport af Jan Christensen og Jeanne Mor
tensen.
Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christi
ansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER"
red. Jørgen Larsen
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIG
NINGSSYSTEMER". Nr. 12 er udgået.
Mogens Brun Heefelt
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET".
Projektrapport af Gert Kreinoe.
Vejleder: Albert Chr. Paulsen

42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".

Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.

43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".

2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO.4.

Bent Sørensen.

44/81 "HISTORISK UNDERSØGELSE AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".

Projektrapport af Niels Thor Nielsen.

Vejleder: Bent C. Jørgensen.

45/82

46/82 "EKSEMPLARISK UNDERSØGELSE OG FYSISK ERKENDELSE - I+II ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".

Projektrapport af Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.

Vejleder: Bent C. Jørgensen.

47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".

ENERGY SERIES NO.5.

Bent Sørensen.

48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".

Projektrapport af Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn, Isac Showiki.

Vejleder: Mogens Niss.

49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".

Projektrapport af Preben Nørregaard.

Vejledere: Jørgen Larsen & Rasmus Ole Rasmussen.

50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVAREnde ENERGI I EN LANDSBY". ENERGY SERIES NO.6.

Rapport af Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.

Vejleder: Bent Sørensen.

51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?"

Projektrapport af Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.

52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS"

Bernhelm Booss & Krzysztof Wojciechowski.

53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".

Arne Jakobsen & Stig Andur Pedersen.

54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.

Stig Andur Pedersen & Johannes Witt-Hansen.

- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentialligningsmodeller".
Projektrapport af Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 30/80 "FUSIONENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".
Oluf Danielsen.
Nr. 30 er udgået.
Udkommer medio 1982 på Fysik-, Matematik- og Kemilærernes forlag.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISCHE PROBLEMER VED UNDERSØGNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MÆNGDELÆRE".
Projektrapport af Troels Lange og Jørgen Karrebæk.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISCHE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMALINGER OG MOSSBAUER-EFFEKTMALINGER".
Projektrapport, speciale i fysik, af Crilles Bacher og Preben Jensen.
Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK-NATURVIDENSKA-BELIGE UDDANNELSER. I-II".
Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION".
ENERGY SERIES NO.1.
Bent Sørensen.
Nr. 34 er udgået.
Publ. i "Renewable Sources of Energy and the Environment", Tycooli International Press, Dublin, 1981.
- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN ?".
Fire artikler.
Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO.2.
Bent Sørensen.
-
- 38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
Projektrapport af Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Phasant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".
Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - opfæld til en teknologivurdering".
Projektrapport af Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO.3.
Bent Sørensen.

42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.

43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO.4.
Bent Sørensen.

44/81 "HISTORISK UNDERSØGELSE AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projektrapport af Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.

45/82

46/82 "EKSEMPLARISK UNDERSØGNING OG FYSISK ERKENDELSE - I+II ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projektrapport af Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.

47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO.5.
Bent Sørensen.

48/82 "EN' UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projektrapport af Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn, Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.

49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projektrapport af Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen & Rasmus Ole Rasmussen.

50/82 "HERSLEY - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY". ENERGY SERIES NO.6.
Rapport af Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.

51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?"
Projektrapport af Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.

52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS"
Bernhelm Booss & Krzysztof Wojciechowski.

53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Arne Jakobsen & Stig Andur Pedersen.

54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Stig Andur Pedersen & Johannes Witt-Hansen.

55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde
Universitetsbibliotek.

En bibliografi.

Else Høyrup.

56/82 "ÉN - TO - MANGE" -

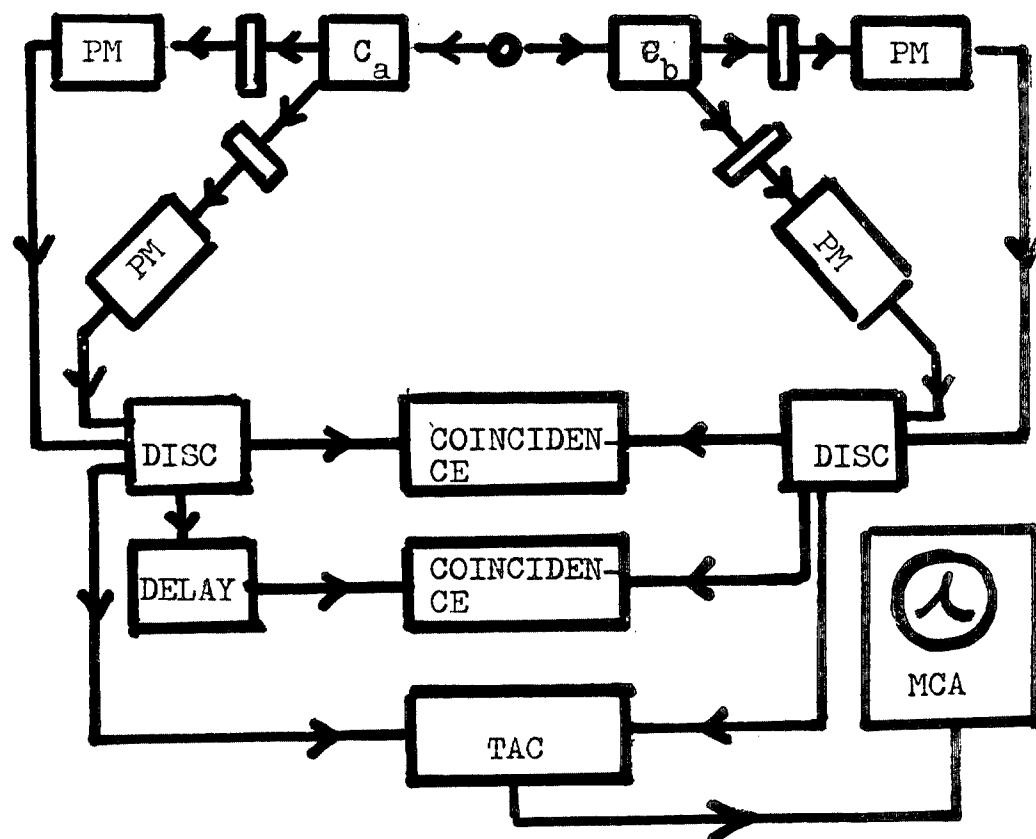
En undersøgelse af matematisk økologi.

Projektrapport af Troels Lange.

Vejleder: Anders Madsen

ASPECT EKSPERIMENTET

→ SKJULTE VARIABLE I KVANTEMEKANIKKEN ?



TOM JUUL ANDERSEN

VEJLEDER:

PEDER VOETMANN CHRISTIANSEN