TEKST NR 391 2001

Matematisk modelleringskompetence
- et undervisningsforløb i gymnasiet

3. semester Nat.Bas. projekt af:

Jess Tolstrup Boye
Morten Bjørn-Mortensen
Sofie Inari Castella
Jan Lauridsen
Maria Gøtzsche
Ditte Mandøe Andreasen

Vejleder: Johnny T. Ottesen

TEKSTER fra

IMFUFA ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF NATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

Abstrakt

Matematisk modelleringskompetence – et undervisningsforløb i gymnasiet.
(Mathematical Modelling Qualifications – a High School Program)

Formålet med projektet er, at undersøge om elever i gymnasiet kan erhverve modelleringskompetence gennem et kort undervisningsforløb. Baseret på et litteraturstudie formuleres begrebet modelleringskompetence. Vi ser modelleringskompetence som en mosaik bestående af flere elementer: Evnen til at kunne afgrænse og strukturere virkeligheden herunder også at kunne visualisere det opstillede system, at kunne matematisere, at kunne afmatematisere, at kunne validere og vurdere modeller, at kunne se kritisk på modellens anvendelighed, at kunne reflektere og have overblik over modelleringsprocessen. Derudover formuleres to indirekte delkompetencer som modellering fremmer: almen dannelse og tværfaglig anvendelsesorientering.
Undersøgelsen er baseret på et 8 timers langt undervisningsforløb på Herlev Gymnasium. Til forløbet har vi produceret et undervisningsmanuskript på bagrund af argumenter for modellering, en forundersøgelse samt fagdidaktiske overvejelser.
Elevernes tilegnede modelleringskompetence vurderes udfra observationer, besvarelser af afleveringsopgave og en afsluttende evaluering, hvor eleverne via mindmaps og diskussion udtaler sig om forløbet.
Vi konkluderer, at eleverne har tilegnet sig nogle delkompetencer indenfor modelleringskompetencen. Dog er modelleringskompetencen først opnået ved beherskelse af alle delkompetencer, hvorfor eleverne kun har fået en introduktion til modelleringens univers. Vi mener, at den fulde erhvervelse kun kan nås gennem en integrering af modellering gennemgående i undervisningen i gymnasiet.

INDHOLDSFORTEGNELSE

1 FORORD **5**

2 INDLEDNING **6**

3 FORMALIA **7**

3.1 PROBLEMFELT 7
3.2 MÅLGRUPPE 7
3.3 LÆSEVEJLEDNING 7

4 MATEMATISKE MODELLER **9**

4.1 MODELLER GENERELT 9
4.2 MATEMATISKE MODELLER 10
4.3 MODELLERINGSPROCES 10
4.4 ANVENDELSE AF MATEMATISKE MODELLER 11

5 MODELLERINGSKOMPETENCE **13**

5.1 AFKLARING AF KOMPETENCEBEGREB 13
5.2 MODELLERINGSKOMPETENCE 13
5.3 DEFINITION AF MODELLERINGSKOMPETENCE I HENHOLD TIL PROJEKTET 18
5.4 DANNELSESBEGREB 19

6 ARGUMENTER FOR MODELLERING I GYMNASIET **20**

6.1 DANNELSESARGUMENT 21
6.2 KRITIKARGUMENT 21
6.3 NYTTEARGUMENT 21
6.4 KULTURARGUMENT 22
6.5 INDLÆRINGSARGUMENT 22
6.6 TOLKNING 23

7 FORUNDERSØGELSER **25**

7.1 BEKENDTGØRELSE FOR MATEMATISK GYMNASIUM 25
7.1.1 Undervisningsformål *25*
7.1.2 Undervisning *26*
7.1.3 Modelaspekt *26*
7.2 LÆREBOGSSYSTEMER 27
7.2.1 "Ind i matematikken" *27*
7.2.2 "Mat 1" og "Mat 2b" *27*
7.3 SPØRGESKEMA 28
7.3.1 Argumentation for udformning *28*

7.3.2 Vurdering af spørgeskemaundersøgelse *28*
7.4 FAGDIDAKTISKE OVERVEJELSER OMKRING UNDERVISNINGEN 29
7.4.1 Hvad? *30*
7.4.2 Hvorfor? *31*
7.4.3 Hvordan? *31*
7.4.4 Hvem? *32*
7.5 PRÆSENTATION AF UNDERVISNINGSFORLØB 33
7.6 PRÆSENTATION AF AFLEVERINGSOPGAVE 35
7.6.1 Definition af kriterier *35*
7.6.2 Opgave 1 – Bilismens udvikling *35*
7.6.3 Opgave 2 – En dyrebestand *36*
7.6.4 Opgave 3 – Minkfarmen *37*
7.7 OBSERVATØRROLLE 39
7.8 EVALUERING 40

8 ANALYSER AF OBSERVATIONER, EVALUERING OG AFLEVERINGSOPGAVER 43

8.1 ANALYSE AF OBSERVATIONER 43
8.1.1 Analyse af observationer fra 2.z *43*
8.1.2 Analyse af observationer fra 2.y *44*
8.1.3 Sammenfattende analyse af observationerne *44*
8.2 ANALYSE AF RESULTATER FRA EVALUERINGEN 44
8.3 ANALYSE AF OPGAVEBESVARELSER 46
8.3.1 Resultat præsentation *47*
8.3.2 Resultat behandling *51*
8.3.3 Resultat analyse *51*
8.3.4 Vurdering af analysemodel *54*

9 DISKUSSION 55

9.1 AFRUNDING 58

10 KONKLUSION 59

11 SELVKRITIK 60

12 PERSPEKTIVERING 61

LITTERATURLISTE 63

APPENDIX **1**

APPENDIX 1: OBSERVATIONER 1

Appendix 1.1: Observationer 2.z *1*

Appendix 1.2: Observationer 2.y *6*

APPENDIX 2: BEARBEJDNING AF EVALUERING 10

BILAG **1**

BILAG 1: SPØRGESKEMA 1

BILAG 2: UNDERVISNINGSMATERIALE 3

Bilag 2.1: Undervisningsplan *3*

Bilag 2.2: Undervisningsmateriale *4*

Bilag 2.3: Ekstra opgaver *17*

Bilag 2.4 Figur af modelleringsproces *18*

Bilag 2.5 Afleveringsopgave og eksempler på besvarelser *19*

BILAG 3: OBSERVATIONSSKEMA 30

BILAG 4: EVALUERINGEN 31

Bilag 4.1: Spørgsmål mm. til evalueringen *31*

Bilag 4.2: Elevernes mindmaps *32*

Bilag 4.3: Båndudskrifter *38*

Forord

Motivation og inspiration til dette projekt stammer til dels fra Nat-Bas kurset BASE, som 3 af gruppens medlemmer har fulgt. BASE er et modelleringskursus, der har til formål, at de studerende selvstændigt bliver i stand til at opstille, analysere og kritisere matematiske modeller. At blive undervist i de traditionelle matematiske discipliner, såsom integralregning, gennem modellering har gjort, at forståelsen og måden at se matematik på har ændret sig. Denne oplevelse ville vi gerne selv have haft tidligere i vores uddannelsesforløb og har derfor forsøgt at lave et undervisningsforløb, der giver gymnasieelever den samme forståelse af anvendelsen af matematik samt motivation for faget.

Det er ikke alle gruppens medlemmer, der har tænkt sig at læse matematik på overbygningen. Alligevel har vi en oprigtig interesse indenfor netop dette problemfelt, fordi vi finder det vigtigt at prøve at afdække hvilke alternativer, der er til den traditionsbundne matematikundervisning.

I forbindelse med projektet vil vi gerne takke en række personer for igennem forløbet at have givet uvurderlig hjælp til løsning af en række problemer. Først og fremmest tak til vores vejleder Johnny Ottesen, IMFUFA RUC, der gennem altid nærværende og engageret vejledning har sikret vores diskussioner fra at gå helt i hårdknude. Vi vil også rette en stor tak til Ulla Stampe og Lone Bohr, Herlev Gymnasium, der gav os timer til at gennemføre forløbet. De skal yderligere have en tak for den vejledning og de råd, de har givet i direkte forbindelse med undervisningen. Også en tak til 2.y og 2.z Herlev Gymnasium der, ved at vise stor interesse, har gjort det til en fornøjelse og en spændende oplevelse at undervise i de 8 lektioner. Thomas Højgaard Jensen skal også have en tak for at have stået klar med forklaringer omkring de anvendte evalueringsformer. Sidst, men ikke mindst, vil vi takke Jens Dolin for at have givet inspiration gennem det spændende kursus Naturvidenskabernes Uddannelsesteori.

1 Indledning

Velkommen til vores kontinuum.

Kom! Tag med på en tidsrejse. En rejse tilbage til tiden i gymnasiet. Er du med?...godt så prøv nu at sætte dig ind i en matematiktime og genkald din oplevelse af matematik i gymnasiet.

...hvis du nu sidder og kan nikke genkendende til en frustrerende følelse af afmægtighed og mangel på sans for hvor "det hele" bar hen, så er du en fælles allieret for dette projekts vision.

En vision om skabelse af en bredere forståelse af matematikkens mangfoldige anvendelighed. Denne mission...øh vision tager sit afsæt netop i en - for gruppens vedkommende - gennemgående oplevelse af, at den matematiske formidling i gymnasiet er alt for snæver og indifferent for eleven. Vores hypotese siger, at den nuværende undervisning af matematik tilstræber at give eleven en række kompetencer indenfor et udvalgt antal discipliner af matematikken. Det er i og for sig også ok, men vi føler et afsavn. Et afsavn, der grunder i en mangel af en vital kompetence; evnen til at sætte matematikken i perspektiv i forhold til vores almene begrebsunivers. Vi har altså et ønske om at give matematikken et anskueligt, håndgribeligt formål for eleven.

Ergo er det vores fornemmeste opgave at skabe denne forståelse. At give eleverne en kompetence, der gør dem i stand til at anvende matematikken konstruktivt. En "aha"-oplevelse. Dette vil vi gøre via matematisk modellering, og derved give eleverne modelleringskompetence. En sådan kompetence tjener et direkte såvel som et indirekte formål. Direkte at eleven tilegner sig kompetence til at modellere via simpel matematik. Qua sin egenskab af at tage afsæt i et de facto problem opfylder en sådan modelleringskompetence - forhåbentligt - også et indirekte formål; at give eleven en idé om "hvorfor matematik?" og skabe en bredere forståelse af anvendeligheden.

Vend nu tilbage fra din tidsrejse. Du sidder nu og skal til at læse rapporten. Men hold din oplevelse af matematik i gymnasiet in mente. For det er vores muse. Vores evige inspirationskilde, der vil give ekko rapporten igennem.

God fornøjelse!

2 Formalia

Dette første kapitlel af vores projektrapport vil indeholde formaliteter omkring problemformuleringen og en nærmere uddybning deraf, valg af målgruppe samt en nøje beskrevet læsevejledning, der er ment som en guide til at fremme læserens forståelse.

2.1 Problemfelt

Kan elever på gymnasiets matematiske linie erhverve matematisk modelleringskompetence udfra et kort undervisningsforløb?

Vi vil besvare problemformuleringen ved først at gennemføre et 8 timers undervisningsforløb i modellering i to matematiske 2.g klasser på Herlev Gymnasium der følger matematik på obligatorisk niveau. Ved løbende observationer, en evaluering og afleveringssæt vil vi vurdere, om eleverne har erhvervet den ønskede modelleringskompetence. Undervisningsforløbet og -materialet er blevet skræddersyet til den mængde lektioner, vi har fået tildelt af klassernes matematiklærere. Det er ikke vores hensigt, at udvikle et egentligt undervisningsmateriale, som kan bruges af udenforstående.

I problemformuleringen indgår begreber, som kan blive forstået på forskellige måder, derfor definerer vi disse på følgende måde:

Matematisk modelleringskompetence er et bærende begreb for hele opgaven, og derfor følger et kapitel, der uddyber betydningen af det.

Når vi skriver om at *erhverve* en kompetence, mener vi, at eleven skal tilegne sig de elementer, der er indbefattet af kompetencen. Det er altså meningen, at eleven skal kunne gøre brug af og udføre matematisk modellering, om end af begrænset omfang, efter at have fulgt vores undervisningsforløb.

Med *et kort undervisningsforløb* menes der, grundet mængden af de tildelte lektioner, at undervisningsforløbet kun er på 8 skoletimer.

2.2 Målgruppe

Vores projekt er rettet mod alle med interesse for matematikundervisning, primært lærere på de gymnasiale uddannelser.

2.3 Læsevejledning

Vi finder det hensigtsmæssigt at give læseren nogle retningslinier og begrundelser for rapportens kapitler.

Denne rapport er bygget op af et antal kapitler, som kan læses enkeltvis eller i rækkefølge.

"Matematiske modeller" er et teoriafsnit, der for læseren definerer, hvad vi forstår ved ordene model og modellering samt beskriver anvendelser af matematiske modeller.

I "Modelleringskompetence" har vi, med udgangspunkt i de begreber vi mener kendetegner matematisk modellering, fundet og beskrevet kilder, der anvender nogenlunde samme synsvinkel. Kapitlet afsluttes med vores definition på de elementer, vi under ét har valgt at kalde modelleringskompetence.
Årsagen, til den grundige redegørelse af disse begreber, skal findes i vores problemfelt, hvor de er tyngdepunkter i forståelsen heraf.

"Argumenter for modellering i matematisk gymnasium" rummer blandt andet en pædagogisk argumentation for, hvorfor modellering bør anvendes i gymnasiets matematikundervisning. Kapitlet reflekterer over bl.a. nytte og dannelse og indeholder til sidst en opsamling, hvor vi præciserer vores indfaldsvinkel til det at anvende modellering.
I denne henseende er det bydende nødvendigt, at klarlægge vores argumenter overfor vores primære målgruppe.

"Forundersøgelser" er en gennemgang af alle de elementer, der tilsammen udgør det forarbejde, vi mener, er nødvendigt for at kunne tilrettelægge og gennemføre vores undervisning. Vi starter kapitlet med en gennemgang af Gymnasiebekendtgørelsen af maj 1999, for at se hvilke muligheder der er, for at anvende modellering i gymnasiet. Dernæst ser vi på de lærebogssystemer, der anvendes i de to klasser, vi skal undervise. Dette for at afdække det faglige niveau, og i hvilket omfang bøgerne introducerer modeller. Med andre ord: "Hvor meget kender eleverne til modellering inden vores forløb?". Den anden halvdel af kapitlet er henholdsvis en argumentation for udformningen af det, før forløbet uddelte, spørgeskema, og en vurdering af de indkomne svar.
Denne del skal give læseren et indtryk af, hvilke forudsætninger eleverne har før vores forløb og dermed et grundlag for de overvejelser, vi gør os i forbindelse med udformningen af undervisningsforløbet.

"Undervisningsforløbet" rummer de fagdidaktiske overvejelser, vi gør ved planlægningen af forløbet. Derefter følger en præsentation af selve undervisningsforløbet. Undervisningsmaterialet kan ses i sin helhed i bilag 2. Et afsnit med vores bud på en løsning til de stillede afleveringsopgaver følger. Vi gør opmærksom på, at det ikke er den eneste rigtige løsning grundet opgavernes åbne formulering.

Derpå følger et afsnit der rummer en argumentation for, og en definition på vores observatørrolle samt den planlagte evaluering.

Herefter følger analyser på det, under forløbet, indsamlede data.

Afslutningsvis bør det nævnes, at vi har foretaget valg samt fravalg af materiale set i forhold til dets relevans i selve rapporten. Hvorfor det ubehandlede materiale er samlet i bilag og det behandlede, men ikke essentielle, er placeret i appendix.

3 Matematiske modeller

Vi vil i dette afsnit reflektere over og søge at definere model- og modelleringsbegreberne udfra forskellig litteratur. Vi vil først introducere læseren til modeller. Derefter vil vi beskrive matematiske modeller for til sidst at komme ind på et af problemformuleringens begreber: modellering.

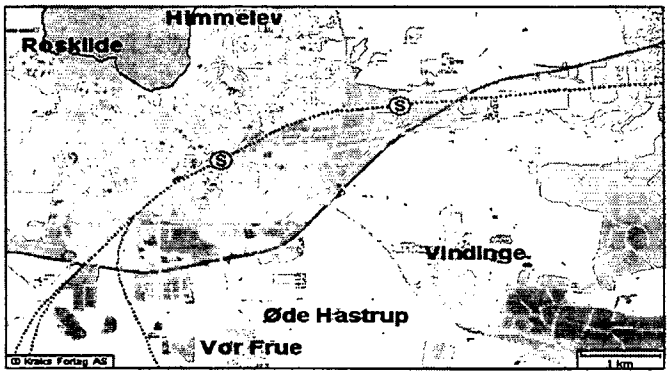
3.1 Modeller generelt

Ordet model benyttes flittigt i daglig tale uden, at der tænkes over ordets egentlige betydning. F.eks. ordene fotomodel, modelflyver, modelskib, bukserne er en lavtaljet model, bilen er en model 1962 osv. Alle disse ord siger vi uden direkte at reflektere over, hvad en model er.

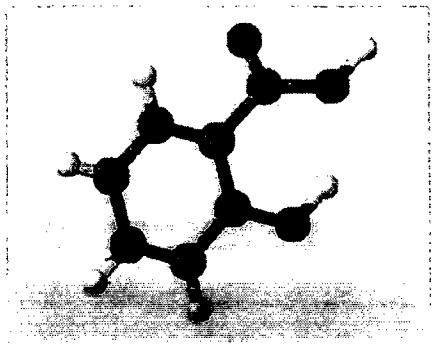
For at man kan betegne noget som en model, skal det være en repræsentation af noget andet – dvs. en model er altid en model af noget. F.eks. er en legetøjsbrandbil en model af en rigtig brandbil, men den rigtige brandbil kan også ses som en model af legetøjsbrandbilen. Det kommer an på, hvad man vælger at se som den ægte vare (Blomhøj 1992 side 30). F.eks. vil det lille barn, som ejer legetøjsbrandbilen, tænke på denne, hvis det ser en rigtig brandbil på gaden. På den måde er den rigtige brandbil blevet en model af legetøjet.

Modeller er karakteristiske ved, at de har modelkarakter, dvs. at der skal være relationer mellem modellen og det, den er en model af. Udfra modelkarakteren kan man vurdere en models kvaliteter. Det er netop modellens kvaliteter, som man kan forholde sig til (Blomhøj 1992).

I eksemplet med brandbilen kan vi vurdere relationerne mellem legetøjsudgaven og den rigtige brandbil. Her finder vi ud af, at legetøjsbrandbilen er mindre, har ingen motor og kan ikke slukke brande. Ingen brandmænd kan være i den, men vi ved, det skal forestille en brandbil pga. dens udformning. Omvendt er den rigtige brandbil større, kan slukke brande og kan køre med brandmænd. Relationerne mellem disse to viser, at de er meget forskellige på mange punkter, hvilket man skal tage højde for, når man bedømmer kvaliteten af sin model. Samtidig skal man lægge mærke til, hvor



Figur 1. Ovenstående kort er en model af Roskildeområdet. Det er væsentligt forenklet i forhold til virkeligheden, men opfylder trods dette forskellige formål.



Figur 2. Ovenstående model af molekylet 2-hydroxybenzensyre er en forenkling af virkeligheden. Da modellens formål i dette tilfælde bl.a. er at give et overblik over molekylets rumlige struktur, er det f.eks. ikke nødvendigt at skulle kunne se elektronerne. Modellen kan altså trods forenkling benyttes til formålet.

der er ligheder.

Tit er modellen forenklet i forhold til det oprindelige objekt. F.eks. er kortet ovenfor kun i 2 dimensioner og forskellige forhold er udeladt. Hvilke forhold, der udelades, afhænger bl.a. af formålet med modellen. F.eks. kan man ikke bruge ovenstående kort til at finde RUC's kantine. Her må man tage et andet kort i brug, f.eks. et udelukkende over RUC. Af denne grund er det altid vigtigt at bestemme til hvilket formål, modellen skal benyttes.

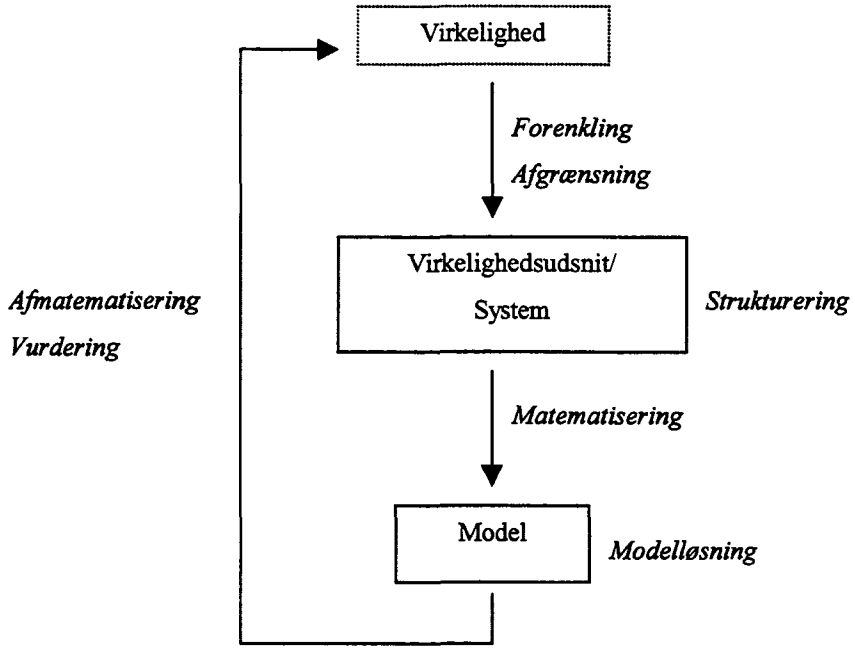
3.2 Matematiske modeller

Matematiske modeller bruges også til at beskrive virkeligheden, her gøres det bare med matematik i stedet for andre metoder. Det vil sige, at her er det lige så vigtigt at definere sit formål med modellen, som det er i alle andre modeller. Matematiske modeller anvendes både eksplicit og implicit i samfundet. Den eksplicitte anvendelse af matematiske modeller er den, vi vil beskæftige os med i dette projekt. Her bliver et problem inden for andre fagområder belyst ved hjælp af matematik. Man arbejder altså med begreber eller hændelser, der i udgangspunktet ikke er matematiske. Disse modellers anvendelse kaldes punktanvendelser for at understrege, at de har en afgrænsning i både tid og rum (Blomhøj 1992).
Den implicitte anvendelse er, når matematiske modeller er så kraftigt integreret i vores samfund, at man ikke længere tænker over, at det er modeller. Derfor tænker man heller ikke over hvilken modelleringsproces, der ligger til grund for, at modellerne er fremkommet. Eksempler på dette er pengesystemet, skatte- og afgiftssystemet, bogholderi- og regnskabssystem mv. Disse modellers anvendelser kan betegnes som fladeanvendelser, for at beskrive deres udbredelse i samfundet både i tid og rum (Blomhøj 1992). I disse tilfælde er det ligefrem virkeligheden, der er tilpasset efter modellerne.

3.3 Modelleringsproces

Når en matematisk model skal opstilles udføres matematisk modellering. Ved opstilling af en matematisk model tages altid udgangspunkt i virkeligheden og det problem, der ønskes løst. På baggrund af problemets karakter vælges et passende virkelighedsudsnit. Virkeligheden forenkles og afgrænses til et mindre system. Det er man nødt til, da man ikke kan beskrive alt, og det er vigtigt at sætte fokus på det, man rent faktisk ønsker at beskrive. Der er forskel på hvor mange overvejelser, der ønskes i modellen. En simpel model har den fordel, at den er let at gennemskue, og derved også at vurdere. Dog er der ofte gjort grove antagelser, da der ikke tages højde for så mange parametre, hvilket begrænser det, modellen kan beskrive. En detaljeret model tager derimod højde for mange forhold, men kan meget nemt blive uoverskuelig, så den ikke er til at gennemskue, hvilket er et problem, når den skal vurderes. Derimod kan den give flere og mere præcise informationer. Om der opstilles en simpel eller detaljeret model afhænger af formålet (Poulsen 1997). Efter afgrænsningen af et system kan der struktureres og matematiseres. Dvs. at de forskellige forhold, der ønskes beskrevet struktureres, hvorefter parametrene indbyrdes relateres og opstilles i et matematisk udtryk – en matematisk model. Herved sættes der talværdi på parametrene. Dette må enten gøres udfra empiriske data eller skøn. Parametrenes størrelse kan ofte være et problem, hvis man ikke har empiriske data, for når parameterværdierne baseres på skøn, kan der være store usikkerheder.

Ved modelløsning fås matematiske resultater, der skal afmatematiseres, dvs. relateres til den virkelighed og det oprindelige problem, der ønskes besvaret eller løst. Hvordan skal resultaterne tolkes? Er de realistiske? osv. Herefter vurderes modellens gyldighed – er de antagelser og begrænsninger, der blev foretaget rimelige? Siger modellen det, der var formålet med den? Og i hvilke situationer er modellen brugbar eller ikke brugbar? Herefter kan processen gentages i et forsøg på at forbedre modellen. (IMFUFA tekst 353).



Figur 3. Modelleringsproces.

3.4 Anvendelse af matematiske modeller

Matematiske modeller bruges forskelligt i samfundet. I forskning er de et redskab til at strukturere udforskning af komplekse problemer og et middel til at vise forskningens resultater frem. (Blomhøj 1992, side 29). I teknologiske anvendelser og uddannelser er de matematiske modeller et redskab til at beregne effekten af forskellige teknologiske foranstaltninger. Modeller anvendes ofte i politik til at "videnskabeliggøre" baggrunden for forskellige politiske beslutninger. Modellerne SMEC III og ADAM er gode eksempler[1].

Matematiske modeller kan let komme til at se ud som om, de er den endegyldige sandhed, fordi de er udtrykt via matematiske formler. Folk, der ikke kan gennemskue de matematiske udtryk, giver ofte matematikken en autoritet, den ikke fortjener, for *"matematikken lyver jo ikke"* (Poulsen 1997, side 29). Derfor kan matematiske modeller nemt misbruges overfor borgere, hvis man vil opnå noget bestemt.

I matematiske modeller kan der være så langt i mellem de indledende antagelser og det afsluttende resultat, at man glemmer, hvilke antagelser, der blev gjort (Poulsen 1997, side 33). Dette kan føre til et meget misvisende resultat, som i

[1] SMEC og ADAM er to eksempler på makroøkonomiske simuleringsmodeller anvendt af hhv. økonomisk råd og finansministeriet.

princippet ikke kan bruges til noget. På denne måde er det også nemt at misbruge modeller. Hvis en model præsenteres uden at det fortælles hvilke begrænsninger den har, eller hvilke antagelser, der er gjort, kan der let opstå misforståelser.

Derfor er det vigtigt, at have en sund kritisk indstilling til sådanne modeller.

4 Modelleringskompetence

I vores indledende overvejelser lavede vi en brainstorm for at finde ord, som vi mener, er vigtige i beskrivelsen af, hvad modellering kan give matematikundervisningen;
Vi ser modellering som blandt andet et formidlingsredskab, der kan give eleven en oplevelse af matematikken som virkelighedsnær, hvilket muligvis giver eleven en forståelse for matematikkens anvendelse. Dette kan medføre en øget motivation og måske en større interesse for matematikken.
I den efterfølgende litteratursøgning fandt vi to kilder Niss 1999 og IMFUFA-tekst 321. Da begge disse kilder har en indfaldsvinkel til modelleringskompetence, som vi mener at kunne bruge som argumentation, vil vi behandle disse to kilder i de følgende afsnit. Vi mener, at kilderne giver os stærkere argumenter til, at opstille vores definition på modelleringskompetence sidst i kapitlet.

4.1 Afklaring af kompetencebegreb

"En kompetence er en persons evne til at mestre en bestemt type af virksomhed – også i nye og ukendte sammenhænge." udtalte Morten Blomhøj på IMFUFA-seminar: "Kompetencebegrebet i matematik- og fysikundervisning" d. 12. oktober 2000. Her benyttes ordet kompetence, som en form for ekspertise.
I tidsskriftet Uddannelse diskuterer Mogens Niss kompetencebegrebet i artiklen "Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse". Han mener, at kompetencebegrebet ikke er veldefineret og henviser til, at ordet bruges i forskellige betydninger på forskellige sprog. *"I den ene grundbetydning, hvor kompetence sættes lig autorisation, tænkes på en person udstyret med formaliseret ret – beføjelse eller autorisation – til at udføre bestemte arter af, træffe visse beslutninger, iværksætte visse foranstaltninger osv." "...en sådan ret tildeles ovenfra af et system".*(Niss 1999, side 24). Et eksempel herpå er, at man har ret til at køre bil, når man har kørekort.
"Den anden grundbetydning, hvor kompetence sættes lig ekspertise, fokuserer på selve den kunnen og viden og på de egenskaber og erfaringer, der skal til for at begå sig med succes og gennemslagskraft på et eller andet felt,..." (Niss 1999, side 24). *"Fokus er altså her på substansen i bagagen snarere end på autorisationen, altså på, hvad der skal til for at være en god bilist mere end på, om man formelt har ret til at køre bil,..."* (Niss 1999,side 24). Der er altså ifølge Mogens Niss en væsentlig forskel på de to betydninger af ordet. Han vælger at integrere begge betydninger under begrebet myndighed. Han skriver: *"Forbindelsen mellem de to betydninger er åbenbart, at man for at få autorisation bør/skal besidde ekspertise. Når man besidder begge dele har man myndighed."* (Niss 1999, side 24) – Ekspertise er altså en forudsætning for at få autorisation, og derfor vælger Mogens Niss at benytte ordet kompetence i betydningen ekspertise.
Vi vælger også, at benytte begrebet kompetence i betydningen ekspertise.

4.2 Modelleringskompetence

Mogens Niss har i artiklen "Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse" fra tidsskriftet Uddannelse ligeledes gjort sig nogle overvejelser over, hvordan kompetencebegrebet i form af betydningen ekspertise kan integreres i

matematikundervisningen og har derudfra udviklet kompetencer af henholdsvis første og anden orden. Vi vil her skitserer de kompetencer han nævner. Kompetencer af første orden:

- *"Udøve matematisk tankegang (tankegangskompetence)*
- *Ræsonnere matematisk (ræsonnementskompetence)*
- *Bygge og analysere matematiske modeller inden for andre felter (modelleringskompetence)*
- *Formulere og løse matematiske problemer (problembehandlingskompetence)*
- *Håndtere forskellige repræsentationer af matematiske anliggender (repræsentationskompetence)*
- *Håndtere matematiske symboler og formalismer (symbol- og formalismekompetence)*
- *Kommunikere i, med og om matematik (kommunikationskompetence)*
- *Betjene sig af og forholde sig til informationsteknologiske hjælpemidler i matematikken (IT-kompetence)"* (Niss 1999, s 27)

Derudover kategoriseres andre kompetencer, som han kalder for kompetencer af anden orden. Disse skal ses i forlængelse af kompetencer af første orden og hvile på disse. Disse har at gøre med at anvende matematikken indenfor andre fagområder, matematikkens historiske udvikling og matematikkens særlige karakter. Blandt 2. ordens kompetencerne nævnes bl.a. at bygge og analysere modeller inden for andre felter. Disse egenskaber beskrives bl.a. som, at man *"skal have indsigt i og forståelse af matematikkens anvendelse i andre fag- eller praksisområder"* (Niss 1999, side 28). Heri ligger der, at matematikken også skal være anvendelsesorienteret. Mogens Niss foreslår, at matematisk modellering kan bruges som middel til at opnå ekspertise indenfor disse områder.

Vi vælger at uddybe 1. ordens komptencen; modelleringskompetence, da det er denne vi fokuserer på i projektet. Mogens Niss´ definition af modelleringskompetence (Niss 1999, s 27):

"Bygge og analysere matematiske modeller inden for andre felter, herunder

- *<u>analysere</u> grundlaget for og egenskaberne ved <u>foreliggende modeller</u> og bedømme deres holdbarhed og rækkevidde*
- *"<u>afmatematisere</u>" træk ved matematiske modeller, dvs. afkode og fortolke modelelementer og resultater i forhold til det felt, eller den situation, der er modelleret.*
- *<u>strukturere</u> et felt eller en situation, der skal modelleres.*
- *gennemføre en <u>matematisering</u> af feltet/situationen, resulterende i en matematisk model.*
- *<u>behandle</u> denne model, herunder løse de matematiske problemer, den giver anledning til.*
- *<u>validere</u> den færdige model, både internt ("inde i" modellen) og eksternt (i forhold til den "virkelighed", modellen omhandler).*
- *<u>reflektere</u> over, <u>analysere</u> og <u>kritisere modellen</u>, både i sig selv og i forhold til mulige alternative modeller.*
- *<u>kommunikere</u> om modellen og dens resultater.*
- *<u>have overblik</u> over og <u>styre</u> den samlede modelleringsproces.*

I IMFUFA tekst 321 har man fokuseret på begrebet modelkompetence. Her vælges at inddele modelleringsegenskaberne i følgende ni kompetencer:

- Struktureringskompetence
- Matematiseringskompetence
- Afmatematiseringskompetence
- Modelløsningskompetence
- Valideringskompetence
- Strategikompetence
- Refleksionskompetence
- Kritikkompetence
- Kommunikationskompetence

Ved første øjekast ses det, at disse 9 kompetencer har meget til fælles med Mogens Niss' definition af modelleringskompetence. Der er ord, der direkte går igen både hos Mogens Niss og i IMFUFA-teksten.
Begge steder anvendes ordene: strukturere, matematisere, afmatematisere, validere, reflektere, kritisere og kommunikere. Ordet strategikompetence bruges ikke direkte hos Mogens Niss, men han peger på egenskaber, der svarer til dem, der beskrives i IMFUFA teksten. Nemlig det at *"have overblik over og styre den samlede modelleringsproces"(*Niss 1999, side 27*)*.

Begrebet modelløsningskompetence benyttes af begge kilder, dog med forskellig betydning, da de to tekster har forskellige syn på hvad man skal vægte ved modelløsning. Mogens Niss fokuserer på, at man skal være i stand til at løse de problemer modellen giver anledning til, mens IMFUFA-teksten fokuserer på at klarlægge, hvilke resultater man kan komme frem til ved hjælp af modellen og derefter revidere modellen efter relevant problemfelt.
I modsætning til Mogens Niss vælger IMFUFA-tekst 321 at definere ni kompetencer, der tilsammen er udtryk for modelleringskompetence.
Herunder følger et udsnit af IMFUFA-tekstens beskrivelse af de enkelte kompetencer:

Struktureringskompetence:
"Struktureringskompetencen består overordnet i at skabe en passende struktur i det virkelighedsudsnit, som problemet er indlejret i. Det drejer sig om at fastlægge en egnet synsvinkel på virkelighedsudsnittet. Denne synsvinkel skal gøre det muligt at udvælge de parametre, som er væsentligst for problemet, samt at bestemme deres indbyrdes relationer. Til kompetencen hører således både det at få valgt en overordnet ramme; at udvælge essentielle parametre samt at fastlægge de væsentligste sammenhænge mellem disse." (IMFUFA tekst 321, side 50).
Der skal altså foretages et virkelighedsudsnit, som skal afgrænses hensigtsmæssigt i forhold til den givne problemstilling.

Matematiseringskompetence:

"Matematiseringskompetencen indeholder evnen til at foretage matematiske beskrivelser af størrelser, der oprindeligt er udtrykt i hverdagssprog. Kompetencen kan derfor udtrykkes som evnen til at matematisere de valg, der er blevet foretaget af struktureringskompetencen."(IMFUFA tekst 321, side 52).

Der skal foretages en matematisk beskrivelse af det udvalgte felt.

Afmatematiseringskompetence:

"Afmatematiseringskompetencen er en komplementaritet til matematiseringskompetencen. Den består i at kunne tilskrive en matematisk formulering en mening i virkeligheden. Det vil sige at tolke et matematisk udtryk i forhold til det bagvedliggende virkelighedsudsnit. Væsentlige elementer af tolkningen er at klarlægge, hvilke parametre og sammenhænge fra virkelighedsudsnittet, som det matematiske udtryk symboliserer. Kompetencen inkluderer endvidere evnen til at gennemskue de grundlæggende forudsætninger for opstillingen af det matematiske udtryk, sagt med andre ord evnen til at klarlægge den valgte synsvinkel på virkelighedsudsnittet." (IMFUFA tekst 321, side 54).

Man skal kunne beskrive virkeligheden udfra en matematisk model.

Modelløsningskompetence:

"Modelløsningskompetencen består i at opnå resultater af den opstillede model. Heri ligger både det at analysere modellen for at klarlægge hvilke relevante resultater, der kan tænkes at opnås fra den, og dernæst at udføre de nødvendige aktiviteter for at komme frem til de ønskede resultater." (IMFUFA tekst 321, side 56).

Man skal kunne forudsige hvilke resultater, modellen kan klarlægge og revidere modellen / resultaterne så de stemmer overens med det man ønsker at klarlægge.

Valideringskompetence:

"Valideringskompetencen vedrører en vurdering af modellen. Valideringerne kan bestå af matematiske analyser for at afdække modellens styrker og svagheder samt af sammenligninger mellem empiriske data og resultater udledt af modellen. Valideringskompetencen består endvidere i at afgøre, hvilke krav modellen skal leve op til, for at den kan benyttes til det pågældende formål." (IMFUFA tekst 321, side 57).

Vurdere modellen samt dens resultater f.eks. i forhold til empiriske data.

Strategikompetence:

"Strategikompetencen indeholder evnen til at planlægge og styre hele den igangværende modelleringsproces. Heri ligger både det at styre den overordnede proces samt at kontrollere de enkelte deltrin. Strategikompetencen kræver derfor overblik over hele processen og evnen til at vurdere og kontrollere egne handlinger." (IMFUFA tekst 321, side 58).

Man skal have overblik og kunne styre modelleringsprocessen.

Refleksionskompetence:

"Refleksionskompetencen består i at reflektere over de valg og aktiviteter, der foretages undervejs i modelleringsprocessen. Refleksionerne indeholder overvejelser om, hvad de givne valg betyder for den overordnede

problemstilling samt vurderinger af, hvilke konsekvenser disse overvejelser bør føre til. Reflektionskompetencen benyttes således, mens modelleringsprocessen eller modelanalysen er i gang." (IMFUFA tekst 321, side 59).
Man skal kunne reflektere over hvilke konsekvenser et foretaget valg eller fravalg vil føre til.

Kritikkompetence:
"Kritikkompetencen består i at forholde sig kritisk til en given afsluttet modelleringsproces sat i relation til en eller flere kontekster. Kritikkompetencen indeholder evnen til at stille relevante kritiske spørgsmål til en model med det formål at vurdere modellens anvendelighed i den pågældende kontekst, som ofte vil være en samfundsmæssig sammenhæng. Til at vurdere modellens anvendelighed ligger også en vurdering af hvilke konsekvenser, det får for det pågældende felt, at man vælger at bruge lige netop den foreliggende model." (IMFUFA tekst 321, side 61).
Man skal kunne vurdere modellens anvendelighed for det pågældende problemfelt og vurdere hvilke konsekvenser brugen af modellen vil føre til.

Kommunikationskompetence:
"Kommunikationskompetencen er evnen til at formidle færdige eller foreløbige resultater af modelleringen til både matematikere og ikke-matematikere. Den kræver evnen til at vurdere hvilke faktorer, der er vigtige at videregive i den pågældende sammenhæng, samt evnen til at formidle disse på en forståelig måde." (IMFUFA tekst 321, side 62).
Man skal kunne formidle et modelleringsresultat, så alle kan forstå, hvad det er et resultat af.
I forhold til vores projekt mener vi ikke, at denne kompetence er nødvendig for at kunne udføre en modellering. Vi mener, at denne kompetence skal ses mere i forhold til samfundets brug af modeller, hvor man selvfølgelig skal være i stand til at formidle resultaterne. Dog mener vi, at kommunikationskompetencen mest kan opfattes som en kompetence til at fremme de andre kompetencer, idet man ofte får en forståelse for noget ved at skulle formidle det. På den måde kommer den i vores øjne ned på et sekundært plan, dette skal dog ikke opfattes som, at vi ikke synes, det er vigtigt at kunne formidle sine resultater.

Vi har set, at både IMFUFA-tekst 321 såvel som artiklen af Mogens Niss sværmer om de samme ord og begreber, når modelkompetence skal uddybes.
Den væsentligste forskel på de to kilder ligger altså ikke i indholdet, men snarere i formen hvori de defineres. Mogens Niss benytter egenskaberne til at uddybe, hvad der menes med at have kompetence indenfor modellering. Han laver en helhedsbeskrivelse af modelleringskompetence, mens IMFUFA-teksten vælger at lade de enkelte egenskaber udgøre kompetencer i sig selv.
Vi mener, det er uhensigtsmæssigt at give de enkelte egenskaber status af en selvstændig kompetence, da vi ikke mener man kan tilegne sig en af egenskaberne selvstændigt, uden at besidde dele af de andre egenskaber. Derfor vælger vi selv at definere én kompetence – *modelleringskompetence.*

4.3 Definition af modelleringskompetence i henhold til projektet

Vi vælger udfra Mogens Niss artiklen at basere vores definition af kompetencebegrebet på den tolkning, der henviser til kompetence som en form for ekspertise. Man skal altså tilegne sig kvalifikationer, der gør en i stand til at mestre en given opgave.

I det følgende definerer vi den kompetence, som vi i projektet vil tage udgangspunkt i. Hovedsageligt er vi enige i de to kilders grundindhold, men vælger at benytte de i kilderne nævnte egenskaber, som en *beskrivelse* af hvad de enkelte elever bør opnå gennem et modelleringsforløb. Vi ser modelleringskompetence udspændt over en række delkompetencer, som er indbyrdes afhængige. Dette kan beskrives som en mosaik hvor hvert element er uundværligt i helheden, og hvor det enkelte element ikke kan stå alene. I.e. hver delkompetence skal forstås som et enkelt element, der i en sammensætning udgør en mosaik, som er den samlede modelleringskompetence.

Vi vælger at se modelleringskompetence som indeholdende to niveauer:

Den direkte modelleringskompetence og den indirekte modelleringskompetence.

Vores definition af modelleringskompetence:

Vi mener, at man opnår direkte modelleringskompetence ved en mestring af delkompetencerne:

At kunne opstille og analysere matematiske modeller:

- At kunne afgrænse/strukturere den virkelighed, der skal modelleres. Herunder også at kunne visualisere systemet.
- At kunne matematisere. Det vil sige at udtrykke det afgrænsede system ved hjælp af matematik. Derudover at være i stand til at opnå resultater af den opstillede model.
- At kunne afmatematisere, dvs. overordnet at kunne springe mellem de to "dimensioner"; matematik og virkelighed. Dvs. at kunne foretage en meningsfuld virkelighedsbeskrivelse udfra en matematisk model.
- At kunne validere og vurdere modellen. – Hvorvidt beskriver modellen det, man ønsker? –Hvor pålidelig er modellen?
- At kunne se kritisk på modellens anvendelighed i den pågældende sammenhæng.
- At kunne reflektere over konsekvenserne af valg foretaget under modelleringsprocessen.
- At have et overblik over modelleringsprocessen.

Den indirekte modelleringskompetence skal forstås som de egenskaber modellering kan give, der rækker ud over den direkte modelleringskompetence:

- Almen dannelse. Her med fokus på kritisk dømmekraft i forhold til samfundsmæssige problemstillinger.
- Tværfaglig anvendelsesorientering. Anvendelse af matematik i form af matematisk modellering indenfor andre fagområder.

4.4 Dannelsesbegreb

Det ses på forrige side, at dannelsesbegrebet indgår som en indirekte delkompetence i vores definition af modelleringskompetence. Derfor vil vi kort komme ind på begrebet.

Dannelse er et komplekst begreb men vi mener, essensen i det er at kunne forholde sig kritisk overfor problemstillinger i samfundet. Heri ligger der også at blive et selvstændigt menneske, der er i stand til selv at træffe beslutninger. Der er altså et samfundsperspektiv i begrebet dannelse.

Tine Wedege skriver, at det næsten er umuligt at give en definition på dannelse, som alle kan være enige i. Hun skriver dog, at der nok er *"bred enighed om at dannelse bl.a. handler om demokratisk kompetence"(*Wedege 1993, side 138*)* dvs. at man har kompetence til at begå sig i et demokratisk samfund ved at kunne tage stilling til forhold i samfundet. Heri ligger netop, at mennesker skal have kritisk dømmekraft. Man skal kunne vurdere forskellige fremstillinger, og være i stand til at danne sin egen mening. I sin artikel tolker hun Karsten Schnack: *"Han ser det som en af dannelsens væsentligste opgaver at sprænge den naive tro på at verden er som den umiddelbart tager sig ud, og peger her på at videnskaberne indeholder et værdifuldt kritisk potentiale" (*Wedege 1993, side 138*)*. Den norske filosof Jon Hellesnes bliver citeret i Svein Sjøbergs bog: "*"Dannelse innebærer distanse og en mulighet til å reflektere kritisk omkring sin situasjon"(Morgenbladet 19. sepetember 1997)"* (Sjøberg 1999, side 36).

Om begrebet dannelse skriver Svein Sjøberg i "Naturfag som allmenndannelse" følgende*: "Bak begrepet ligger forestillingen om at et menneske med dannelse er selvstendig og autonomt, at det kan ha grunnlag for å treffe egne avgjørelser, at det har kontroll over eget liv, at det ikke lar seg manipulere, at det har et rikt sett av allsidige kunnskaper og ferdigheter osv."(*Sjøberg 1999, side 36*)*.

Afsluttende vil vi derfor uddrage, at det at have en kritisk dømmekraft er centralt for dannelsesbegrebet.

5 Argumenter for modellering i gymnasiet

Inden vi kommer ind på konkrete argumenter for matematisk modellering, vil vi præsentere nogle argumenter for at lære naturvidenskab, da der er sammenfald mellem disse og argumenterne for matematisk modellering.
Ifølge Svein Sjøberg er der to generelle begrundelser: Nytteargumentet og dannelsesargumentet. I nytteargumentet indgår, at det skal være nyttigt i dagligdagen, i samfundet og som forberedelse til fremtidige erhverv. I dannelsesargumentet ligger, at det skal være alment dannende (Sjøberg 1999, side 161).
Man kan sige, at et fokus på nytteargumentet tager mest hensyn til naturvidenskab rettet mod udvikling af teknologi og dermed tilsidesætter kompetencer, som er centrale for dannelsesbegrebet. Han præciserer de to argumenter ved at udvide dem til:

- Økonomiargumentet (naturfag som forberedelse til erhverv og uddannelse i et højteknologisk og videnskabsbaseret samfund)
- Nytteargumentet (naturfag som praktisk evne til at kunne begå sig i dagliglivet i et moderne samfund)
- Demokratiargumentet (naturvidenskabelig viden er vigtig for ansvarlig deltagelse i demokratiet og for at kunne danne meninger om videnskabelige problemstillinger)
- Kulturargumentet (naturvidenskab er en vigtig del af menneskets kultur) (Sjøberg 1999, side 162)

Økonomiargumentet og nytteargumentet kan karakteriseres som nytteargument, mens demokratiargumentet og kulturargumentet kan karakteriseres som dannelsesargumentet.

Vi vil ikke uddybe disse argumenter yderligere, da projektet ikke omhandler nødvendigheden af naturvidenskabsfag i skolen. Derimod vil vi kigge nærmere på, hvorledes modellering stemmer overens med argumenterne for naturfag i det hele taget og yderligere vurdere matematisk modellering som et pædagogisk formidlingsredskab.

Vi mener, det er vigtigt, at eleverne allerede på et tidligt tidspunkt oplever de anvendelsesmuligheder, der er i matematik, i stedet for at de lærer noget matematik, de først rigtigt kan bruge til noget, når de lærer noget mere på de højere læreranstalter. Det er vigtigt, at undervisningen får et sådan præg, at eleverne føler matematik nyttigt at kunne.
I det følgende vil vi referere IMFUFA tekst 321's udlægning af argumenter for modellering. De opererer med fem argumenter:

- *Dannelsesargument*
- *Kritikargument (demokratiargument)*
- *Nytteargument*
- *Kulturargument*
- *Indlæringsargument*

Vi kan se, at de første fire modelleringsargumenter i IMFUFA tekst 321 går ind under de generelle argumenter for naturfagene som Svein Sjøberg opstiller dem. Dannelses-, kritik- og kulturargumenterne hører under dannelsesargumentet, mens begge kilder opstiller et nytteargument. Et yderligere argument er dog tilføjet i IMFUFA teksten, og det beror på mere pædagogiske overvejelser for modellering i matematikundervisning.

5.1 Dannelsesargument

Kreativitet og problemløsning er centralt i dette argument, fremgår det af IMFUFA tekst 321, og disse forhold kan udvikles og fremmes ved at benytte modeller i matematikundervisningen. Det hævdes nemlig i teksten, at man gennem arbejde med matematiske modeller kan opnå disse generelle dannelseselementer. *"Således ligger der i argumentet en tro på, at arbejdet med virkelige problemstillinger, som de studerende er bekendte med, giver gode muligheder for at de studerende bliver selvsikre og udforskende i forhold til det at lære, og at modelleringsproblemstillinger i særlig grad kan motivere problemløsende adfærd."* (IMFUFA tekst 321, side 27). Desuden bliver kreativiteten fremmet, fordi man skal kritisere og vurdere modeller og dette kan betyde, at de studerende får et indtryk af, at matematikken kan udbygges og ikke er endelig, hvilket kan opfordre eleverne til at tænke mere kreativt.
Dannelsesargumentet går på den personlige udvikling.

5.2 Kritikargument

I teksten skrives, at det vigtigste i dette argument er, at kunne vurdere matematikkens anvendelser indenfor andre fagområder. Det vil sige, at man skal være i stand til at kritisere anvendelsen af matematik. Det er dog ikke kun i matematik, at eleverne skal udvikle kritisk sans, det skal de i alle fag, så der opnås en generel kritisk indstilling. Hvis matematikken skal hjælpe til dette, udtrykker IMFUFA tekst 321, at matematiske modeller er uundgåelige, da man her anvender matematikken, og vurderer deres anvendelse.
Teksten definerer det at kunne tage kritisk stilling til noget som *"evnen til at kunne stille spørgsmål til, kunne vurdere og være i stand til at finde alternativer til problemet og dets mulige løsninger"*(IMFUFA tekst 321, side 19).
I teksten argumenteres for, at det i ethvert demokratisk samfund er vigtigt, at folk kan vurdere og tage stilling til samfundsudviklingen, derfor er dette argument centreret om samfundet og ikke den personlige udvikling. IMFUFA teksten 321 medtager et citat fra Blomhøj 1992, side 13: *"Matematikundervisningen må på alle niveauer bidrage til dannelsen af en faglig kritisk dømmekraft overfor de matematiske begreber og deres anvendelse – i form af matematiske modeller. Opbygningen af en sådan faglig dømmekraft anser jeg for at være matematikundervisningens vigtigste bidrag til udviklingen af en almen demokratisk kompetence."*
I IMFUFA teksten argumenteres for, at modeller og anvendelse af matematik er en nødvendighed, hvis eleverne skal opnå faglig kritisk dømmekraft.

5.3 Nytteargument

I dette argument er det centrale, at *"matematik er nyttigt og væsentligt, fordi det er et uundværligt redskab til at behandle og løse mange vigtige problemer udenfor matematikken"* (IMFUFA tekst 321, side 21). IMFUFA teksten

argumenterer for, at hvis ikke eleverne lærer, hvordan man bruger dette redskab er det langt fra sikkert, at de selv kan anvende matematikken indenfor andre fagområder, endda selv om de har et godt kendskab til matematiske teorier.
I nytteargumentet indgår der både en personlig og en samfundsmæssig nytte ved brugen af modeller. Den personlige nytte er, at eleverne kan opstille modeller til at løse problemer, de står overfor, men også at kunne gennemskue andres modeller, f.eks. modeller som opstilles fra samfundets side.
Der er samtidig en samfundsmæssig nytte i dette argument, fordi både erhvervslivet og samfundet kan have glæde af, at folk kan opstille modeller til at fremme konkurrenceevne, produktivitet eller økonomisk vækst.
I teksten understreges det, at nytteargumentet er en blanding af flere argumenter *"alt efter hvilken "nytte" der fokuseres på" (IMFUFA tekst 321, side 23).* Det kan være forskelligt alt efter hvilket uddannelsestrin det er, eller hvem der skal undervises for. Derfor kan forskellige modeller blive brugt til forskellige formål.

5.4 Kulturargument

I kulturargumentet ligger kendskab til matematik som videnskab, og dermed hvordan matematikken er en særskilt del af kulturen, men også matematikkens rolle i verden. Altså matematikken eksplicit kontra implicit i kulturen.
Teksten beskriver, at der kan være to årsager til at inddrage modeller ifølge kulturargumentet:
"Anvendelsen af matematik til at løse ikke-matematiske problemer er et væsentligt aspekt ved matematik som videnskab" (IMFUFA tekst 321, side 25), og til at give de studerende en sådan indsigt er det en god idé at præsentere eleverne for autentiske matematiske modeller. Desuden skal eleverne selv lære at opstille og vurdere matematiske modeller for *"selv at opnå erfaring med de muligheder og begrænsninger, der ligger i at anvende matematik" (IMFUFA tekst 321, side 25).*
I IMFUFA teksten henvises der til D'Ambrosio, som beskriver matematik som en teknik eller kunst, der er udviklet i forskellige dele af verden – kulturer – så mennesket kan f.eks. opfatte, forklare og strukturere virkeligheden. Argumentet går ifølge teksten ud på, at eleverne skal opnå en meta-viden om matematik, altså en viden om videnskaben matematik, for at lære om matematikkens rolle i verden. Her *"skal der reflekteres over forholdet mellem faget matematik og omverdenen og til dette er anvendelser og modeller et godt udgangspunkt, da disse giver en god mulighed for at træde udenfor faget og betragte det, når der arbejdes med det indenfor andre discipliner."*(IMFUFA tekst 321, side 25).
Sammenfattende dækker kulturargumentet over *"refleksion over, hvordan matematik indgår i samfundet og i forholdet til andre videnskaber"*(IMFUFA tekst 321, side 32).

5.5 Indlæringsargument

Med dette argument forklares der, hvorfor modeller kan være et godt pædagogisk redskab. *"Modellernes funktion i undervisningen er dels at virke motiverende for de studerende og dels at medvirke til at give mening til de matematiske begreber, for der igennem at støtte begrebsdannelsen og give større matematikforståelse."* (IMFUFA tekst 321, side 29). Der argumenteres altså for at undervisning, der indeholder modeller, kan være motiverende for indlæringen, men problemfeltet, der modelleres, skal selvfølgelig interessere eleverne. Samtidig beskrives det, at modeller kan hjælpe til at erhverve matematiske begreber, derfor er man nødt til at antage, at generelle begreber kan erkendes ved eksempler på hvordan de anvendes, skriver de.

"Indlæringsargumentet betoner, at modelarbejdet også er en forudsætning for en hensigtsmæssig og effektiv indlæring af det øvrige pensum" (IMFUFA tekst 321, side 31). Af dette må man kunne konkludere, at der menes, at eleverne får almen studiekompetence ved at arbejde med modeller.
Indlæringsargumentet medvirker ligesom dannelsesargumentet til personlig og ikke samfundsmæssig udvikling.

5.6 Tolkning

I de enkelte argumenter kommer IMFUFA tekst 321 ind på, om det er argumenter, der går på det personlige eller på det samfundsmæssige. De skriver, at dannelsesargumentet, kritikargumentet og indlæringsargumentet kun går på den personlige udvikling. Et stykke af vejen kan vi være enige med dem, men idet et menneske i samfundet udvikler sig, har det betydning for samfundet. Det er f.eks. i samfundets interesse, at folk er almen dannede, og at der foregår en fælles udvikling mod fælles dannelse. Derved får man et samfund af selvstændige mennesker.
Herudover er det også i samfundets interesse, at folk kan stille sig kritisk over for ting og især bruge en faglig kritisk dømmekraft. Dette kan give et mere dynamisk samfund med aktive borgere, der er kompetente til at tage stilling til forskellige spørgsmål og problemer.
Derimod er vi meget enige i, at indlæringsargumentet er nede på det personlige plan. Her gælder det motivationen for hver enkelt elev, dette kan selvfølgelig projiceres ud på klasseundervisningen, fordi eleverne påvirker hinanden. Vi mener dog ikke, at man kan argumentere for, at det kan være generelt samfundsudviklende.
I IMFUFA teksten 321 argumenteres der for, at dannelses- og indlæringsargumentet ikke er så vigtige, fordi de er på et andet plan: De to argumenter *"skal give den motivation, relevans og positive, problemløsende tilgang mm., som er en forudsætning for at intentionen i de andre, mere væsentlige argumenter kan opfyldes"* (IMFUFA tekst 321, side 33-34). Dog fremhæver de, at disse to argumenter godt kan være de væsentligste i selve undervisningen. Dette sidste er vi enige i, fordi eleverne som oftest ikke ser det, at udvikle en faglig kritisk sans som formålet med undervisningen. De tænker i stedet over, at undervisningen skal være sjov og lærerig. Ifølge vores vurdering er indlæringsargumentet det eneste, der udelukkende går på den rent personlige udvikling. Alligevel og måske netop derfor er dette argument vores motivation for at lave dette projekt. Vi mener nemlig grundlæggende, at man skal appellere til eleverne med noget de direkte kan forholde sig til.
I dannelsesargumentet kommer teksten kort ind på, at eleverne, når de arbejder med modeller skal kritisere og vurdere dem, og derved få et indtryk af, at matematikkens anvendelse ikke er endelig. Dette er en vigtig diskussion, for her er der netop mulighed for, at matematik efterhånden kan få noget af sit autoritære præg rystet af sig. Vi mener, det er et generelt problem, at matematik ofte fremlægges som om det er den endelige sandhed, og at det ikke kan diskuteres. Det giver eleverne en følelse af afmagt, fordi de ikke kan få indflydelse på undervisningen, men i modelarbejdet bliver det pludselig muligt og lovligt at kritisere matematikken. Det er dog ikke kun modeller og modellering, der kan hjælpe til denne udvikling. Måske kan den også ske ved, at der lægges mere vægt på det historiske aspekt i matematikundervisningen, fordi eleverne her får en forståelse af, hvor lang tid det har taget at finde ud af det, vi ved i dag – og at dette måske heller ikke er den rigtige opfattelse.
De kompetencer, vi mener, modellering kan give, kan også erhverves på anden vis. Vi er dog af den opfattelse, at man ved erhvervelse af modelleringskompetence derudover får tildelt et par briller –metaforisk set naturligvis. Et par briller der giver vedkommende en evne til at spotte problemstillinger i enhver situation. Ved at arbejde med modellering får

man altså et syn på omverdenen, der ikke opnås i samme grad gennem traditionel undervisning. Gennem den mere traditionsbundne undervisning opnås derimod andre synsvinkler. Vi mener derfor, at modellering ikke kun fremmer kompetencer, man også kan opnå på anden vis, men i sig selv udgør et problemspottende perspektiv.

6 Forundersøgelser

Vi har valgt at sætte os ind i matematikbekendtgørelsen for matematisk linie i gymnasiet, da vi ønsker at få afklaret om et forløb, som vi har tænkt os det, er muligt at gennemføre indenfor bekendtgørelsens rammer. Med det mål at understøtte og legalisere vores undervisningsforløb.
For at kunne forberede forløbet optimalt har vi yderligere lavet følgende forundersøgelser. Elevernes faglige forudsætninger har vi primært forsøgt afklaret på et møde med lærerne før forløbet. Herudover har vi valgt at give eleverne et spørgeskema før forløbet og at kigge på de lærebogssystemer, der benyttes i klasserne.

6.1 Bekendtgørelse for matematisk gymnasium

Gymnasiebekendtgørelsen af maj 1999 indeholder retningslinier for al matematikundervisning i gymnasiet, derfor er den delt op i forskellige afsnit indeholdende en specifik beskrivelse af de forskellige niveauer indenfor matematikundervisningen. Da vi skal ud at undervise i to 2.g klasser på matematisk linie, har vi valgt at fokusere på afsnittet, der beskriver det 2-årige forløb til B-niveau. Gennem hele denne gennemgang vil der blive lagt vægt på de modelteoretiske og kompetenceudviklende muligheder i undervisningen, der ligger i bekendtgørelsen. Da der kun er taget udgangspunkt i bekendtgørelsen af maj 1999, vil der ikke være yderligere kildeangivelser.

6.1.1 Undervisningsformål

Formålet med den obligatoriske del af matematikundervisningen er defineret i to punkter, der lyder:

"Målet med undervisningen er,

a) at eleverne erhverver sig indsigt i en række fundamentale matematiske tankegange, begreber og metoder

b) at eleverne opnår fortrolighed med matematik som et middel til at formulere, analysere og løse problemer inden for forskellige fagområder."

Den første del af formålet er mest funderet på en traditionel matematisk forståelse af matematik, og der er der lagt op til, at eleverne skal beskæftige sig med den indre matematik[2]. Der kunne dog også indgå teoretiske overvejelser over hvad matematiske modeller er, men vi tror ikke, at det er meningen med denne del af formålet.
Den anden del af formålet er straks mere interessant, hvis man vil fremhæve de modelteoretiske mål med undervisningen i gymnasiet. Der bliver lagt op til, at eleven skal kunne bruge matematikken inden for forskellige fagområder. Dette kunne forstås som et ønske om, at eleven på tværs af faggrænser kan beskrive virkelighed med matematik. Det er netop det, vi ønsker at gøre. Denne del af formålet med matematikundervisningen kan forstås på flere forskellige måder, men vi mener dog, at der bliver lagt op til, at matematisk modellering kunne være en vigtig del af undervisningen.

[2] Med den indre matematik menes der matematikkens strukturelle opbygning herunder bevisførelse.

6.1.2 Undervisning

Beskrivelsen af den egentlige undervisning er delt op i to afsnit. Det ene omhandler igen formålet med undervisningen, og er en uddybning af undervisningsformålet. Her står der blandt andet:

"Eleverne skal blive fortrolige med den abstraktion, der ligger i en matematisk begrebsdannelse, og med den mulighed, matematik som sprog giver for at udtrykke komplicerede sammenhænge i overskuelig form."

Dette kan både forstås som elevens forståelse inden for matematikken, men kunne også betyde, at eleven skal kunne overskue andre problemstillinger udenfor matematikkens traditionelle fagområde. Det er op til læreren at tolke bekendtgørelsen.

Afsnittet fortsætter herefter med en mere specifik idé om, hvad læreren skal undervise i inden for fem hovedemner (tal, geometri, funktioner, differentialregning og statistik og sandsynlighedsregning) og tre aspekter (det historisk aspekt, modelaspektet og matematikkens indre struktur). De fem hovedemner vil vi ikke behandle, da der ikke bliver lagt op til hverken modelperspektiv eller kompetenceudvikling. Nogle af emnerne vil dog være mere egnede som grundlag for matematisk modellering end andre.
De tre aspekter er meget forskellige og er som sådan ikke sammenlignelige, der er dog mulighed for at undervise i modeller under det historiske aspekt med henblik på f.eks. hvorfor de gamle grækere udviklede den matematik, de gjorde. Modelaspektet lægger direkte op til, at modeller skal indgå i undervisningen, og at eleven skal kunne opbygge en model, underkaste den kritik og være klar over anvendelsesmuligheder. I dette aspekt lægges der klart op til en modelleringskompetence om end på et simpelt plan.

6.1.3 Modelaspekt

"Eleverne skal opnå kendskab til opbygning af matematiske modeller som repræsentation af virkeligheden og indtryk af matematiske modellers anvendelsesmuligheder og begrænsninger samt blive i stand til i simple situationer selv at gennemføre en modelleringsproces."

Det er netop det indtryk og denne forståelse af modeller, vi gerne vil have, at vores undervisning giver eleverne en chance for at erhverve. I den senere uddybning af modelaspektet står der:

"Elementer i modelopstillingen og problemer knyttet til opstilling og brug af matematiske modeller diskuteres."

Her ses det helt klart at der lægges op til at eleverne skal i berøring med de overvejelser og antagelser der ligger i modellerings aspektet. Dette er også vores sigte.

"Behandlingen af de tre aspekter sker i forbindelse med behandlingen af de fem hovedemner og gennem særlige undervisningsforløb tilrettelagt med henblik på et eller flere af aspekterne."

Der skal i forbindelse med behandling af de tre aspekter, foreligge særlige undervisningsforløb på 15 lektioner, hvoraf mindst 7 skal udgøre et sammenhængende forløb.
Vores forløb kunne sagtens passe ind i en sådan beskrivelse, da vores forløb samlet er på 8 lektioner. Derfor kan det også godt gælde som et af de forløb, der bliver lagt op til, og fungere som en integreret del af undervisningen i forhold til bekendtgørelsen

Derfor mener vi, at et undervisningsforløb, omhandlende modellering med omfang af vores, kan accepteres som en naturlig del af matematikundervisningen på gymnasiets B-niveau.

6.2 Lærebogssystemer

Vi har valgt at sætte os ind i de to forskellige lærebogssystemer eleverne til hverdag bliver undervist efter. For det første for at få et indtryk af deres faglige niveau, og samtidig for at se om eleverne allerede kender til begreberne model og modellering i en matematisk sammenhæng.

6.2.1 "Ind i matematikken"

2.y undervises efter lærebogssystemet "Ind i matematikken" fra 1998 og forlaget Munksgaard. Vi fandt til vores overraskelse, at ordet *model* bruges flittigt, og at det derfor, naturligvis afhængigt af lærerens vægtning, ikke ville være et fremmedord for eleverne.
Lærebogssystemet indeholder et afsnit (5 sider) omhandlende vækstmodeller samt et kapitel helt tilegnet modeller (11 sider). Dette kapitel er meget tekstbaseret. I forordet står om modelkapitlet:

"Modelbegrebet er genstand for en analyse i et kapitel med mange eksempler og øvelser. Opstilling af modeller og vurderinger af deres baggrund, gyldighedsområde og mulige generaliseringer behandles. Udbredelsen og betydningen af store og små matematiske modeller i dagens samfund fremhæves, og baggrunden for modellernes forskellige grad af pålidelighed belyses." (Differentialregning 1994, side 7).

Dette lærebogssystem integrerer modelbegrebet løbende gennem alle bind og i forskellige emner, såsom differentialregning, geometri og sandsynlighedsregning.

6.2.2 "Mat 1" og "Mat 2b"

2.z undervises efter lærebogssystemet "Mat 1" og "Mat 2B" fra forlaget Systime 1998. Dette lærebogssystem indeholder også et decideret modelkapitel (18 sider). Her behandles bl.a. vækstmodeller, økonomiske modeller og kinematik.
Dette lærebogssystem benytter ikke ordet *model* så ofte som Munksgaard.

Generelt må vi sige om de to systemer, at de berører modelbegrebet, men at lærerens vægtning er altafgørende. I begge systemer tages modellering op i forbindelse med vækst, bl.a. eksponentiel og lineær, og gennemføres altså ikke for modelleringens skyld alene. Opgaverne er generelt styrede, dog med visse undtagelser.

At de to klasser er blevet undervist efter to forskellige lærebogssystemer finder vi interessant, men mener ikke, at vi vil kunne konkludere, at en eventuel forskel mellem de to klasser vil skyldes dette. Derfor vælger vi ikke at tage højde for, at de er blevet undervist efter forskellige systemer. Lærerens vægtning har naturligvis utroligt stor betydning. Lærerne i begge klasser har ikke berørt modelkapitlet inden gennemførelsen af vores forløb.

6.3 Spørgeskema

Efter mange overvejelser, omkring en eventuel forundersøgelse i klasserne, har vi bestemt os for at give eleverne et spørgeskema inden vores forløb. Spørgeskemaet er primært blevet udviklet med det formål, at vi kan forberede os optimalt til forløbet og det at skulle undervise. Vi har vedlagt spørgeskemaet som bilag 1. Her følger en argumentation for udformningen af spørgeskemaet samt en vurdering af undersøgelsen.

6.3.1 Argumentation for udformning

Vi er interesseret i elevernes holdning til faget matematik, som del af deres videre uddannelse, og derfor indeholder spørgeskemaet spørgsmål der kan afdække dette perspektiv. Vi finder det også interessant, hvilket forhold de har til matematik som et redskabsfag. Dette skyldes, at vores motivation bl.a. bunder i en opfattelse af, at der var en mangel på anvendelsesorientering i matematikundervisningen, da vi gik i gymnasiet.
Elevernes viden omkring matematiske modeller ønsker vi afdækket, da vi som sagt har svært ved at vurdere lærerens vægtning af dette element, (selv om det måske er nok så fremtrædende i lærebøgerne). Dette spørgsmål har til formål at give os en idé om, hvor niveauet i undervisningen skal lægges. Kønsfordelingen i klasserne ønskes klarlagt, således at vi kan forberede vores undervisningsforløb optimalt (se afsnit 6.4.1).
Vi har inkluderet en opgave i at anvende lommeregneren til grafisk fremstilling, da vi er interesseret i at vide hvor lang tid, vi skal afsættes til dette i undervisningen.
De sidste to opgaver er simple modelleringsopgaver. Gubbi-opgaven tester deres evne til at afmatematisere, dvs. om de er i stand til at fortolke grafernes information i forhold til virkeligheden, og dermed argumentere for deres besvarelse. Mens Tivoli-opgaven lægger op til at eleverne skal kunne matematisere et simpelt problem.

6.3.2 Vurdering af spørgeskemaundersøgelse

Vi vil ikke lave statistik på svarene, da vi ikke mener, vi kan forsvare dette. For det første fordi vi ikke har sat os ind i forskellige spørgeskemateknikker, og for det andet fordi vi ikke kan vide under hvilke omstændigheder spørgeskemaerne er blevet besvaret. Enkelte skemaer er kun halvt udfyldt, og 2.y fik skemaerne med hjem, mens 2.z udfyldte dem i en lektion. Hovedformålet med spørgeskemaerne har været at forberede os selv optimalt til forløbet og har ikke været at indsamle "før-data" vi direkte kan sammenligne med "efter-data". På baggrund af dette har vi valgt udelukkende at konstatere eventuelle tendenser i svarene.

Det er kun nogle af besvarelserne hvori der er givet udtryk for en idé om, hvad en matematisk model er. Eksempler herpå:

Har du en idé om hvad en matematisk model er? Forklar!

"Det er en model baseret på en statistik, så man kan se hvad der sker hvis en tendens fortsætter"

"Nej egentlig ikke. Måske en model som skal ligne virkeligheden mest muligt. En model som vi kan bruge til at beregne nogle ting udfra. Men som aldrig vil passe helt til virkeligheden. Da der i en model altid vil være nogle ting fra virkeligheden man ikke tager højde for"

"Jeg synes det er en figur man kan se, røre ved. Lige som molekylemodellerne i kemi."

De fleste elever giver udtryk for, at matematik er et vigtigt fag, men i de videre spørgsmål om anvendelsen heraf, kommer de ofte ind på, at matematik er adgangskrav til mange videregående uddannelser og derfor er faget vigtigt! Eksempler herpå:

Synes du, at matematik er et vigtigt fag i gymnasiet? *"Ja det giver mange muligheder fordi man til mange videregående uddannelser skal bruge matematik"*

Synes du, at matematik er et vigtigt fag i gymnasiet? *"Ja. Jeg ved at matematik bruges næsten alle steder, ikke lige åbenlyst, med den er der. Derfor mener jeg det er vigtigt med en bred matematisk forståelse"*. Synes du, at du kan anvende den matematik du lærer til noget? *"Ikke endnu, men hvor ofte har man brug for at differentiere for at finde ud af om ens økonomi hænger sammen"*.

I 2.z vil samtlige elever have matematik på højniveau, mens ca. halvdelen i 2.y (+/- 5 der har svaret måske). De fleste elever kan fortolke informationen fra graferne i forhold til akvariet og gubbiernes udvikling (jævnfør bilag 1), men der er bred uenighed om, hvilken graf der er bedst. Eksempler på besvarelser:

"3'eren er den dårligste fordi udviklingen i hvert fald ikke er lineær. Den første er den bedste da eksponentielvækst bedst kan beskrive gubbiers vækst og at udviklingen, når der kommer nok fisk vil flade ud."

"Graf 1 synes jeg beskriver udviklingen i antallet af gubbier dårligst pga. uregelmæssigheden, som ikke vil opstå med mindre deres miljø er blevet ændret. Jeg synes graf 3 beskriver bedst udviklingen i antallet af gubbier. Det virker som en mere naturlig vækst."

"Jeg synes, at nr. 1 er den dårligste, fordi den flader ud jo længere tid der går. Det passer ikke helt for jo længere tid der går jo flere fisk kommer der. Nr. 3 beskriver udviklingen bedst, fordi jo længere tid der går, jo flere fisk kommer."

6.4 Fagdidaktiske overvejelser omkring undervisningen

I dette afsnit vil vi klargøre, hvorfor vi har valgt at tilrettelægge vores undervisningsforløb, som vi har. Dette vil vi gøre udfra fagdidaktiske overvejelser. Når man skal gøre fagdidaktiske overvejelser skal man bl.a. tage stilling til følgende hv-ord: Hvad – hvorfor – hvordan – for hvem? (Sjøberg 1999). Dvs. hvad vil vi have med, og hvad er overflødigt? Hvad

er vigtigt eller mindre vigtigt? Hvorfor undervise i modellering? Hvordan skal undervisningen være, for at eleverne får så meget ud af det som muligt? For hvem underviser vi? Nedenstående afsnit sætter fokus på disse spørgsmål.

6.4.1 Hvad?

Valg af modeller: Vi har valgt vores modeller med stor omhu, og har diskuteret meget hvilket emne, det ville være godt at modellere på. Vores valg faldt på en rygtemodel og modeller over sygdomsudvikling, hvor vi tager udgangspunkt i eksemplet influenza, fordi det er noget alle har kendskab til. Alle har prøvet at være vidne til, at et rygte spreder sig og alle har oplevet influenza. Vi er helt bevidst gået uden om modeller, hvor der kræves en større faglig indsigt, fordi eleverne derved ikke ville være i stand til at kritisere modellen, hvilket ville være utrolig uheldigt, da det er et meget vigtigt punkt i modelleringsprocessen.
Vi vælger at starte med rygtemodellen som en appetitvækker til modelverdenen. Vi tror eleverne vil finde det sjovt at sætte matematik på noget, der er så tæt på deres hverdag i gymnasiet, og som man normalt ikke taler om i matematiktimerne. Herefter går vi over til influenzamodeller. Da vi så vidt muligt vil prøve at henvende os til både piger og drenge mener vi, at dette er et godt valg. Ofte er det drengene der er mest interesseret i naturvidenskab, men ved at vælge influenza tror vi, at der er mulighed for, at pigerne kan blive mere interesserede. Sjøberg skriver at pigevenlige naturfag bl.a. skal *"knyttes til kropp, helse og biologi der det er mulig"* (Sjøberg 1999 side 370).

I opbygningen af modellerne lægger vi meget vægt på kompartmentdiagrammer[3]. Det gør vi, fordi det er et redskab til at få overblik over sit system. Hvis man ikke ved, hvad formålet med modellen er, kan man heller ikke lave et kompartmentdiagram. Det hjælper til at se hvilke forhold, der er afhængige af hinanden og med hvilken hastighed udviklingen sker. Der er desuden den mulighed, at eleverne også kan bruge det, når de har lært om differentialligninger, til meget let at opstille matematiske udtryk, der beskriver et system.

Som afslutning på forløbet har vi valgt at give eleverne et afleveringssæt for at teste deres modelleringskompetence efter forløbet. Vi har lavet opgaverne til afleveringssættet udfra de kriterier, som bliver nærmere præciseret i afsnit 6.6.1.

Vi har valgt at forenkle den figur over modelleringsprocessen (se bilag 2.4) vi benytter i undervisningen en del i forhold til udgaver i andre bøger og hæfter. Det har vi valgt at gøre, for at gøre det så overskueligt som muligt, og vi tror ikke, eleverne vil få mere ud af, at figuren er mere detaljeret. I undervisningssituationen vil vi ofte vise den som overhead og forklare, hvor vi er i processen. Derfor må den ikke være for detaljeret, da det derved kan blive uoverskueligt for eleverne at følge og at overføre den til det, vi rent faktisk er i gang med at gøre.

Vi har valgt at modellere i trin for at give eleverne et overblik over både det rent matematiske, men også selve afgrænsningen og overvejelserne omkring modellen. Det er meget nemmere at argumentere for, hvorfor forskellige forhold i modellen skal tages med, hvis man udbygger den i trin. Desuden giver det også eleverne en indsigt i, at en

[3] Kompartmentdiagrammer er en metode til at strukturere det system, man vil beskrive. Se undervisningsmaterialet (bilag 2.2).

model kan være så simpel, at den ikke lever op til sine formål. F.eks. det forhold, at hele befolkningen bliver syg af influenza og ikke bliver rask igen i vores første model, er nemt for elever, der ikke har haft modellering før, at forholde sig til. Desuden gennemgår vi en hel modelleringsproces tre gange, og eleverne ser, at det er meget nødvendigt at vurdere og evt. forbedre modeller. De oplever samtidig, at det rent faktisk er muligt at forbedre modeller.

Vi har valgt, at bygge modellerne op over diskret fremskrivning (differensrækker), da vi forventer, at eleverne ikke vil have store forståelsesproblemer på dette område. Desuden synes vi, differensrækker er en god løsning, når eleverne ikke har kendskab til differentialligninger.

Vores undervisning har primært det formål at lære eleverne modellering for modelleringens skyld. Sekundært vil eleverne lære andre matematiske færdigheder gennem modellering. Derfor er der ting vi lægger mere vægt på end andet. Første dag hvor vi præsenterer eleverne for rygtemodellen opstiller vi uden videre en ligning. Vi argumentere for det, men beviser det ikke. Alligevel mener vi, at eleverne bør kunne gennemskue, hvordan vi er kommet frem til den. Her er formålet, at eleverne kort skal se, hvordan man går en modelleringsproces igennem. Hvordan man, ved at tage udgangspunkt i virkeligheden, afgrænser sit system, matematisere det, får en model ud af det og til sidst hvordan man kan vurdere den.
Udover dette tilfælde har vi generelt i vores undervisning kun medtaget elementer, vi synes er relevante, derfor skal eleverne helst forstå det hele. Vi lægger stor vægt på alle trinene i modelleringsprocessen, men mest på vurderingen, da det er ligegyldigt at have opstillet en model, hvis man ikke er i stand til at vurdere den.

6.4.2 Hvorfor?

Det er meget vigtigt, at kunne give en begrundelse for det, der undervises i. I bekendtgørelsen for matematik er der en udførlig liste over, hvad der skal undervises i årene på gymnasiet. Ved nogle emner fremgår begrundelsen mindre klart end ved andre. Derfor er det vigtigt, at lærerne selv begrunder, hvorfor de underviser i det, de gør, og her er det ikke nok at sige: "Det skal man lære ifølge bekendtgørelsen". Hvis læreren ikke kan give eleverne en god begrundelse for det, de skal lære, kan det være utroligt demotiverende.
"*For at eleverne kan udfolde sig som handlende individer i en læringsproces, må de have en fornemmelse af de hensigter og formål, der kunne ligge i undervisningsforløbet. Men eleverne må kunne begribe, hvad der kan være meningen med et forløb for at kunne lade sig involvere i forløbet og for at kunne begribe formålene.*" (Alrø og Skovsmose 1993, side 27-28). Vi har taget hensyn til dette i kapitel 6, hvor vi argumenterer for, hvorfor vi mener, at modellering skal indgå i undervisningen i gymnasiet.

6.4.3 Hvordan?

I vores undervisning vil vi forsøge at gøre formålet med undervisningen klart for eleverne, så de ved, hvordan dagen skal forløbe. F.eks. siger vi til dem, at vi vil udbygge influenzamodellen over tre trin, så de ikke sidder og tænker: "det er da en dårlig model" og "de har da vist glemt noget" osv. Det er nemmere for både dem og os, når vi fortæller, hvad vores hensigter er.

Undervisningsformerne er gruppearbejde/diskussioner, tavlegennemgang og klassediskussioner. Desuden vil der evt. forekomme individuelt hjemmearbejde.
Vores opfattelse er, at elever får mest ud af undervisningen, hvis de selv eller i gruppen arbejder med problemerne. Alrø og Skovsmose skriver: "*Vi taler også om læring som en elevhandling, dvs. vi forudsætter eleverne som handlende individer i en læringsproces.*" (Alrø og Skovsmose, side 27). Derfor har vi valgt, at lave meget gruppearbejde. Vi mener, eleverne kan give hinanden mere, hvis de skal sidde i grupper og diskutere modellerne, fordi de får idéer og inspiration af hinanden. Vi vil altså have, at eleverne skal lære om modeller bl.a. igennem kommunikation med hinanden. Spørgsmålene vi har formuleret til dem, har vi forsøgt at gøre så åbne som muligt, så eleverne skal tænke mere selvstændigt og kan komme med forskellige svar, da der som regel ikke kun er ét facit i modellering. Men alligevel har vi formuleret spørgsmålene, så eleverne ved hvor vi vil hen, fordi for meget åbenhed kan "*bevirke, at eleverne ville miste interessen for at deltage i forløbet i det hele taget*" og fordi "*hvis læreren har en bestemt vej, der er rigtig, og denne vej er skjult for eleverne, vil det blokere for, at lærer og elever kan nå frem til en fælles forståelse af det, de taler om*" (Alrø og Skovsmose 1993, side 15 + 18).
Netop fordi spørgsmålene er relativt åbne kan det være, en elev kommer på en idé til modellen, vi ikke selv har tænkt over. Denne risiko er der, og kan være svær at håndtere som uøvet underviser, men det må vi tage med. Denne opfattelse har Alrø og Skovsmose også: "*læreren sidder ikke nødvendigvis inde med den eneste rigtige tolkning eller den eneste rigtige løsnings- og anvendelsesmodel*" (Alrø og Skovsmose 1993 side 8).
Elevernes aktiviteter er valgt på baggrund af, at vi mener, eleverne vil få en større forståelse af modellen ved selv at arbejde med den. Det er ikke nok, at udledningen af den primært foregår ved tavlen. Vi lægger stor vægt på refleksion over modellerne igennem hele undervisningsforløbet, fordi vi mener, det er meget vigtigt, at eleverne selv skal analysere og vurdere modellerne, hvilket understreges af Dolin: "*At videnstilegnelsen er en aktiv proces understreger nødvendigheden af at tvinge eleverne til at tænke, til at reflektere over de problemer, fænomener, begreber der skal læres. Det er ikke læreren der skal komme med konklusionerne, det er eleverne.*" (Dolin 1999, side 35). Når der foregår gruppearbejde vil vi gå rundt mellem grupperne og hjælpe, hvor der er behov. Vi vil dog ikke hjælpe eleverne for meget, da det er vigtigt, at de oplever den proces at diskutere en model og ikke bare få et svar serveret jf. Dolin.

Ved tavlegennemgang stiller vi ofte eleverne spørgsmål, her vil vi gå efter nogle bestemte svar. F.eks. spørger vi eleverne om, hvordan man kan opstille kompartmentdiagrammerne eller hvordan vi kommer videre med en ligning. Dette gør vi for at inddrage eleverne, både så de ikke føler undervisningen for kedelig, men også for at de selv skal tænke over svarene.

I klassediskussioner giver vi imidlertid eleverne frit spil for at tænke kreativt, men det skal selvfølgelig være relevant. Som undervisere vil vi høre alle idéer, men trække elevernes mest relevante eller tankevækkende svar frem. I sådanne diskussioner vil vi sørge for, at vi får dækket det meste, og er i nogle situationer derfor nødt til at styre diskussionerne i bestemte retninger.

6.4.4 Hvem?

Vi har så vidt muligt prøvet at henvende os til både piger og drenge. Dette gør vi ved f.eks. at have en af hvert køn til at undervise i begge klasser, så eleverne opfatter, at det kan være interessant for begge køn. Men også selve

undervisningsforløbet er jo tilrettelagt af begge køn. Sjøberg skriver i sin bog, at det er vigtigt med lærerens køn fordi *"de fungerer som en slags rollemodel"* og *"et fag med nesten bare mannlige lærere vil for eksempel av både jenter og gutter bli oppfattet som maskulint. Men også selve undervisningen vil nok kunne farges af lærernes kjønn"* (Sjøberg 1999, side 361). Elevernes kønsmæssige opfattelse af et fag, vil vi dog ikke kunne ændre på 8 lektioner, men alligevel synes vi, det er vigtigt at tage højde for. Vi har også taget hensyn på grund af de kriterier, vi har udvalgt modellerne udfra (jævnfør afsnit 6.4.1).
I undervisningen vil vi henvende os til den brede midtergruppe i klassen. Vi vil prøve at få alle til at forstå de enkelte dele af undervisningen, men vil omvendt ikke bruge for meget tid på, at alle har forstået den involverede matematik fuldstændigt, for de vil alligevel være i stand til at diskutere modelleringen. Modellering har nemlig den store fordel, at selv om man ikke kan være med på nogle punkter (f.eks. matematiseringen) kan man være med på andre (f.eks. vurderingen). Modellering er altså et udmærket redskab ved undervisningsdifferentiering.

6.5 Præsentation af undervisningsforløb

Dette afsnit er et resumé, at det undervisningsmanuskript vi selv brugte under forløbet (se bilag 2.1 til 2.4). Undervisningsforløbet består af 8 lektioner fordelt på 4 dage. Opbygningen af undervisningen følger et nøje planlagt forløb, der er delt op i 3 faser: introduktion (2 lektioner), selve undervisningen (4 lektioner) og evaluering (2 lektioner). Manuskriptet til selve undervisningen er udarbejdet, med det formål at gøre undervisningen så ens som muligt i de to klasser for at have et bedre analysegrundlag.

Den første dag fungerer som introduktion, der starter med en kort entré, hvor vi gør rede for vores baggrund, motivation og overordnede plan for resten af forløbet. Herefter følger en beskrivelse af modeltankegangen, hvor eleverne får et indtryk af; hvad er indbefattet i begrebet model, hvad man kan bruge modeller til og hvad matematisk modellering egentligt er. Der er i denne del af fremlæggelsen lagt op til, at eleverne skal komme med inputs, der bliver taget op ved tavlen.

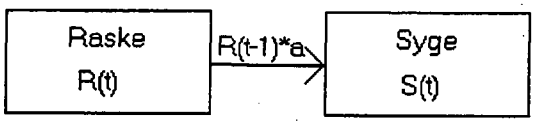
Efter denne introduktion fortsættes med opstilling af en matematisk model omhandlede rygtespredning i gymnasiet, dette er ment som en konkretisering af den teoretiske gennemgang af modellering. Modellen er ment som en appetizer. Eleverne er selv med til at opstille et kompartmentdiagram, der beskriver flow'et af personer mellem de to befolkningsgrupper; vidende og uvidende. Vi antager, at hver person der kender til rygtet, vil fortælle det videre til én person om dagen, og at sandsynligheden for at møde en uvidende vil være aftagende jo flere, der kender til rygtet. Idet man medtager chancen for at fortælle rygtet til en allerede vidende, fremsætter vi en påstand om, at formlen til beskrivelse af systemet er af følgende art:

$$V(t) = \frac{N}{1 + C \cdot e^{-a \cdot t}}$$

Denne funktionsforskrift er ikke i forvejen kendt af eleverne, bortset fra, at de i forundersøgelsen blev bedt om at tegne en graf for en funktion af samme type. Når udtrykket er opstillet, beregnes værdierne for de forskellige parametre og

modellen vurderes. Løbende refereres til modelleringsprocessen, så sammenhængen mellem den teoretiske gennemgang og dette konkrete eksempel på en modelleringsproces bliver tydelig for eleverne.

Anden dagen i forløbet tager vi fat på influenza modeller, hvilket vi vil beskæftige os med resten af selve undervisningsfasen. I samarbejde med eleverne starter vi med at opstille en model over spredningen af influenza. Denne model bliver i løbet af dag 2 og 3 udvidet to gange, hvorved både kompartmentdiagrammer og de matematiske sider af modellen bliver mere omfattende. Efter hvert trins udførelse vurderes modellen, og det er meningen, at eleverne selv skal kunne gennemskue hvilke tiltag, der kan gennemføres for at sikre, at modellen repræsenterer virkeligheden bedre.



Figur 4. Model 1 vist ved kompartmentdiagram.

De generelle formler eleverne kommer frem til, er alle udtrykt i differensrækker, og funktionerne er derfor afhængige af sig selv. Den sidste og mest udbyggede model, der tager hele 3. dagen, er opdelt i tre forskrifter, der også er indbyrdes afhængige:

De raske = $R(t) = R(t-1) * (1- (a_f * S(t-1))/ N)^p$

De syge = $S(t) = S(t-1) + R(t-1) * (1- (1- (a_f * S(t-1))/ N)^p) - b * S(t-1)$

De immune = $I(t) = I(t-1) + b * S(t-1)$

a_f : sandsynligheden for at blive smittet ved møde med en smittet.

N : Antal personer i hele befolkningen.

P : Antal personer en person møder i løbet af en dag.

b : Helbredelsesrate.

t : Tiden i dage.

Denne sidste model indeholder både de før omtalte differensrækker og en smule sandsynlighedsregning. Eleverne har hverken beskæftiget sig med differensrækker eller sandsynlighedsregning før, men begge fagdimensioner vil blive dækket senere i gymnasiet.

I undervisningen lægger vi meget vægt på, at eleverne skal være med til at matematisere og vurdere modellerne, og derfor er de med til opstillingen af de generelle udtryk for alle tre modeller. Efter denne model er blevet bearbejdet, udleveres opgavesæt, der skal besvares inden den følgende fredag.

De sidste to lektioner vil blive brugt til at hjælpe med afleveringsopgave og at evaluere forløbet med eleverne.

6.6 Præsentation af afleveringsopgave

For at skabe et indtryk af elevernes forståelse og udbytte af undervisningsforløbet har vi valgt at producere et afleveringssæt. For eleverne er det ækvivalent med en hvilken som helst anden matematik aflevering (se bilag 2.5).

6.6.1 Definition af kriterier

Vi har valgt at stille opgaverne udfra en række nøje overvejede kriterier, der skal udtrykke elevens individuelle modelleringskompetence.
De spænder over; eleven skal være i stand til at opstille kompartmentdiagrammer, afgrænse et system, gøre antagelser og overvejelser, matematisere sine betragtninger, visualisere sine overvejelser og udvise forståelse af modellen.
På baggrund af disse betragtninger har opgavesættet fået en komposition, der på følgende måde afdækker elevens evne til det førnævnte:

Opgave 1:
A: Afgrænsning
B: Antagelser og overvejelser
C: Kompartmentdiagram og/eller graf

Opgave 2:
A: Afgrænsning
B: Antagelser og overvejelser
C: Kompartmentdiagram og evt. graf
D: Matematisering

Opgave 3:
A: Kompartmentdiagram
B: Matematisering
C: Graf
D: Brug / forståelse: Forudsige hvordan bestanden udvikler sig hvis flere eller færre mink.
E: Brug / forståelse: Udregne hvor mange mink der skal undslippe, for at bestanden vil uddø.

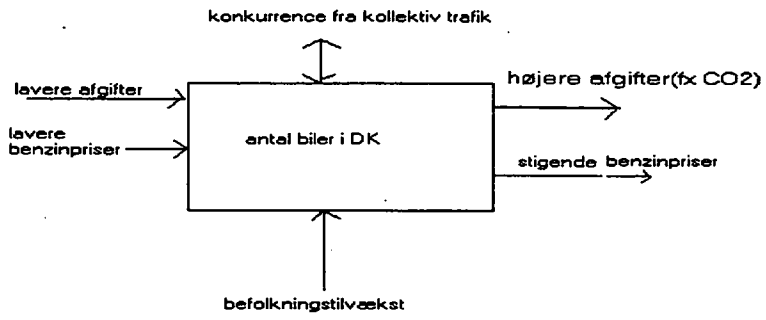
Vi vil nu give en løsning på opgave-afleveringen sådan som vi kunne forestille os den kunne se ud. Vi understreger, at det er et eksempel på en opgavebesvarelse, ikke en definitiv facit-liste.

6.6.2 Opgave 1 – Bilismens udvikling

"Beskriv bilismens udvikling.
Hvis du skulle opstille en matematisk model over bilismens udvikling over tid, hvordan ville du så gribe det an?

Denne opgave er en slags matematisk stil, dvs. at vi gerne vil have, at du gør rede for dine overvejelser og antagelser samt hvordan du har valgt at afgrænse systemet. Det er altså ikke hensigten, at du skal inddrage talstørrelser i denne opgave.
Du må gerne lave forklarende figurer (f.eks. grafer eller kompartmentdiagrammer).
Husk, at det skal fremgå tydeligt, hvilke overvejelser du gør."

Vi vælger først, at beskrive bilismens udvikling i Danmark for perioden 1950-2000, for at kunne have en idé om en fremtidsprognose. Dermed har vi afgrænset til at se på mængden af biler i Danmark og antager, at de bliver købt og solgt indenfor landets grænser, i.e. et lukket system, vores virkelighedsudsnit. Lad os overveje hvilke faktorer, der har en væsentlig indflydelse på vores system; mængden af potentielle bilister (befolkningens størrelse), evt. indkomst, bilpriser, inflation, afgifter, konkurrence fra kollektiv trafik og benzinpriser.
Vi vil prøve at beskrive denne udvikling via kompartmentdiagram:



6.6.3 Opgave 2 – En dyrebestand

"Beskriv udviklingen af en dyrebestand til tiden t. Dette kunne du vælge at gøre på følgende måde: Opstil kompartmentdiagram over din udvalgte dyrebestand. Skriv forklaring og talstørrelser på pilene. Opstil en ligning ud fra dit kompartmentdiagram."

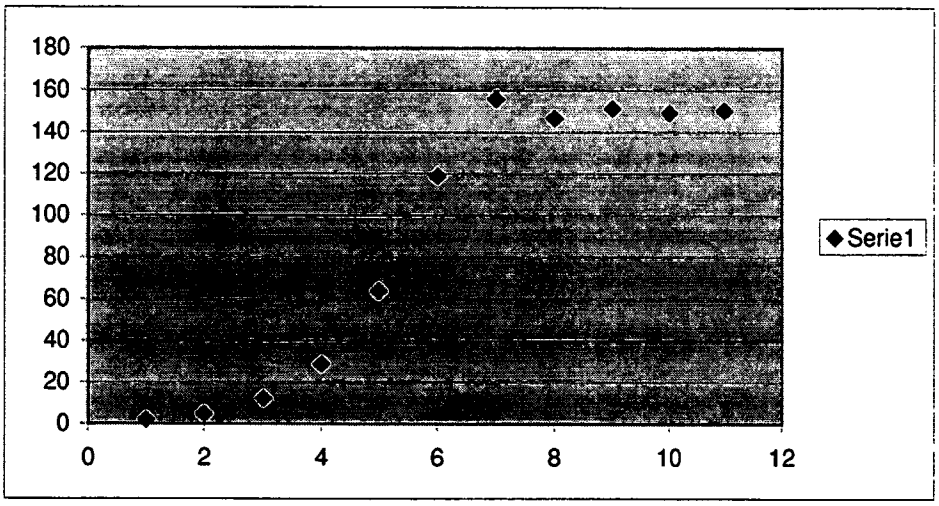
Vi vælger, at beskrive udviklingen af høns i en hønsegård. Dermed har vi afgrænset vores system og overvejer nu hvilke faktorer, der spiller ind; Hønsene vil reproducere sig med en vis rate (f), lad os antage at hver høne udruger 6 æg om året, hvor halvdelen overlever til at blive kyllinger, hvoraf der er en fifty-fifty kønsfordeling. Til tiden 0 har vi én hane og én høne. Ligeledes vil de dø med en vis rate (d) på 0.01 af kvadratet af hønsebestanden, evt. af alderdom, slagtning, rævens tarv eller indbyrdes konkurrence. Der vil altså indstille sig en ligevægtstilstand som tiden går. En bærekapacitet for hønsegården.
Kompartmentdiagram:

Ligning for model opsat udfra kompartmentdiagrammet:

$$H(t) = H(t-1) + f * H(t-1) - d * H(t-1)^2$$

$$f=1.5 \text{ og } d=0.01$$

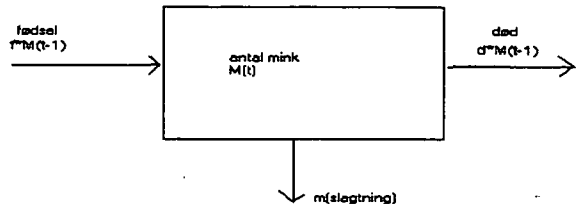
Graf for hønse-udviklingen over år. H(0) = 2. År på 1.akse og antal høns i hønsegården på 2.aksen.



6.6.4 Opgave 3 – Minkfarmen

"Johnny er minkavler, opdrætter mink til fabrikation af pelse. Johnny's bedrift er stor og derfor kan han regne med, at minkene formerer sig med en konstant procent f hver uge. Samtidig dør der – af forskellige årsager – også en vis procent d hver uge. Herudover udtages der hver uge m mink til pelsning.

A) *Tegn et kompartmentdiagram over systemet, og skriv gerne forklaring til.*



På kompartmentdiagrammet ses de respektive flow's!

B) *Johnny regner med, at minkene formerer sig med 4% hver uge, at der hver uge dør 1% og at han hver uge kan udtage 25 til pelsning. I dag har Johnny 1300 mink.*
Hvor mange mink har Johnny om en uge?
Tegn en graf for Johnny's minkbestand over de næste 10 uger, og udled en generel formel, der beskriver udviklingen i minkbestanden.

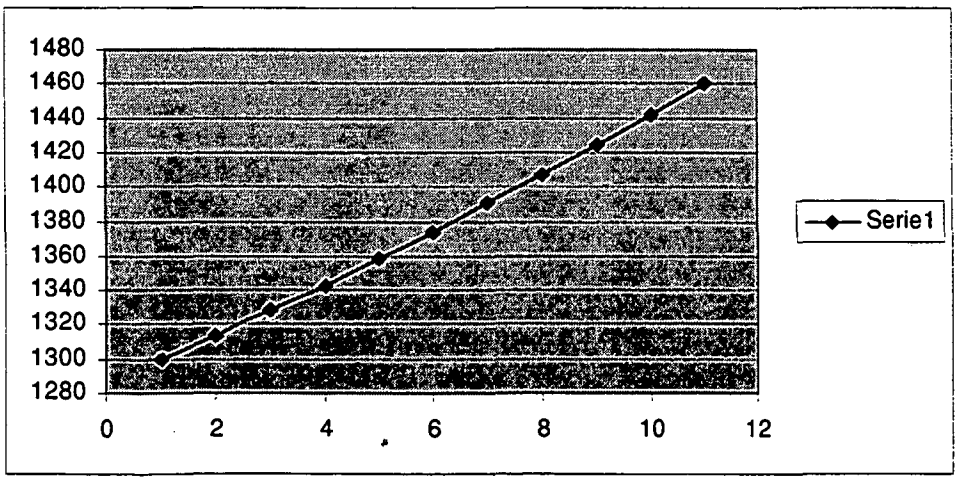
Den generelle formel udleder vi til:

$M(t) = M(t-1) + f * M(t-1) - d * M(t-1) - m$

Da vi ved at $M(0) = 1300$, $f = 0.04$, $m = 25$ og $d = 0.01$ her af fås for dag 1:

$M(1) = 1300 + 0{,}04 * 1300 - 0{,}01 * 1300 - 25 = 1314$

Graf for 10 ugers udvikling:



C) *Johnny får tilbud om at købe flere mink. Hvordan vil hans egen bestand udvikle sig, hvis han vælger at købe dem?*

Flere mink vil forårsage en kraftigere eksponentiel udvikling fra det punkt de indføres!

D) *Johnny får besøg af Dyrenes Befrielses Front og en del af hans bestand bliver sluppet fri. Hvordan udvikler hans bestand sig? Hvor mange dyr skal undslippe for at hans bestand vil uddø? – (dvs. ud over den mulighed at alle minkene slippes fri!)*

Modsat vil færre mink forårsage en svagere eksponentiel udvikling fra det punkt de indføres. Men der eksisterer en ligevægtstilstand, hvor antallet af mink vil være konstant. Det er dette punkt, der skal overskrides førend bestanden vil uddø! Hvis der er tale om en ligevægt vil det sige, at M(t) = M(t-1);

$$M(t) = M(t-1) + f * M(t-1) - d * M(t-1) - m$$

Og derfor må følgende gælde:

$$0 = f * M(t-1) - d * M(t-1) - m$$

$$(0.04 - 0.01) * M(t-1) = 25$$

$$M(t-1) = 25 / 0.03 = 833.33$$

i.e. hvis Dyrenes Befrielses Front udslipper 1300 – 833 = 467 mink vil bestanden uddø.

For igen at <u>understrege</u> så er dette såre en besvarelse, sådan som vi kunne forestille os, den kan besvares og opfylde alle de kriterier vi vægter. Den ville få topscore hele vejen igennem, men er stadig kun en referenceramme, vi kan spejle elevernes besvarelser imod.

6.7 Observatørrolle

I et projekt af denne karakter, hvor vi ikke direkte kan bedømme resultatet af vores eksperiment, men er tvunget til en personlig vurdering, er det vigtigt, at vi så objektivt som muligt forsøger at opsamle måledata. I lignende situationer, f.eks. ved supervision, anvendes en observatør. Observatørens opgave er, at indsamle data uden at forholde sig til disse. Vi har forsøgt, at finde en beskrivelse af hvorfor og hvordan en observatør bør optræde i en ramme, som den vores undervisningsforløb finder sted i. I vores undervisningsforløb er det ikke underviserens formidling, kropssprog, spørgeteknik etc. der skal observeres på, men derimod eleverne, derfor har vi fundet det nødvendigt selv at definere en observatørrolle.

I en undervisningssituation kan det, som observatør, være svært at skulle observere al aktivitet, der foregår. Det er derfor nødvendigt at begrænse observatørens observationsområde. Dette sammenholdt med, at vi kører to parallelle forløb i to forskellige klasser og med to forskellige sæt undervisere, understreger vigtigheden af at sikre en ensartet erfaringsopsamling fra forløbet. Vi mener, at der er behov for mindst én observatør under forløbet, idet underviserne ikke kan koncentrere sig om, både at observere og undervise. Ydermere vil det, der sker altid blive opfattet anderledes af underviseren, og derfor er det godt, at have en person, som kan sidde på sidelinjen og være neutral. Vi vælger derfor at have observatører, som ikke er deltagende undervisere.

Inden vi kan definere den ramme, dvs. de områder vi ønsker at observere, er vi nødt til at definere målet med observationerne. I vores projekt ønsker vi at undersøge om eleverne i et kort forløb som vores, kan tilegne sig kompetence indenfor matematisk modellering. Kompetence er tidligere defineret i afsnittet 4.3. På den baggrund har vi valgt åbent at observere eleverne i undervisningsforløbet med fokus på:

- Hvor mange deltager aktivt ved at markere på spørgsmål?
- Hvor mange stiller spørgsmål?
- Hvilke spørgsmål stilles der?
- Foregår der irrelevant snak i forbindelse med:
  - undervisningen.
  - gruppearbejde.
- Anden aktivitet blandt eleverne f.eks. hvor mange tager notater, kropssprog, kommentarer mm.

Da der kan forekomme forskelligheder i undervisningsforløbet på grund af forskellige elever, undervisere, forudsætninger osv. er det endvidere nødvendigt at observere disse forskelligheder.
I en erkendelse af, at det er mange observationsområder har vi valgt, at bruge to observatører, men begge med samme observationsområde. De to sæt observationer kan således bekræfte eller supplere hinanden.
Formålet med klasseobservationerne er altså så vidt muligt at gengive elevernes reaktioner på undervisningsforløbet. Vi er særligt interesseret i at kunne koble forskellige reaktioner sammen med bestemte aktiviteter, da vi håber herudfra at kunne bestemme hvad de forskellige aktiviteter fremmer eller ikke fremmer hos eleverne. Dog er det undervisningen som forløb vi er interesserede i at teste, da aktiviteterne også ligger i forlængelse af hinanden.

Vi har valgt at udforme et observationsskema til brug under undervisningen, da vi håber dette vil overskueliggøre observationerne samt det at skulle observere (se bilag 3)
Disse skemaer bruges herefter af observatøren, som en form for mindmap, hvorfra den enkelte time i den enkelte klasse refereres. Hensigten er, at vi på baggrund af disse referater kan se nogle tendenser i sammenhold med afleveringsopgaver fra eleverne, samt den mundtlige evaluering af undervisningsforløbet.

6.8 Evaluering

I en af de sidste timer af forløbet vil vi afholde evaluering med eleverne, da vi ud over et indblik i deres forståelse efter forløbet ønsker deres egen beskrivelse og oplevelse af forløbet (se bilag 4.1).

Vi har valgt at evaluere i grupper for, at alle kan komme til orde i diskussionerne. At vi har fravalgt en samlet klassediskussion/-evaluering, skyldes en forventning om, at ikke alle ville deltage på sammen niveau som ved gruppeevaluering. Yderligere har vi fravalgt at interviewe enkelte udvalgte elever, da vi ikke mener undersøgelsen ville være repræsentativ. Desuden finder vi en væsentlig fordel ved valget af en gruppeevaluering, - diskussioner eleverne imellem. Dette ville ikke være sikret ved valg af hverken klassediskussion eller interview. I klassen fordi det let kunne

blive kommunikation mellem os og den elev, der har ordet, og i interviewet er det klart, at der kun er én, som derfor ikke kan føre en diskussion.

Jacobsen skriver lidt om, hvordan en gruppediskussion kan foregå, *"når man ønsker at undersøge effekten på tilskuerne af de medieprodukter, man selv laver"* (Jacobsen 1982, side 65), og vi har taget nogle gode idéer fra ham. Han foreslår, at grupperne skal være på 6-9 personer, så alle kan komme til orde, men at det alligevel er en stor nok gruppe til, at de snakker indbyrdes i stedet for med interviewerne. Han fastslår, at det er vigtigt, at det ikke er grupper, som plejer at være sammen, da de har dannet deres meninger i fællesskab, og derved får man ikke den ønskede diskussion ud af det. Man skal fortælle, hvad diskussionen skal gå ud på, og skabe en god stemning ved at servere lidt te og kage eller lignende. Når snakken er i gang, skal man ikke styre særlig meget, og man må finde sig i, at gruppen i perioder ikke snakker om det, man er interesseret i. Det skal være frit for gruppen at sige noget, og man skal sørge for, at de får indtrykket af, at der ikke kan være rigtige eller forkerte svar eller udtalelser. Man må derimod godt bede én om at uddybe det, personen siger. Jacobsen mener, det er nødvendigt at optage hele diskussionen på bånd.

På baggrund af ovenstående vælger vi at dele hver klasse i tre grupper, så der er 7-8 elever i hver gruppe. Eleverne fordeles vilkårligt, for derved at sikre at de kommer i grupper på tværs af normale grupperinger. Én af os sidder ved hver gruppe, og optager hele evalueringen med diktafon.
Først beder vi dem om individuelt at lave en brainstorm på 2 minutter over ord, som de synes, har været centrale for undervisningsforløbet. Derefter får gruppen 10 minutter til at lave et fælles mindmap over undervisningsforløbet. Når de har lavet mindmappet skal de på 5 minutter udvælge 5-10 ord/begreber, de synes har været allermest centrale i undervisningsforløbet. Disse ord skal opstilles i prioriteret rækkefølge.
Herefter sætter vi en gruppediskussion i gang, hvortil de har 20 minutter. Det er hensigten, at vi ved at stille fire spørgsmål, skal have afklaret elevernes forståelse af en række ting der berører undervisningen. Spørgsmålene er som følger:

Hvad er modellering og hvad kan det bruges til?
Dette spørgsmål stilles for at få et indtryk af, om eleverne kan forklare, hvad modellering er. Hvis de kan det, må de også have en vis forståelse af begrebet.

Lærer man matematik, ved at modellere?
Dette spørgsmål stilles for at kunne give en vurdering af om eleverne mener at de har fået fat i den matematik der ligger i modellerne. Dette er interessant da det måske kunne give en idé omkring indlæring af traditionel matematik gennem modellering.

Har undervisningen været anderledes end normalt, evt. på hvilke områder?
Dette spørgsmål stilles fordi vi synes det er vigtigt at afklare hvilke dele af undervisningen eleverne fik mest ud af.

I spørgeskemaet spurgte vi, om eleverne synes de kan bruge den matematik de lærer til noget. Desuden om denne besvarelse stemmer overens med deres nuværende opfattelse? Hvorfor/hvorfor ikke?

Det sidste spørgsmål har til hensigt at belyse om eleverne på så kort tid, gennem modellering, har opnået større forståelse af matematikkens anvendelsesområder.

7 Analyser af observationer, evaluering og afleveringsopgaver

Som grundlag for vores analyse har vi følgende elementer: Observatørernes observationer, mindmaps, båndudskrifter og afleveringsopgaver. Vores observationer kan sige noget om elevernes interesse og engagement. Mindmap og bånd kan give et bud på elevernes begrebsapparat og afleveringsopgaverne kan fortælle noget om elevernes færdigheder. Derfor har vi i analysen bevidst valgt at vægte afleveringsopgaverne mest, evalueringsmaterialet næstmest og observationer mindst.

Vi vil først analysere de enkelte elementer hver for sig og til sidst sammenfatte en analyse på tværs af elementerne. Vi er klar over, at der i alle elementerne indgår subjektive vurderinger og vi vil derfor forsøge ikke at overfortolke resultaterne i forbindelse med vores analyse. Vi har den opfattelse, at elementerne ikke selvstændigt kan sige noget definitivt om forløbet, men kan være brikker i det puslespil, der til sidst giver et billede af vores forløb. Et billede, der viser om eleverne har erhvervet den ønskede modelleringskompetence.

7.1 Analyse af observationer

Vores analyse bygger udelukkende på observationer knyttet til elevernes interesse og engagement. Vi mener ikke, at vi kan forsvare en dybere analyse baseret på observationerne, da disse er subjektive.

På trods af at vores observationsanalyse bygger på skemaer udarbejdet af to observatører, må vi erkende, at de to sæt observationer supplerer mere end de underbygger hinanden. Dette på trods af vores anstrengelser for at gøre observatørrollen så veldefineret som muligt.

Der blev ikke foretaget observationer i 2.y onsdag, da en af observatørerne var fraværende og undervisningstimerne var placeret samtidigt i de to klasser. De øvrige timer lå forskudt torsdag og fredag, hvilket muliggjorde to observatører i hver klasse.

7.1.1 Analyse af observationer fra 2.z

Efter en gennemlæsning af observationsskemaerne for onsdag til fredag i 2.z kan det umiddelbart konstateres, at observationerne kun viser elevernes interesse og engagement i undervisningen. Vi kan ikke, alene på observationerne, udtale os om elevernes generelle forståelse, men kun vurdere de svar, der udtales i klassen, samt de refleksioner eleverne kommer frem med i forbindelse med vurdering af model 1 til 3.

Der ses en tydelig stigning i aktivitetsniveauet i klassen. I starten er det kun få elever, der markerer og svarer på spørgsmål og slet ingen stiller uddybende spørgsmål. Dette skal måske ses i sammenhæng med, at enkelte kommenterede indholdet af undervisningen som banal.

I slutningen af forløbet er der mange elever, der markerer og svarer og mange har kommentarer til modellen og dens egenskaber. Der spores også en udvikling i sprogbrug omkring modellering, der drages paralleller mellem model og virkelighed, og virkeligheden bruges som argument for at udvikle modellen. Det virkede som om, der kom mere gang i klassen, efterhånden som der blev tilført større matematiske udfordringer i modellerne.

7.1.2 Analyse af observationer fra 2.y

Ved en gennemgang af observationsskemaerne for torsdag og fredag i 2.y, ser vi generelt en adfærd, der viser interesse for undervisningen. Der snakkes ikke meget og der noteres flittigt. Engagementet i undervisningen er meget spredt for klassens vedkommende. Engagement vælger vi i denne sammenhæng at definere som synligt aktivt deltagende i undervisningen. Der er nogle få ca. 2-4 meget engagerede, der stiller uddybende spørgsmål og er villige til at svare på underviserens spørgsmål til klassen. Denne gruppe er samtidigt dem, der laver færrest noter, hvilket klassen generelt gør meget. En lille gruppe på ca. 4-6 elever er så lidt engagerede i undervisningen, at man kan få det indtryk, at de måske ikke helt forstår, hvad der foregår. Dette ses især ved gruppearbejde, hvor de kigger på opgaveoplægget på overheaden og ned i deres noter, men ikke deltager i gruppens diskussioner. I den efterfølgende opsamling af gruppearbejde er en stor del af klassen aktive. Denne adfærd ses både torsdag og fredag. Det virker som om den tiltagende mængde matematik ikke virker fremmende på aktivitetsniveauet, idet det primært er de samme 4, der deltager. Derimod er der mere aktivitet ved de mere bløde diskussioner i forlængelse af gruppearbejde.

7.1.3 Sammenfattende analyse af observationerne

Der ses stor forskel på bredden af engagement i de to klasser. Hvor der i 2.y er få engagerede fra start til slut i forløbet ses i 2.z et stigende antal aktive over de tre dage. Denne udvikling kan have rod i forskelle i klassernes faglige niveau, eller forskelle i undervisernes spørgeteknik samt evaluering af de svar eleverne kom med. Af observationerne ses, at der i 2.y typisk stilles spørgsmål i generelle matematiske færdigheder, mens der i 2.z stilles spørgsmål, der lægger op til vurdering, diskussion og udvikling af modellen. Denne forskel i spørgeteknik kan være afledt af den respons, der kom fra klasserne. Da det i 2.y hele tiden var de samme fire, der deltog i spørgsmål angående udvikling af modellen, kunne den ændrede spørgeteknik måske være et ubevidst forsøg fra underviseren på at engagere flere. I 2.z var der lille lyst til at deltage i de mere enkle dele af modelleringsprocessen, men stor lyst, nærmest konkurrence iver, til at få egne forslag med i vurdering og udvikling af modellerne.
Observationer af de to klassers gruppearbejde viser, at 2.y's arbejde overvejende blev båret af enkelte elever, mens 2.z fungerede mere som hele grupper. Dog var der en gruppe, som kun fungerede under observation af underviseren. En anden gruppe havde problemer med samspillet formentlig på grund af deres indbyrdes fysiske placering.

7.2 Analyse af resultater fra evalueringen

Efter længere tids overvejelser har vi valgt at skabe et overblik, der ridser de væsentligste træk op med hensyn til evalueringen. Dette er gjort for at gøre det mere tydeligt for læseren, hvad der i evalueringen omhandler spørgsmål omkring vores problemstilling. Dermed har vi fravalgt en stor del, som ellers ville give et billede af, hvor udbredte sådanne udtalelser er. Vi pointerer, at vores diskussion ikke beror på dette afsnit, men på den analyse, der ligger i appendix 2. Hvis argumentationen ikke synes uddybende, henvises der derfor til appendix 2 samt bilag 4.2 og 4.3 hvor hhv. mindmaps og båndudskrifter kan findes ubehandlet.

I dette afsnit vil vi se på mindmappene og den diskussion, der foregik under udarbejdelsen af dem sammenholdt med de spørgsmål, vi stillede eleverne:

1. Hvad er modellering?
2. Hvad kan modellering bruges til?
3. Lærer man matematik ved at modellere?
4. Har undervisningen været anderledes - på hvilke områder?
5. Synes I, at I kan bruge den matematik, I lærer, til noget?

Det skal pointeres at de enkelte grupper ikke har benyttet samme synsvinkel ved udarbejdelsen af mindmaps. Det er derfor svært at sige noget generelt om dem. Dog har vi forsøgt at tage højde for dette ved at inddrage eksempler fra begge former af mindmaps, som hovedsageligt bygger på enten det faglige indhold eller deres opfattelse af undervisningsformen.
I nedenstående vil vi afdække det ordvalg eleverne bruger i forbindelse med diskussion af modellering. Ordvalget kan være med til at beskrive elevernes forståelse af, hvad modellering er. De ovenstående spørgsmål blev besvaret med elevernes egne ord og begreber.

1. Hvad er modellering?
Elevernes ordvalg omkring deres forståelse af modellering ses bl.a. af mindmaps med ord som f.eks.: *"kompartments", "grafer", "medbestemmelse", "antagelser"* og *"fejlfinding"*. En gruppe opstiller også hele modelleringsprocessen på deres mindmap: *"Modeller - vurdering – virkelighed – forenkling og afgrænsning – virkelighedsudsnit / system – matematisering – modeller"*. Disse udsagn viser, at eleverne besidder et begrebsapparat omkring modellering. Mere konkret blev der svaret i diskussionen: *"Det er at tage noget fra virkeligheden og lave det mindre og mere enkelt."* Derefter diskuteres det, hvad man kan modellere, hvilket resulterer i nye overvejelser og der opstår tvivl om hvad det er der gøres mindre, når man modellerer. En elev har et svar på dette: *"Det der bliver mindre det er alle faktorerne"*, hvorefter en anden elev siger: *"Så er modellering heller ikke særlig præcist."*
Det kan siges, at eleverne inden diskussionen ikke har et helt klart billede af hvad modellering er, men at de dog alle sammen har en idé om, at det der modelleres er noget fra virkeligheden. Dog er der en usikkerhed om hvordan, dette skal gøres. Det lader dog til, at de gennem diskussionen får et noget mere afklaret billede af, hvad modellering indebærer.

2. Hvad kan modellering bruges til?
Eleverne har fornemmelse af modellers anvendelighed: *"...det her er det mest venlige for at forstå matematik i forhold til virkelighed, det ser man jo tit i aviser og sådan."*, *"Modeller giver et spejl af virkeligheden – overblik."* Samt et par få eksempler: *"Til statistik", "hvis man skal bygge en bro, om man har råd til det,..."*. En elev har følgende idé om en models nytte: *"Hvis man nu tager en eller anden situation og prøver at se hvad der egentlig forårsagede denne situation; hvis vi nu tager et sygdomsforløb på Samsø som vi havde, så kan man måske vide hvad der ville ske i en anden situation, hvor forudsætningerne er nogenlunde de samme."* Der er altså her en idé om modellering kan bruges til at forudse fremtidige hændelser.

3. Lærer man matematik ved at modellere?

En gruppe er blevet enige om, at man ikke lærer matematik bedre gennem modellering, mens andre mener det modsatte: *"Man kan lære meget matematik. Det er jo det matematik handler om på en eller anden måde."* En anden elev har defineret det på en anden måde *"Jeg har aldrig prøvet noget lignende – altså ikke negativt – jeg har aldrig prøvet at man skal forklare det med ord. I starten virkede det enkelt men så kom der mere og mere på. Det gav en bedre forståelse af hvorfor ser formlen sådan ud. Selv om man lærer beviser giver det ikke den samme forståelse."* Generelt er der altså en vis spredning i elevernes mening omkring indlæring af matematik med modellering som medium. Det viser sig tillige, at eleverne bærer på en vis kulturarv vedrørende problematikken i den anderledes undervisningsmetode: *"jeg tror også bare, det er fordi, man er så meget vanemenneske, at du er vant til en form for undervisning, og det er egentlig meget behageligt." "også måske fordi der ikke er bare er en løsning,..., man er ikke så vant til; jo, men du kunne også gøre sådan!"*

4. Har undervisningen været anderledes end normalt – på hvilke områder?

Eleverne har generelt haft en definition af undervisningsforløbet som "Anderledes undervisning." Det anderledes består bl.a. i arbejdsformen gruppearbejde, som mange grupper lægger vægt på i deres udtalelser. Derudover har de formuleringer som: *"Dette er jo selvstændig tænken. Det kan bruges i virkeligheden." og "Efter det her er det mere virkelighedsnært. Man kan bruge det i alle fag. F.eks. hvad er det egentlig en graf viser."* tyder på at eleverne mener, at undervisningen har været meget anderledes end den normale undervisning. Desuden har undervisningen været interessant i kraft af vores status, som unge RUC studerende: *"Motiverende at hjælpe RUC-folk med projekt."*

5. Synes I, at I kan bruge den matematik, I lærer, til noget

Eleverne har relativt svært ved at forholde sig til anvendeligheden af den nuværende matematik, de lærer. Dog kommer en elev med følgende bemærkning: *"Man kommer til at bruge det meget, hvis man skal have højniveau i fysik eller, hvis man skal være ingeniør, men hvis man skulle være psykolog, eller hvad ved jeg, kunne jeg ikke forestille mig, at man skulle bruge det."* Denne kommentar er måske signifikant for den gængse opfattelse af matematikkens anvendelse. Derudover udtrykkes om den traditionelle undervisning: *"Man kan tit brække sig over hvor lidt virkelighed, der er i den matematik, man lærer."*

En elev udtaler om vores undervisningsforløb kontra den traditionelle: *"...det er på en anden måde her. Det er mere virkelighedsnært, man kan se hvad man kan bruge det til, man kan se, at alt det vi lærer i matematikken, at man faktisk kan bruge det på en mere logisk måde. At det ikke bare er tal helt slavisk".*

7.3 Analyse af opgavebesvarelser

Vi vil nu analysere opgavebesvarelserne udfra de kriterier vi opsatte i opgavepræsentationen.

Til retning og vurdering af opgavebesvarelserne har en underviser fra hver klasse i fællesskab krydsrettet samtlige opgaver. Dette er gjort for at sikre en jævn og stereotyp analyse. Under retningen lå fokus på, hvor vidt besvarelserne opfyldte de ønskede kriterier for de respektive opgaver.

I bilag 2.5 kan ses et udvalg af repræsentative opgavebesvarelser med vores rettelser og vurderinger.

For at overskueliggøre og fremhæve væsentlige tendenser i det samlede resultat har vi givet de forskellige besvarelser en talværdi, som kan ses af nærværende figur 5.

Talværdi	Talværdiernes tilsvarende betydning
0	Mangler: Besvarelse udeladt eller opgaven ikke besvaret
2	Forkert: Besvarelsen forsøgt besvaret men forkert
3	Mangelfuld: Besvarelsen delvis rigtig men meget mangelfuld
5	Middel: Besvarelsen er i det store hele tilfredsstillende
6	Ok: Besvarelsen er tilfredsstillende
8	Godt: Besvarelsen er god
9	Rigtig godt: Eleven har svaret rigtigt godt
10	Super/blæret: Eleven har udvist yderst selvstændig tænkning

Figur 5.Vi har valgt at skalere opgavebesvarelserne med en 0-10 points skala

Det ligger en nøje overvejelse bag skaleringen. 10 for en ovenud tilfredsstillende opgave og 8-9 for besvarelser, der hæver sig pænt over gennemsnittet. Den brede middelgode besvarelse får værdi 5 og 6 for at skabe en gruppering. I vores vurdering af besvarelserne eksisterer et spring fra at være en middelgod besvarelse til at være decideret god, hvorfor talværdien 7 er undladt. I den lave ende gives 2-3 for at have forsøgt og til dels lavet et hæderligt -men forkert-stykke arbejde , hvor 0 udtrykker en direkte manglende forståelse eller besvarelse. Igen skyldes fraværet af talværdierne 4 og 1 en intention om at lade talværdierne give den bedst mulige refleksion af vores vurderinger.

Dette er udmundet i statistiske diagrammer, der udtrykker et samlet billede at klassernes besvarelser. Diagrammerne kan ses på de foreliggende figurer 7 og 9.

7.3.1 Resultat præsentation

I nedenstående skema har vi opstillet elevernes opnåede resultater. Vi har valgt at repræsentere de enkelte elever ved bogstaver for at sikre anonymitet. Vi har beregnet såvel et gennemsnit for den enkelte elevs samlede pointscore som et gennemsnit for den enkelte opgaves samlede pointscore. Desuden ses nederst i højre hjørne af diagrammet et gennemsnit af klassens samlede pointscore for hele opgavebesvarelsen. Værdien er markeret med en ramme. Diagrammerne beskriver 2.y henholdsvis 2.z, og i tilknytning ses grafisk afbildning af gennemsnittet for den enkelte opgaves samlede pointscore.

Kriterierne er således jf. afsnit 7.6.1:

1A: Afgrænsning

1B: Antagelser og overvejelser

1C: Kompartmentdiagram og/eller graf

2A: Afgrænsning

2B: Antagelser og overvejelser

2C: Kompartmentdiagram og evt. graf

2D: Matematisering

3A: Kompartmentdiagram

3B: Matematisering

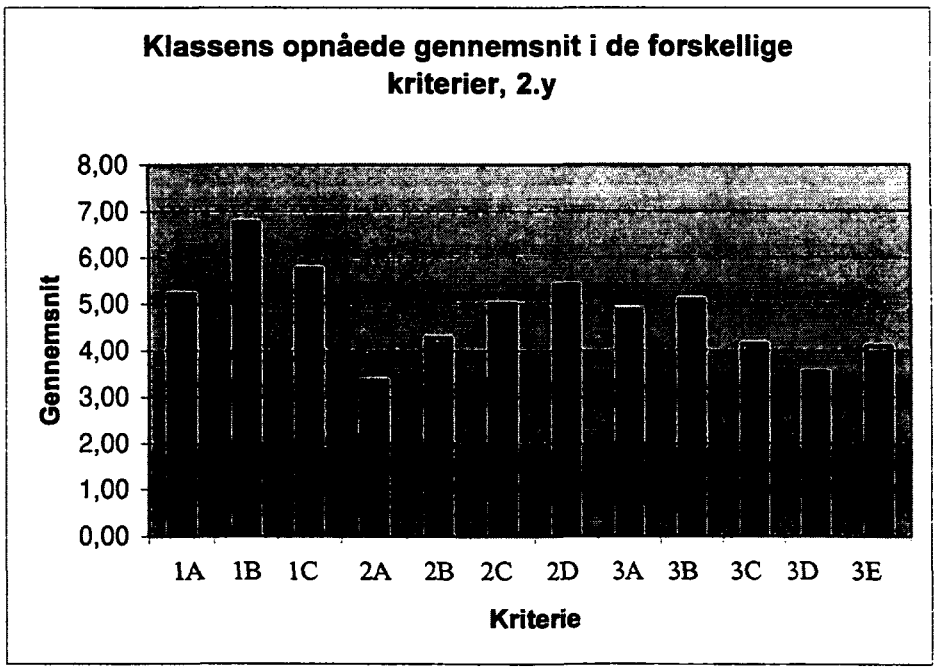
3C: Graf

3D: Brug / forståelse: Forudsige hvordan bestanden udvikler sig hvis flere eller færre mink.

3E: Brug / forståelse: Udregne hvor mange mink der skal undslippe, for at bestanden vil uddø.

	1A	1B	1C	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	3E	SUM	Gen.
A	2	8	8	2	2	8	8	8	8	2	2	5	63	5,25
B	8	8	8	0	3	8	8	0	0	0	0	0	43	3,58
C	0	6	3	0	2	3	2	8	8	2	6	2	42	3,50
D	6	6	8	8	2	5	2	6	8	2	2	0	55	4,58
E	8	6	5	0	3	6	5	6	8	6	8	8	69	5,75
F	8	6	6	8	3	0	5	9	8	8	2	6	69	5,75
G	0	3	5	0	9	5	5	8	6	2	0	0	43	3,58
H	8	8	3	8	3	2	2	2	2	2	2	0	42	3,50
I	6	6	6	6	8	2	9	2	8	8	2	9	72	6,00
J	3	6	6	0	3	6	8	8	8	3	8	0	59	4,92
K	8	6	6	0	3	6	6	8	8	8	2	9	70	5,83
L	3	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	1,25
M	8	8	8	3	6	8	3	8	8	8	3	8	79	6,58
N	6	6	6	6	3	2	2	0	0	0	0	0	31	2,58
O	8	8	8	8	8	5	6	2	2	8	9	6	78	6,50
P	8	8	6	6	3	8	8	6	6	6	2	5	72	6,00
Q	3	8	2	6	6	6	10	6	6	6	8	8	75	6,25
R	3	6	2	0	8	6	8	6	6	2	2	2	51	4,25
S	3	6	2	3	3	6	6	6	2	8	6	8	59	4,92
T	8	6	6	0	5	8	6	2	2	2	0	0	45	3,75
U	0	10	8	8	8	8	8	6	6	2	8	8	80	6,67
V	8	8	8	2	3	2	2	2	2	8	6	8	59	4,92
SUM	115	149	126	74	94	110	119	109	112	93	78	92		
Gen.	5,23	6,77	5,73	3,36	4,27	5,00	5,41	4,95	5,09	4,23	3,55	4,18		4,81

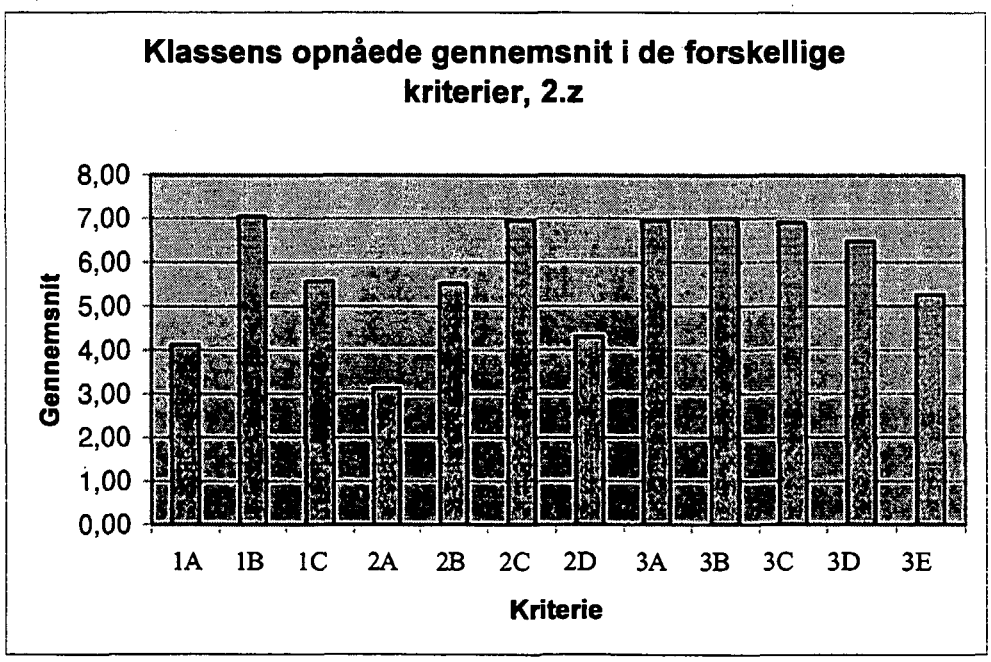
Figur 6. 2.y's resultater. Bogstaverne i første kolonne betegner hver elev. Den øverste række beskriver de i afsnit 6.6.1 opsatte kriterier.



Figur 7. 2.y's opnåede gennemsnit i de forskellige kriterier vi stiller.

	1A	1B	1C	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	3E	SUM	Gen.
A	0	6	6	0	3	6	2	5	5	5	8	0	46	3,83
B	6	8	0	0	6	6	8	5	8	5	6	0	58	4,83
C	0	8	6	6	3	6	8	8	8	5	9	9	76	6,33
D	8	3	2	8	8	6	8	5	6	8	2	2	66	5,50
E	0	8	2	6	3	6	8	2	8	8	9	9	69	5,75
F	8	9	10	0	6	8	6	8	9	8	9	8	89	7,42
G	8	8	9	8	8	8	2	8	2	5	8	8	82	6,83
H	6	8	0	0	6	8	2	5	0	6	6	6	53	4,42
I	0	8	8	6	8	8	8	8	8	8	8	9	87	7,25
J	0	8	8	6	6	8	3	8	9	8	8	2	74	6,17
K	3	6	8	6	6	8	3	6	8	8	8	6	76	6,33
L	0	6	6	0	6	6	6	6	8	6	8	6	64	5,33
M	6	0	6	6	3	6	6	8	8	5	8	9	71	5,92
N	6	8	6	6	6	8	2	8	8	8	8	9	83	6,92
O	8	8	0	0	3	6	2	8	2	5	6	6	54	4,50
P	8	8	6	0	6	6	6	6	8	8	6	6	74	6,17
Q	0	8	6	0	6	6	2	8	8	8	8	6	66	5,50
R	0	6	6	0	3	8	6	8	8	8	8	9	70	5,83
S	6	6	6	0	6	6	2	8	8	5	0	0	53	4,42
T	6	8	8	0	3	6	2	8	8	8	0	0	57	4,75
U	8	8	9	6	8	8	2	8	8	8	0	0	73	6,08
V	0	8	8	0	6	8	3	8	8	8	8	6	71	5,92
W	8	8	2	8	8	8	2	8	8	8	8	5	81	6,75
SUM	95	162	128	72	127	160	99	160	161	159	149	121		
Gen.	4,13	7,04	5,57	3,13	5,52	6,96	4,30	6,96	7,00	6,91	6,48	5,26		5,77

Figur 8. 2.z's resultater. . Bogstaverne i første kolonne betegner hver elev. Den øverste række beskriver de i afsnit 6.6.1 opsatte kriterier.



Figur 9. 2.z's opnåede gennemsnit i de forskellige kriterier vi stiller.

7.3.2 Resultat behandling

I behandlingen af vores resultater vil vi se på den gennemgående opgavebesvarelse på baggrund af vores diagrammer og de reelle besvarelser. Disse konklusioner følger i nærværende afsnit, men lad os lige stoppe op et øjeblik. Paradoksalt nok har vi lige netop beskrevet vores data via et system. Principielt set er det statistiske diagram en model, hvor vi lader opgavebesvarelsernes kvalitet afspejles via denne model. Det paradoksale ligger i, at modellen er blevet til udfra og opfylder den kompetence vi har undervist i! Jævnfør afsnit omkring modellering og undervisning.

Modellen er en simplificering af virkeligheden. Hér er virkeligheden de "rå" opgavebesvarelser og vores fastsatte kriterier og vægtninger det gældende virkelighedsudsnit. Modellen er selve diagrammerne og deres tilhørende værdier. Den ultimative værdi af modellen er udtrykt i en generelt gennemsnit, der beskriver klassens samlede forståelse. Netop denne fremstilling giver os et redskab til vurdering af vores analyse. Afslutningsvis vil vi "gå tilbage og vurdere vores model" og benytte denne procedure til at verificere og kritisere resultatet af vores analyse.

7.3.3 Resultat analyse

I dette afsnit vil vi analysere resultaterne af vores behandling af besvarelserne.
Vi starter med at kigge på opgave 1, hvor de kriterier vi er på udkig efter, er evnen til at afgrænse, gøre antagelser og overvejelser samt opstille kompartmentdiagram udfra en opgave omkring bilismens udvikling. Her har vi som sagt valgt at vægte disse tre kriterier lige højt.
Besvarelserne i denne opgave er generelt tilfredsstillende, og eleverne har tilsammen opnået et pointgennemsnit, der ligger over middel i begge klasser. Det ses dog, at 2.z ikke har afgrænset så godt som forventet. Dette skyldes hovedsageligt, at ni personer slet ikke har lavet en afgrænsning, for de, der har lavet en afgrænsning, har gjort det tilfredsstillende og har derved opnået et "ok" eller "godt". Udfra det kan vi konkludere to ting: Enten at nogle af eleverne i 2.z ikke tænker over, at man skal afgrænse sit system ved en modelopstilling eller at eleverne ikke har forstået hvad det egentlig er, og derfor tror, at de rent faktisk har lavet en afgrænsning. I stedet er der tale om overvejelser omkring de forskellige parametre. Det sidste kunne godt være tilfældet, da vi kan se udfra de enkelte opgaver i begge klasser, at der forekommer en del begrebsforvirring, idet eleverne har svært ved at skelne mellem, hvad der er antagelser, og hvad der er en egentlig afgrænsning.
Eksempelvis elev E i 2.y: *"Jeg ville starte med at lave nogle antagelser: Tidsperioden er fra 1920-2000. Jeg beskæftiger mig med bilismen i USA."* Her er der jo helt klart tale om en afgrænsning. Det skal dog siges til elevens forsvar, at der efter disse to punkter kommer fire antagelser. Der er imidlertid også flere besvarelser, hvor det modsatte ses, og eleverne kalder en klar afgrænsning for en antagelse. F.eks. elev K i 2.z: *"Jeg har valgt at afgrænse mit system ved f.eks. benzinpriser, grønne afgifter og offentlig transport"*. Det personen mener er, at disse ting tages i betragtning og det er da også disse betragtninger, som står på pilene ud af kompartmentkassen.

Det ses udfra besvarelserne, at eleverne generelt har forstået kompartment-tankegangen. Men nogle laver flere kasser end der er brug for, måske fordi det virker underligt for dem, at en pil bare kommer fra ingenting og går ind i en kasse, eller går fra kassen og ud i ingenting. Der er stor forskel på, hvor meget information eleverne har sat i kasserne. Nogle

skriver bare *"bilismens udvikling"* f.eks. elev A i 2.y (dette er ofte de, der mangler en afgrænsning) mens andre skriver *"antal biler"* (elev F 2.y) eller *"antal biler pr. indbygger"* (elev J 2.z).

Vi er tilfredse med de svar eleverne har givet i denne opgave, da vi er klar over, at den var uhensigtsmæssigt stillet i forhold til at lave kompartmentdiagram. Opgaven var stillet for abstakt i forhold til elevernes nuværende niveau og deres viden omkring brugen af kompartmentdiagrammer var for lille.

I opgave 2, hvor eleverne skal beskrive en dyrebestand, har vi valgt at lægge mest vægt på kompartmentdiagrammer og matematisering, da opgaven desværre er dårligt formuleret i forhold til vores hensigter. I denne opgave ønsker vi, at eleverne også skal gøre overvejelser samt afgrænse deres systemer. Det fremgår dog ikke eksplicit af opgaveformuleringen, og derfor har vi heller ikke været i stand til at drage nogle direkte konklusioner omkring forståelsen af disse to kriterier. Alligevel er der forskel på, hvordan eleverne har udført afgrænsningen og overvejelserne. Hvor de ofte helt har undladt at lave afgrænsning, har de lavet mangelfulde antagelser, men har dog lavet nogle. Et eksempel er, hvor elev T i 2.y har opstillet et kompartmentdiagram over en kaninbestand hvor der kun tages i betragtning, at der er nogle, der bliver født, og nogle der dør. Eleven har ikke afgrænset ordentligt, da vi ikke får at vide, om det er en kaninbestand i naturen eller som husdyr. Derfor kan eleven heller ikke gøre sig mange betragtninger, for er det i naturen vil der være nogle, der bliver spist, bliver kørt over, nogle der dør af alderdom eller af sygdom. Er det som husdyr vil der måske være nogle, der bliver taget fra for at blive solgt og andre der bliver spist af katten. I og med at eleven ikke har lavet en afgrænsning, bliver det sværere at gøre overvejelser.
Vi accepterer selvfølgelig, at eleverne kun har medtaget fødsels- og dødsrate, hvis det er klart, at det kun er disse to parametre, der er interessante, men i tilfælde, hvor det er på grund af manglende fantasi eller overblik har vi opfattet et svar som dette for mangelfuldt.
Vi mener derfor, at det er held i uheld med denne opgaveformulering, fordi vi af besvarelserne på opgaven kan konkludere, at eleverne ikke af sig selv udfører disse vigtige trin i processen tilstrækkeligt, og derfor måske ikke har forstået den del af modelleringstankegangen, eller også er de bare ikke er inde i den endnu.
Eleverne i 2.z opfylder kompartmentkriteriet yderst tilfredsstillende, og alle har fået et "ok" eller "godt". 2.y ligger lige på "middel", hvor det er lidt mere spredt eleverne imellem, hvor de både har undladt at opstille kompartmentdiagram, lavet det forkert, ok eller godt.
Matematiseringen klarer 2.z til lidt under middel og 2.y til lidt over middel. Eleverne i 2.z har generelt enten lavet det forkert eller godt, hvor der i 2.y er elever, der ligger både i bund, omkring middel og i toppen.

Den sidste opgave omkring mink er blevet besvaret fuldt tilfredsstillende af 2.z, hvor der er 7 personer, der kun lige akkurat ligger under middel, resten ligger pænt over. Eleverne i denne klasse har prøvet at besvare alt i opgaven og det meste er lykkedes.
I 2.y er der derimod tre personer, der slet ikke har besvaret opgaven og vi kan ikke vide, om det er fordi, de ikke er fagligt i stand til at løse opgaven eller fordi de ikke gider. Som udgangspunkt må vi dog antage, at det første er tilfældet, og derfor vægtes de tre besvarelser lige så tungt som de resterende. 2.y er meget spredt i denne opgave og deres pointgennemsnit ligger lige fra 0 eller 1 til lige over 7.

Generelt er eleverne sluppet rigtigt godt fra at opstille kompartmentdiagrammer i opgave 3, især i 2.z. Det er til gengæld interessant at se, at eleverne er lige gode til at opstille kompartmentdiagrammer, hvad enten der er tale om et, af dem selv opsat, system (opgave 1+2) eller en opgave med på forhånd fastsatte parametre (opgave 3).

Matematiseringen har begge klasser også klaret godt, dette er vi glade for, da det er et kriterie, vi vægter højt i denne opgave. Igen er det tankevækkende at se en forskel på evnen til at matematisere i de to forskellige typer af opgaver (opgave 2+3). Hvor det for 2.y's vedkommende er lige meget, om parametrene er fastsat fra start, eller om eleverne selv opstiller systemet, har eleverne i 2.z nemmest ved at matematisere et system, der er afgrænset af os (opgave 3).

Det ses ofte i besvarelserne, at 2.y ikke har forstået den udledte formels karakteregenskaber. De mener ligeledes, at der grafisk er tale om en ret linie. De har derfor ikke fanget, at funktionen afhænger af sig selv i forhold til det foregående skridt, hvilket er essentielt for at besvare de sidste to opgaver i sættet tilfredsstilende. 2.z har derimod udvist stor forståelse af, at der bliver født flere mink jo større minkpopulationen er, og få i denne klasse laver en ret linie, en enkelt kørte dog ligefrem lineær regression.

Til spørgsmålet hvordan minkbestanden vil udvikle sig, hvis Johnny vælger at købe flere mink, eller hvis han får besøg af Dyrenes Befrielsesfront har 2.y samlet svaret lidt bedre end "mangelfuldt" og 2.z har svaret til lidt bedre end "ok". 2.y har generelt, som deres udgaver af grafen også viser, ikke forstået hvordan udviklingen foregår. F.eks. har elev H i 2.y svaret: *"hvis Johnny køber x antal mink øges hans bestand vel bare med x"* eller elev R 2.y svarer til spørgsmålet hvis en del af Johnnys bestand slippes fri, at grafen vil blive *"forskudt ned på x aksen"*.

Det er vores indtryk, at 2.y har hjulpet hinanden meget til at løse den sidste opgave, hvor de skal finde ud af, hvor mange mink, der skal undslippe, for at bestanden uddør på et tidspunkt. Hovedparten af eleverne har nemlig løst denne opgave med en ulighed. Den talværdi (833,33), de får frem af uligheden, beskriver netop det antal mink, hvor der er ligevægt. Idet mange elever svarer, at 833 mink skal undslippe, for at bestanden vil uddø, mangler forståelsen for, hvad denne ulighed egentligt udtrykker. Der kan drages direkte paralleller mellem misforståelse i de to foregående underopgaver og denne.
2.z viser stor forståelse af bestandens udvikling, men har ikke i så høj grad kunnet løse sig frem til den værdi, der trækker grænsen mellem en uddøende og voksende minkbestand. De har derimod prøvet sig frem med forskellige værdier og derved fundet resultatet. Det viser i højere grad, at de har indset kernen i problemet.

Sammenfattende kan vi sige, at besvarelserne fra 2.z er et niveau over 2.y, dette kan vi konkludere både udfra vores statiske model men også ud fra simpel opgaveretning, hvor vi også klart fik dette indtryk. Dette er hovedsageligt fordi, eleverne i 2.z klarede opgave 3 en del bedre end 2.y.
Vi synes, at eleverne i 2.z har besvaret opgaverne tilfredsstillende, og at besvarelserne fra 2.y er lidt under forventet.
Vi synes selv, at vi med de tre opgaver har fået dækket alle kriterier undtagen evalueringskriteriet. Desværre fremgår det ikke tydeligt i opgaven, at vi gerne vil have, at eleverne gør dette. Dette er meget uheldigt, da det faktisk er muligt at gøre både i opgave 2 og 3 (se bilag 2.5).

7.3.4 Vurdering af analysemodel

I dette afsnit vil vi vurdere validiteten af vores model. Som tidligere nævnt gør vi det udfra modelleringsprocessen for at benytte dette fortrinlige medium til at be- eller afkræfte og kritisere vores model, og dermed de konklusioner vi har draget.

Hvis vi vælger vores virkelighed til at være kvaliteten af de "rå" opgavebesvarelser, så foretager vi en abstraktion i forhold til vores fastsatte kriterier og vægtninger, som sættes til det gældende virkelighedsudsnit. Derudover er der et kendeligt informationstab i skridtet fra de uddybende kommentarer af besvarelserne til at give disse en numerisk benævnelse. Ligeledes foretager vi abstraktioner med hensyn til:

- forskellige klasser
- forskellige lærere i dagligdagen
- forskellige lærebogssystemer
- forskellige undervisere under forløbet

Hvis vi sammenfatter disse forsimplinger vi foretager i forhold til vores model kan vi danne os et billede at dens validitet.

Den største kilde til usikkerhed vurderes til at være skalering, hvor en vurdering bliver erstattet med en talværdi. Vi kan ikke garantere, at vi, selv om der hele tiden har været to personer til retningen, altid har givet en ensrettet vurdering. Dernæst tages der ikke højde for forskellen i; klasse, lærere, lærebogssystem og undervisere, som uvilkårlig vil skabe et forskelligartet resultat klasserne imellem.

Alle disse forhold vil naturligvis skabe en virtuel usikkerhed, men det er vores klare opfattelse, at denne usikkerhed er så lille, at de væsentlige træk stadigvæk vil komme til udtryk i modellen.
De fremkomne værdier og grafer lever klart op til vores overordnede indtryk af opgavebesvarelserne, og vi mener derfor, at vores model lever op til sit formål.

8 Diskussion

I denne diskussion vil vi tage udgangspunkt i vores definition af modelleringskompetence, da dette begreb er centralt i vores problemformulering. Vi vil prøve at anskueliggøre, hvilke dele af denne eleverne har erhvervet under forløbet, for at bedømme om de er i stand til at modellere udfra de kriterier, vi har opstillet. Til at belyse dette har vi tre redskaber: Observationer, evalueringsmateriale og afleveringsopgave, der alle er blevet tolket separat i tidligere afsnit. Observationerne kan belyse elevernes engagement og interesse, mens evalueringsmaterialet kan belyse elevernes begrebsapparat inden for modellering. Besvarelserne af afleveringsopgaven kan give et meget konkret indtryk af elevernes evne til at modellere, dvs. deres modelleringskompetence.
Det bærende element i denne diskussion vil derfor bygge på afleveringsopgaverne, da disse som sagt giver et indtryk af elevernes direkte modelleringskompetence. Vi underbygger tolkninger af besvarelserne med evalueringsmaterialet og observationerne, som hovedsageligt giver udtryk for elevernes indirekte modelleringskompetence.
Vi har valgt at bygge diskussionen op omkring mindre afsnit -der tager fat i hver delkompetence- for at give den struktur. Det skal pointeres, at delkompetencerne og dermed afsnittene er indbyrdes afhængige.

Afgrænse og strukturere

Denne delkompetence ses i elevernes evne til at afgrænse og strukturere et system udfra virkeligheden samt at visualisere det afgrænsede system - her i form af kompartmentdiagrammer.

Observationerne viser, at især eleverne i 2.z i timerne udviste en god evne til at kunne afgrænse og strukturere de præsenterede opgaver. Det ses ved stor aktivitet omkring denne del af undervisningen. I evalueringsmaterialerne kan ses at enkelte elever fra begge klasser har et sprogbrug, der signalerer en hvis forståelse af opbygning, analyse og afgrænsning. Elevernes evne til at afgrænse og strukturere bliver ligeledes dokumenteret ved granskning af opgavebesvarelserne til afleveringsopgaverne. Der bliver dog ikke, med hensyn til antagelser og afgrænsning, svaret tilfredsstillende på opgave 2, hvilket kunne tyde på, at undervisningen burde have indeholdt en større del af denne type overvejelser. 2.z har hverken svaret som forventet på afgrænsningsspørgsmål i opgave 1 eller 2. Det skal dog lige pointeres, at opgave 2 som nævnt ikke er stillet, så den eksplicit udfordrer denne delkompetence, og derfor er der i denne opgave forholdsvis mange, der har undladt at afgrænse og gøre overvejelser omkring antagelser ved brug af tekst. Generelt er eleverne gode til at visualisere modellerne ved at opstille kompartmentdiagrammer.
I Evalueringsmaterialet er der ikke belæg for at vurdere elevernes evne til at afgrænse og strukturere.

Matematisere

Denne delkompetence ses ved elevernes evne til at sætte matematik på deres opstillede og afgrænsede system, samt det element at modellen kan sige noget om den sammenhæng der modelleres. Her er det oplagt at se på elevernes evne til at udtrykke deres model ved hjælp af matematik.

Vi mener, at der er en glimrende forståelse af dette aspekt. Dette ses både i timerne ved vores observationer og i opgavebesvarelserne. Selve matematikken er da også det, eleverne er vant til at tage stilling til i den normale

matematikundervisning. Derfor kommer det heller ikke som en stor overraskelse, at eleverne har forståelse af denne del af undervisningen. Da der er tale om nyt stof tog det dog lidt tid at få forklaret det. Man må konstatere, at de hurtigt fik en føling med den, for dem, nye matematik. I både opgave 2 og 3 har eleverne løst opgaverne, hvor de skulle matematisere, udmærket. Det er tankevækkende, at se at eleverne i 2.z er bedre til at matematisere et system opstillet og afgrænset af os i opgave 3, end det system de selv opstiller i opgave 2. Fra observationerne har vi det indtryk at 2.z søger matematiske udfordringer. Dette kan understrege, at det formodentlig er den manglende afgrænsning, der blokerer for matematiseringen. Evalueringsmaterialet belyser ikke elevernes evne til at matematisere.

Afmatematisere

Denne delkompetence ses ved evnen til at give en virkelighedsbeskrivelse ud fra en matematisk model. Denne afmatematisering kan være svær at udføre, idet man springer mellem to "dimensioner"; fra matematik til virkelighed.

Det er til gengæld svært at vurdere, om eleverne har forstået afmatematisering udfra opgavebesvarelserne. Det er kun i vores kriterier 3D og 3E, i resultatanalysen omkring brug af parameterværdier, samt forståelse af disses betydning i den opstillede model, at man kan spore evnen til at afmatematisere. Størstedelen af de elever i 2.z, der har fået høj pointscore i denne opgave, er også de elever, der har prøvet at kigge på minkmodellen udfra virkeligheden. Derfor har disse elever også i højere grad været i stand til at gennemskue modellen, hvorved de opdager modellens egentlige egenskaber.

Da vores indfaldsvinkel til observationerne har været elevernes interesse og engagement i undervisningen, kan observationerne ikke vise en generel evne til at afmatematisere, men alligevel så vi eksempler på afmatematisering i undervisningen. F.eks. kunne mange elever forklare graferne og de matematiske udtryk i hverdagssprog.

I evalueringsmaterialerne giver flere elever fra begge klasser udtryk for, at denne form for matematik er spændende, da de kan se sammenhængen mellem matematik og virkelighed. Flere bruger ordet virkelighedsnært.

Validere og vurdere

Denne delkompetence ses ved elevens evne til at kunne validere og vurdere modellen ud fra følgende kriterier:

- Beskriver modellen det ønskede formål?
- Hvor godt gør den det?

Eleverne har igen været direkte involveret i denne del af modelleringen igennem de seks lektioner i det egentlige undervisningsforløb.

Vores observationer viser, at eleverne ivrigt deltager i diskussionen omkring udbygning af modellen. Denne adfærd viser, at eleverne mundtligt i klassen kan omsætte matematikken til virkelighed, mens der generelt i opgavebesvarelserne er få og dårlige vurderinger af de opstillede modeller.

Det er dog svært at sige, om det grunder i en dårlig forståelse af princippet, en form for kulturbinding idet opgaven normalt er afgrænset, inden den stilles eller er udtryk for, at eleverne har nemmere ved at kommunikere mundtligt frem for skriftligt netop i henhold til denne delkompetence. En anden årsag kan muligvis skyldes de spørgetekniske variationer i klassen kontra opgaveformuleringerne. Det er også uvist om der, hvis der var blevet lagt kraftigere op til

vurdering i opgaveformuleringen, var kommet nogle relevante vurderinger. Evalueringsmaterialet belyser ikke denne delkompetence.

Kritik

Denne delkompetence vurderes udfra elevens evne til kritisk, at se på modellernes anvendelighed i forhold til den sammenhæng, de er givet i.

At kunne se kritisk på modellen blev gennemgået ved tavlegennemgangen, og igen var eleverne med til at udforme den kritik, der skulle danne grundlaget for videre udbyggelse af modellerne. Igen var modellerne udvalgt således, at alle elever burde være i stand til at komme med kritik. Der ses i 2.z en forholdsmæssig større deltagelse i denne del af modelleringen end i 2.y. Det er bemærkelsesværdigt, at eleverne i begge modeludviklingsfaser kom med konstruktiv kritik, der direkte kunne bruges til at udvide modellerne. Afleveringsopgaven indeholder ikke direkte spørgsmål til afdækning af elevernes evne til at kritisere de opstillede modeller. Dog kan vi konkludere at eleverne ikke kritiserer modellerne af sig selv.
Det fremgår af evalueringsmaterialerne, at enkelte elever ser, at matematikkens brug ikke altid er definitiv.

Reflektere

Denne delkompetence vurderes ud fra elevens evne til at vurdere konsekvensen af de foretagne afgrænsninger.

Det ses både på baggrund af afleveringsopgaver og observationer, at eleverne reflekterer over brugen af forskellige parametre i modellen. Tendensen kom dog tydeligst til udtryk i undervisningen, hvor det hurtigt bliver klart for eleverne, at det ikke er realistisk, at det er en fast del af en befolkningsgruppe, der bliver smittet, uanset befolkningens størrelse. Det samme gælder i afleveringsopgavens opgave 2, hvor eleverne skal opstille deres egen matematiske model. Her bliver eleverne nødt til at tage stilling til størrelserne på deres parametre, samt gøre sig antagelser omkring hvilke størrelser det er vigtige at tage højde for. Desværre er der som tidligere nævnt ikke så mange, der har gjort de forventede antagelser i opgave 2.
Evalueringsmaterialet giver ikke noget indblik i elevernes evne til at reflektere.

Overblik

Denne delkompetence vurderes ud fra elevens evne til at have overblik over hele modelleringsprocessen

Vi ser ikke eleverne demonstrere denne delkompetence, hverken i observationer, evaluering eller afleveringsopgaven. Én forklaring kan formodentlig være, at forløbet er af kort varighed, og en opnåelse af denne delkompetence bygger på en mestring af de øvrige delkompetencer.

Almen dannelse

Denne indirekte delkompetence vælger vi at vurdere udfra elevens evne til at forholde sig kritisk overfor samfundsproblematikken i tilknytning til modelleringskompetencen.

På baggrund af evalueringen kan der spores en erhvervet almendannelse angående modellering blandt eleverne. En elev formulerer sig således: *"Bruge det til misvisning, modellen kan se realistisk ud uden at være det"*. Her et konkret eksempel på, at en elev er klar over, at man skal være kritisk, og vores observationer, evalueringer og i nogen grad afleveringsopgaver bærer præg af, at eleverne kan sætte matematiske modeller i relation til samfundet.

Tværfaglig anvendelsesorientering

Denne indirekte delkompetence vurderes ved elevens evne til at se sammenhænge mellem matematik og andre fagområder.

Vi ser ikke denne delkompetence udtrykt i observationer eller afleveringsopgaver, men matematikkens anvendelighed og det virkelighedsnære er gennemgående ordvalg i evalueringen. Der er dog kun en enkelt elev, der giver udtryk for at se en sammenhæng til alle fag. Denne elev ser således tværfaglige muligheder.

8.1 Afrunding

Vi har netop set på de delkompetencer vi i vores definition af modelleringskompetence inddeler som direkte og indirekte delkompetencer. Vi har valgt at diskutere delkompetencerne individuelt for at bevare sammenhængen med vores definition på modelleringskompetence samt skabe overblik. Dette yder muligvis ikke retfærdighed overfor de enkelte delkompetencer såvel som den samlede modelleringskompetence. De enkelte delkompetencer har en indbyrdes afhængighed, som resulterer i, at manglende mestring af en delkompetence kan have indflydelse på de øvrige delkompetencer.

Set i et bredt perspektiv er vi godt tilfredse med elevernes forståelse af matematikken og de begreber, der ligger i det matematiske modelleringsforløb. Men de falder igennem et par gange. Intetsteds i vores data får vi indtryk af, at eleverne er i stand til at erhverve sig et overblik over modelleringsprocessen. Endvidere har kun én elev en idé om den tværfaglige anvendelse af modellering, i.e. en mangel i et bredere perspektiv af modelleringens potentialer.

Hvad angår den almene dannelse, som en indirekte delkompetence, udtrykker eleverne ubevidst en evne til at se matematisk modellering, som en integreret del af det samfund vi lever i, uden at reflektere over denne delkompetence som et eksplicit mål med modellering.

Vi har en fornemmelse af, at de erhvervede delkompetencer er på et beskedent plan. Ses det i lyset af den overfladiske præsentation og gennemgang må vi sige, at det eleverne i princippet har erhvervet er et lille indblik i en større verden. Blot et kendskab til modelleringens univers.

9 Konklusion

På baggrund af vores indsamlede data samt studier og definition af modelleringskompetence, mener vi at være i stand til at kunne svare på vores problemformulering.

Vi mener, at eleverne i de to 2.g klasser på Herlev Gymnasium, har erhvervet sig dele af den ønskede modelleringskompetence gennem vores undervisningsforløb. Hvis man ser specifikt på den direkte modelleringskompetence mener vi, at en bredere og fuld forståelse er så kompleks, at et sådant mål kun kan nås gennem en integrering af modellering gennemgående i undervisningen i gymnasiet. Vi mener derimod, at eleverne er blevet bevidste om, at de skal stille sig kritisk overfor matematiske modeller i samfundet. Eleverne har også fået et indblik i den anvendelsesorientering der ligger i matematiske modeller.

Derfor konkluderer vi, at eleverne i 2.y og 2.z på Herlev gymnasium ikke kunne erhverve sig den fulde modelleringskompetence gennem et kort undervisningsforløb.

10 Selvkritik

Vi har efter endt analyse, behandling og diskussion måttet erkende eksistensen af en række fejl vi har begået projektet igennem. Disse punkter har vi i dette afsnit samlet som selvkritik.

Set i lyset af vores observationer eksisterer der en signifikant forskel i indlæringen på de to klasser. Vi kan ikke afgøre om disse forskelle bunder i forskelle i undervisningen eller elevernes forudsætninger. Dette spørgsmål kunne være besvaret, hvis vi, havde brugt de samme undervisere i begge klasser.
I forbindelse med udformningen af vores observatørrolle, må vi erkende at på trods af vores overvejelser, blev resultatet ikke som vi forventede. Vi ville gerne, at de to sæt observationer understøttede hinanden, men udfaldet blev, at de supplerede hinanden.
Med hensyn til vores data har vi efter behandlingen af opgavebesvarelserne måttet sande, at visse dele af opgaveformuleringen er uhensigtsmæssig i forhold til vores intentioner.
Selve evalueringen kunne i princippet være defineret mere præcist. Vi kan f.eks. høre udfra båndene, at intervieweren deltager mere eller mindre i diskussion med gruppen, hvilket er uhensigtsmæssigt.

11 Perspektivering

På IMFUFA, RUC udføres en del fagdidaktisk forskning indenfor modellerings- og kompetenceområdet af bl.a. Morten Blomhøj og Mogens Niss. Mogens Niss skriver, at en ændring fra en udførlig pensumbeskrivelse i bekendtgørelsen til indførelse af kompetence tilegnelser, er en god måde at give elever evnen til at løse en række problemfelter udfra en kendt skabelon (Niss 1999). Vi prøver netop med dette projekt at udføre en del af denne tankegang i praksis. Vi er i gruppen enige om, at der er en kobling mellem forståelse af formålet, med det man lærer og motivationen til at lære mere inden for samme fag. Derfor er det vigtigt, at eleverne specielt i matematik får en idé om, hvor det hele bevæger sig hen. Dette vil måske give den enkelte større lyst til, i første omgang, at vælge matematik på højt niveau og derefter et universitetsfag, der delvist indeholder matematik og fysik.

Skal der foretages en omlægning af undervisningen, kræver det, at der udføres forsøgsundervisning af længere varighed, gerne hele gymnasietiden. En omlægning i denne størrelsesorden har dog lange udsigter. Men der er allerede flere forløb i gang. For eksempel er Tove Bangsgaard, Fredriksberg Gymnasium, netop nu underviser på sidste år af et toårigt forløb i den obligatorisk fysikundervisning. Her har udgangspunktet for undervisningen været, at tilrettelægge emnerne i fysik efter de kompetencer, man gennem fysikundervisningen ønsker at fremme (efter oplæg af Tove Bangsgaard, Tirsdag den 10. okt. 2000, IMFUFA, RUC).

Man kan sige, at der ved en undervisningsform baseret på kompetencer lægges op til, at eleven får en mere bred uddannelse. Dette stemmer også fint overens med det definerede formål med gymnasiet, der jo netop er ment som værende en alment dannende institution.
Dog vil en indførelse af en mere modelleringsbaseret matematikundervisning kræve, at evalueringsformerne ændres. På nuværende tidspunkt indgår modelaspektet som pensum i bekendtgørelsen. På trods af dette indgår modellering ikke som eksamenspensum. Derfor tilsidesættes modellering formentlig til fordel for emner, der indgår i eksamenspensum. Hvis man vil have det optimale ud af et modelleringsforløb, bør modellering derfor tildeles mindst samme status som andre emner ved eksaminationerne.
Denne undervisningsform kræver altså en ændring af bekendtgørelsen fra at være baseret på emner til at være baseret på kompetencer. Derudover skal evalueringskravene ændres.
Tove Bangsgaard giver udfra sit undervisningsforløb også forslag til hvordan en kompetencebaseret undervisning evalueres. Her får eleverne selv lov til at udvælge problemstilling, opsætte og udføre eksperiment. Hele denne procedure foregår udfra den tillærte metode, hvorved flere af eleverne løser fysiske problemstillinger, de endnu ikke har beskæftiget sig med (efter oplæg af Tove Bangsgaard, Tirsdag den 10. okt. 2000, IMFUFA, RUC).
Det er dog ikke kun bekendtgørelsen, der må ændres, men også lærernes indstilling og undervisningsmetoder. Ikke fordi der er noget galt med kvaliteten, men en undervisning som denne vil kræve, at hele lærestaben sendes på efteruddannelse. Der skal altså foretages en såkaldt "lærerkulturændring", hvilket må siges at være en næsten uoverskuelig opgave. Det er heller ikke sikkert at alle lærere er enige i den kompetencetankegang, som den nye bekendtgørelse vil udtrykke. Der vil sandsynligvis være modstandere af en eventuel omlægning.

Det er dog klart, at flere undersøgelser af denne art er nødvendige, hvis de nutidige uddannelsesinstitutioner skal gøre folk kompetente til at begå sig i et konstant udviklende samfund, hvori den enkelte borger løbende stilles overfor nye udfordringer og teknologier.

Litteraturliste

Alrø og Skovsmose 1993: Det var ikke meningen! – om kommunikation i matematikundervisningen
Helle Alrø og Ole Skovsmose
Fra tidsskriftet Nordisk matematikkdidaktikk nr. 2, 1993
(Taget fra tekster til kurset: Naturvidenskabernes Uddannelsesteori. Redaktion: Jens Dolin, IMFUFA, RUC)

Blomhøj 1992: Modellering i den elementære matematikundervisning – et didaktisk problemfelt
Morten Blomhøj
Matematisk institut
Danmarks Lærerhøjskole 1992

Dolin 1999: Konstruktivisme – enhed og mangfoldighed
Jens Dolin
1999
Taget fra tekster til kurset: Naturvidenskabernes Uddannelsesteori.
IMFUFA, RUC

Gymnasiebekendtgørelse
http://www.uvm.dk/gymnasie/almen/vejledninger/undervisgym/matematik.htm#Matematisk linje - 2-årigt forløb til B-niveau

IMFUFA tekst 321: Modelkompetencer – udvikling og afprøvning af et begrebsapparat
Specialerapport af: Nina Skov Hansen, Christine Iversen, Kristin Troels-Smith
Vejleder: Morten Blomhøj
IMFUFA tekst 321
RUC

IMFUFA tekst 353: Problemløsning og modellering i en almendannende matematikundervisning
Specialerapport af Per Gregersen og Thomas Højgaard Jensen 1998
IMFUFA tekst 353
RUC

Ind i matematikken Følgende bind: "Analystisk geometri og funktioner" 1999, "Differentialregning" 1994, "Tal og geometri" 1996.
Flemming Clausen et. al.
Munksgaard

Alle bind er fra forlaget Munksgaard

Jacobsen 1982: At interviewe – en bog om at spørge meningsfuldt
Jan Krag Jacobsen
1982
Jan Krag Jacobsen og Hans Reitzel Forlag A/S

Mat 1 Jens Carstensen og Jesper Frandsen
1997-2000
Forlaget Systime

Mat 2B Jens Carstensen og Jesper Frandsen
1998-1999
Forlaget Systime

Matematiske modeller – en del af virkeligheden
Nat Bas rapport 92/93 nr.117
4. semester
RUC

Niss 1999: Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse
Mogens Niss
Artikel i tidsskriftet Uddannelse, nr. 9, 1999

Poulsen 1997: Matematisk modeller
Ebbe Thue Poulsen
Aarhus Universitet
Matematisk afdeling 1997

Sjøberg 1999: Naturfag som allmenndannelse – en kritisk fagdidaktikk
Svein Sjøberg
1999
Ad Notam Gyldendal

Wedege 1993: Fra kvalificering til dannelse
Tine Wedege
DPT 3/1993
(Taget fra tekster til kurset: Naturvidenskabernes Uddannelsesteori. Redaktion: Jens Dolin, IMFUFA, RUC)

Appendix

Appendix 1 Observationer

1.1 Observationer 2.z

Onsdag d. 15-11-00. Observationer i 2.z
2.z´s lærer siger kort et par ord inden hun overlader scenen til Jess, Sofie og Maria.
Vi præsenterer os kort og fortæller om formålet med forløbet. Vi fortæller at Sofie (underviser1) og Jess (underviser2) skal undervise, mens Maria (observatør) skal se hvordan undervisningen forløber.
Observatøren sætter sig derefter ned blandt eleverne og underviser1 starter undervisningen. På dette tidspunkt er der gået ca. 7 min. af undervisningen. Der er 24 elever til stede. De sidder i hestesko.
Underviser1 starter med at fortælle om modeller generelt. Eleverne er stille, dog er der lidt uro bagest i klassen.
Underviser1 Stiller spørgsmålet: *"Kan I nævne nogle eksempler på modeller?"*
Der er tre der rækker hånden op og der nævnes: - en model af et hus
- en målestok
- en fotomodel (der grines og der bliver en småpludren i klassen)

Underviser1 skriver forslagene op på tavlen.
Underviser1 tager en legetøjsracerbil frem og spørger hvad det er. Der svares at det er en legetøjsbil, hvorefter underviser1 svarer "ja" og spørger hvorfor det ikke er en rigtig bil. Underviser1 konkluderer at man f.eks. ikke kan sidde i den som i en rigtig bil. Dog kan man alligevel se at det skal forestille en bil.
Underviser1 viser et kort over Indien og påstår at det er en model. Underviser1 spørger hvad denne model kan bruges til og en elev svarer at man kan bruge det til at finde rundt i Indien. Underviser1 peger på en af byerne på kortet og spørger om man kan bruge kortet til at finde vej i denne by. Eleven svarer at så skal man have et kort over byen. Underviser1 viser eleverne en plastikmodel af et molekyle og spørger hvad denne model kan bruges til. En elev svarer at den viser molekylets rumlige opbygning.
Underviser1 stiller spørgsmålet: *Hvad har disse tre modeller til fælles, - kan vi sige noget generelt om modeller?* En elev rækker hånden op og svarer: - en model forestiller noget virkeligt.
Sammen kommer elever og undervisere frem til at en model altid er en model af noget og at en model repræsenterer en del af virkeligheden. Denne seance varer ca. 7 min.
Herefter går underviser1 i gang med at fortælle om matematiske modeller og viser en overhead med et eksempel på hvordan en modelleringsproces kan foregå. Eleverne iagttager stille hvad der foregår.
Omkring tre elever bagest i klassen sidder og beskæftiger sig med andre ting. Denne del, der foregår ved gennemgang tager ca. 7 min. Underviser1 er færdig og underviser2 overtager undervisningen.

Underviser2 lægger op til at nu skal elever og underviser sammen gennemføre en modelleringsproces. Han starter med at sige, at der garanteret lige har været en gymnasiefest hvor der var nogen der scorede og om de kan nævne nogle navne. Der fnises og grines i hjørnerne og eleverne kommer med små udbrud til hinanden. Der nævnes to navne og underviser2 fanger navnene på stedet og skriver dem op på tavlen og bruger dem som udgangspunkt for sit eksempel. Han begynder at gennemgå rygtemodellen trin for trin som vist i undervisningsmaterialet. Eleverne iagttager stille.
Underviser2 tegner grafen for rygtespredningen fra dag 0 til dag 3 (se step5 i undervisningsmaterialet) og spørger om eleverne kan se hvad det ligner. Tre elever rækker hånden op og en svarer at det ligner en parabel. Det vil underviser2 ikke helt godtage og viser hvorledes grafen fortsætter af den negative
x-akse hvorefter en elev svarer at det ligner eksponentiel vækst. Underviser2 udvider nu grafen til at gå til at medtage flere dage og spørger: *"hvordan forventer I at grafen fortsætter?"* En elev svarer at grafen vil flade ud, hvorefter underviser2 tegner resten af grafen. Underviser2 går nu videre til step7 i undervisningsmaterialet og stiller udtrykket for logistisk vækst op.
Eleverne ser her ud til at vise mere opmærksomhed, idet flere læner sig frem på sæderne og ser tænksomme ud. De er stadig stille.
En elev kommer for sent, går stille ind ad døren, hvorefter der bliver lidt snak med sidemanden.
Underviser2 stiller løbende spørgsmål til matematiske udtryk i formlen og især drengene bliver mere opmærksomme. Det er ofte den samme elev der svarer på spørgsmålene. Eleverne bliver nu sat til at indtaste det endelige udtryk (step8) ind på deres grafregnere. Her viser eleverne stor aktivitet småsnakker med sidemanden og på tværs af klasselokalet for at høre hvad de andre har fået af resultater. Dette tager ca. 5 min.

Underviser2 henvender sig til en elev, der tidligere i undervisningen har spurgt: *" hvad hvis nu der er flere end de to involverede der har set det?"*. Underviser2 siger at dette er en antagelse vi har gjort og nævner at det f.eks. ville være anderledes hvis de havde scoret hinanden i baren. Eleven udbryder:
"Det var i baren!". Der grines og småsnakkes rundt i hjørnerne. Underviser2 viser grafer med forskellige startbetingelser.
Underviser2 går videre til step9 og spørger: *"Hvilke andre antagelser har vi gjort i forhold til vores modellering?"* Syv elever rækker hånden op og der lyder svar som: *"Der er gjort den antagelse, at hver gang der er en, der ved det, fortæller vedkommende rygtet videre." "Det er ikke alle der får rygtet at vide." "Det er ikke alle der finder rygtet interessant og gider derfor ikke at fortælle det videre"*. Afslutningsvis vises overheaden med modelleringsprocessen igen.
Underviser2 har nu været på i ca. 30 minutter. Der klappes. Der holdes 5 minutters pause.
En enkelt elev henvender sig til underviser1 og underviser2 og spørger videre til antagelser omkring modelleringen.
Efter pausen er både underviser1 og underviser2 ved tavlen. Det planlagte er nået og der er nu ekstra tid til overs.
Underviser2 fortæller at nu skal eleverne regne opgaver og at han vil starte med en fællesopgave, fordi han udfra egne antagelser vil påstå at eleverne kun er vant til at løse bestemte slags opgaver.
Underviser2 giver eleverne 10 min til at løse opgaven med malerbøtten (se undervisningsmateriale).
En elev fortæller nu hvordan hun er kommet frem til et resultat. Underviser2 spørger om der er andre der har samme resultat og 4 rækker hånden op. Han stiller tilsvarende problem op på traditionel vis og alle er i stand til at svare.
Underviser1 og underviser2 deler klassen op i grupper af fire. Hver gruppe får en opgave, hvor de skal tegne et kompartmentdiagram over forskellige problemstillinger (se ekstra opgaver).
Alle grupper diskuterer aktivt og det lader til at alle gruppemedlemmer tager del i opgaven.
Hver gruppe fremlægger hvad de er kommet frem til. De fleste har hovedtrækkene rigtige (de har fanget kompartment-ideen). Dog sætter flere af grupperne flere begreber i boks end det problemstillingen egentlig skal illustrere.
Underviser1 og 2 forklarer at det kun er det system man ønsker at beskrive, der sættes i boks. Sidstnævnte del af undervisningen har ca. taget 15 minutter og timen er slut. Der klappes.

<u>Torsdag d. 16-11-00. Observationer i 2.z</u>
Undervisere: Sofie (underviser1) og Jess (underviser2). Observatør: Maria. 26 elever til stede.
Timen starter med lidt uro rundt omkring. Underviser1 starter med forløbet og stiller spørgsmål til step2. En elev svarer at man kan lave et kompartmentdiagram over raske og syge, hvor der er 999 raske i den ene kasse, mens der er et flow til den anden kasse med 1 syg. Underviser1 skriver dette op på tavlen, men vælger at udelade tallene. Underviser1 stiller løbende spørgsmål ud i klassen gennem step2 og step3. Her er der mange (2 til 7)til hvert spørgsmål, der er aktive og det er forskellige elever der kan svare på de forskellige spørgsmål. Underviser1 vil have eleverne til at hjælpe sig med at udlede modellerne i step4. Her er der igen mange aktive. Dog begynder der at blive lidt uro bagi og småsnakken, da underviser1 efterhånden har gentaget mange af de samme trin (R(1), R(2), R(3)) og tit stopper op for at høre om alle er med. Underviser1 vil nu have eleverne til at udlede S(1) og derefter den generelle forskrift for S(t). 5 rækker hånden op og der svarers korrekt.
Kl.12.44. step6. Eleverne skal tegne graferne ind på deres lommeregnere, hvilket resultere i begejstring og aktivitet. Eleverne taster ihærdigt ind og snakker sammen to og to.
Kl.12.49. De to grafer vises på overhead og eleverne skal nu i grupper tage stilling til spørgsmålene i step6. Nogle elever rykker sammen, andre bliver siddende på række og bemærkninger ryger gennem luften på tværs af klassen. Der samles op på spørgsmålene i klassen. Her er nogle svar: *"Folk vedbliver ikke at være syge", "Det er urealistisk at det hele tiden vil være 10% af de raske, der bliver syge. Det vil variere."* - Da der kun er gengivet disse svar skylles det at det fra observatørens side var umuligt at nå at notere det hele. Til sidst sættes eleverne til at vurdere modellen. Syv elever har et forslag og ved lidt hjælp fra underviserens side kommer de frem til at de syge må blive raske igen og herefter ikke kan smittes. Der findes altså også en gruppe af immune.
Klokken 13.14 skiftes der underviser og underviser2 begynder nu at udvide modellen. Eleverne hjælper med at opbygge det nye kompartmentssystem. Underviser2 går nu til step8. Eleverne regner i grupper. Klokken 13.30 er der opsamling og underviser2 får eleverne til at udlede de generelle forskrifter for R(t), S(t) og I(t) på tavlen.
Klokken 13.37 startes der på step9 og eleverne går i grupper. Alle grupper arbejder seriøst.
Klokken 13.53 er der opsamling. Underviser2 har lavet et skema på tavlen som eleverne udfylder med resultaterne for de første fire skridt for raske, syge og immune. De fleste er færdige, dog er der nogle der stadig ikke er helt færdige.
Timen er nu ved at være slut og underviser1 og underviser2 vælger at uddele de resterende talsæt ud til eleverne. De får til lektie at tegne disse ind på millimeterpapir til den følgende matematiktime.

<u>Observationer fra torsdag d. 16/11-2000 i 2Z.</u>
Observatør : Jan Lauridsen

Kl. 12.25	Intro	Der introduceres til dagen underviser 1 kommer med en kommentar "Simpelt så i kan forstå". En elev kommer med en kommentar der lægger op til kompartments.
12.28	step4	Der spørges om forslag til raske til tiden 1. Der er to elever der markerer. En elev svarer og underviser 1 formulerer det med lidt andre ord og noterer det på tavlen. Eleven kommenterer dette med "Det var jo det jeg sagde". Raske til tiden 2 forklares med ord. På dette tidspunkt følger alle interesseret med. En elev kommenterer: "Jeg tror jeg kender den næste". Der spørges til det næste trin. Der er to der vil svare. Andre kommer med småkommentarer om at det er for banalt. Underviser 1 "Kan vi opstille R generelt. Det kunne den spurgte elev.
12.36		Hvad med S? Kan vi opstille det generelt? Noget kommer på tavlen men ikke alt. En elev markerer. Der opstår lidt usikkerhed ved tavlen. Afsluttende med spørgsmålet "Hvorfor er den smartere?" En elev svarer "Fordi du ikke kunne regne den anden ud". Der grines lidt.
12.44	step 5	Hvordan kan vi skrive S generelt? En elev svarer" S(t)=1000-R(t).
12.44	step6	
12.49	OHP	"Jeg vil gerne have at i laver disse opgaver." En elev kommenterer "Overhæden" En anden elev: "Det er jo bare på dansk".
12.49		Gruppearbejdet fortsætter. I en af grupperne er der meget lidt aktivitet, men idet underviser 1 nærmer sig kommer der lidt gang i sagerne. En elev kommenterer: "Der er ingen immune". Da underviser 1 igen forlod gruppen forsøgte 1 elev i gruppen at fastholde arbejdet, men tabte.
12.58	Opsamling	Eleverne kommer med følgende kommentarer til modellen. "Alle bliver rimeligt hurtigt syge og bliver ved at være syge det er urealistisk", "I virkeligheden bliver alle ikke syge" og "Det er urealistisk at 10% er fast". Kompartmentdiagrammet tegnes meget hurtigt op baseret på elevernes udtalelser. "Det er smart at det er en ø og ikke på fastlandet"
13.06		Underviser2 introduceres. 5 min. Pause.
13.14	step7	Oplæg ved underviser 2
13.17		Find i grupper R,S og I. Der arbejdes meget intenst i grupperne.
13.31		Kom til tavlen og skriv jeres forslag. Elevernes forslag til R er OK, S er OK (der opstår nogen uro) og I er OK.
13.37	regn 4 trin	Underviser 1 hjælper en gruppe i gang med strukturen.
13.52	Opsamling	Eleverne fører deres resultater på tavlen. Det konstateres at en evt. afrunding kan give store udsving i resultatet
13.55	slut	Vi mangler opsamlingsdelen af step 9 til slut.

<u>Fredag d. 17-11-00. Observationer i 2.z</u>
Undervisere: Sofie (underviser1) og Jess (underviser2). Observatør: Maria. 26 elever til stede.
Klokken er 10.19 og underviser1 og underviser2 spørger til de grafer, der skulle laves hjemme. Alle har lavet dem. Eleverne bliver nu sat i grupper, hvor de skal sammenligne deres grafer. Underviser2 viser en overhead med den korrekte graf. Underviser2 går nu videre til step10. Grupperne drøfter modellerne og ved opsamlingen er der mange aktive ved hvert enkelt spørgsmål og der er en god fordeling af dem rundt om i klassen. Der kommer så mange kommentarer at det som observatør er svært at fange dem alle, men her er nogle enkelte: *"Grafen får de syge har ændret sig meget." "Der antages at 10% af de raske smittes. Dette holder ikke, da få syge i så fald vil smitte mange raske og at færre og færre bliver syge efterhånden som der bliver flere og flere raske."* Alle elever viser stor opmærksomhed under diskussionen.
Klokken er nu 10.27 og underviser1 refererer til netop sidste antagelse og vil nu udbygge modellen endnu engang. Underviser1 spørger: *"Hvad synes I om det I skulle læse hjemme. Var det svært eller var det let?"* (her henvises der til sandsynlighedsregningen i de udleverede papirer). Overvejende lader det ikke til at eleverne synes at det er svært og en siger, at det virker som folkeskoleniveau.
En enkelt synes til gengæld ikke at det er helt let. Underviser1 gennemgår step3 og step4, mens elever løbende kommer med konstaterende spørgsmål. Under gennemgangen læner eleverne sig frem med øjnene rettet mod tavlen. En elev udleder S(t) ved tavlen korrekt.
Klokken 10.45 – step5. Eleverne opdeles i grupper, der svarer til dem, der har været dannet de andre dage. Grupperne kaldes her 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Gruppe1 består af to piger og to drenge. De er generelt lang tid om at komme i gang med diskussionen og snakker om andre ting. Når en underviser påpeger at de skal diskutere de udleverede grafer forsøger de dog at gøre sig nogle tanker, men møder ikke respons hos hinanden. Gruppe2 består af fire drenge. Alle fire diskuterer ihærdigt med hinanden og der kommer mange tanker frem. De er meget seriøse. Gruppe3 består af fire drenge. På trods af at de er i gruppe sammen har de dog valgt at blive siddende på en lang række. Dette resulterer i at de rent faktisk arbejder to og to. De sidder hver især med de udleverede grafer og skriver ned. Kun en gang i mellem henvender de sig til hinanden. Gruppe4 består af to piger og to drenge. De sidder lidt hver især og skriver ned og diskuterer nogle gange, men de lader ikke til at nå hinanden. Gruppe5 består af fire piger og en dreng. De fire af dem henvender sig meget til hinanden. Snakken er til dels faglig, men også privat. En i gruppen deltager ikke i snakken og skriver en gang imellem ned, hvad de andre siger. Gruppe6 består af to drenge og tre piger. De virker alle engageret i diskussionen. En mere engageret end de andre og de fire af dem drager konklusioner, som det ikke altid lader til at det femte gruppemedlem når at få fat i. De tilkalder ofte undervisere for at diskuterer nogle af de ting de er kommet frem til.
Klokken 11.13 er der opsamling. Det første spørgsmål svares der korrekt på, hvortil der lyder elevkommentarer som *"Det var svært var!"*. Efter besvarelsen af dette spørgsmål er der nu flere der har noget at sige. Op i mod halvdelen har hånden i vejret og der kommer kommentarer fra alle grupper. Ved vurderingen af model3 er der kommentarer som: *"Ifølge model3 kan man ikke blive syg igen, hvilket er dårligt, da en virus kan ændre sig til en anden form for virus."*
Der opstår mange tanker undervejs og indbyrdes diskussioner. Bla. opstår der en diskussion om hvorvidt de immune skal betragtes som nogen der ikke kan smittes og ikke smitter andre. En elev spørger: *"Kan de immune ikke være smittebærere?"* Eleverne finder altså ud af at de immune ikke kan blive smittet af samme virus igen, men godt kan smitte andre med virusen.
"Det gode ved model3 er at den tager højde for smittefaren i henhold til hvor mange syge og raske der er."
Underviser1 spørger nu hvordan man kan videreudvikle model3. Til dette spørgsmål er der tavshed.
Underviser1 og underviser2 giver til slut et andet eksempel med klamydia og tager en diskussion op med eleverne om hvordan en model for en sådan sygdom ville se ud.
Klokken 11.33 udleveres afleveringsopgaver.

<u>Observationer fra fredag d. 17/11-2000 i 2Z.</u>
Observatør : Jan Lauridsen

Kl. 10.13		Graferne fra hjemmearbejdet kontrolleres og kommenteres. Eleverne kommer med flg. Kommentarer: "De raske er det samme" og "de syge har ændret sig meget." Der gennemføres den resterende del af programmet fra i går.
	I dag starter	Hvad hvis vi lægger modellerne sammen. Hvad sker der i virkeligheden? Eleverne svarer: "Alle bliver ikke syge","Urealistisk at 1 syg smitter 4 raske", "10% syge er OK" og "Modellen tager ikke højde for forholdet mellem antal syge og antal raske"
		Underviser: "Hvad nu hvis vi vaccinerer?" Elever: "Der vil blive færre syge" og "Antal immune vil ikke starte ved 0"
10.24	Opsamling slutter. (underviser skifte)	
		"Har i læst? - Var det svært?" Elever: "Ikke svært at forstå det læste". Underviser: "Hvad er sandsynligheden for at slå en 6'ser?" Elev: "1/6"
10.27		Underviser: "Hvorfor skal vi bruge $(5/6)^3$ og ikke $(1/6)^3$?" Elev:" Ved $(1/6)^3$ findes sandsynligheden for tre 6'ere i 3 slag" S(t)/N opstilles. En elev spørger: "Kan man møde sig selv?" Underviser: "Hvordan ser sandsynligheden så ud?" svar "$1-(1-(S(t)/N)*a)^9$. En elev spørger: "Kan man ændre de 9 til hvad som helst?"
	Step4	S(t) udledes af en elev ved tavlen (nogen uro). Den nye graf vises ukommenteret.
10.40	step5	
10.45		Det indskærpes at der er spørgsmål På OHP. Nu diskuteres heftigt. Kun 1-2 inaktive. En elev spørger: " Jess hvorfor bliver ikke alle raske syge?" (model3) Eleven fortsætter:" Nåhh. Det er fordi ikke alle bliver syge eller møder en syg". Under gruppearbejdet kommer der overvejelser omkring a: Der ses en fordobling men ikke sammenhæng med sandsynligheden for at møde en smittet. På grafen er vist a=0,1 og a=0,2 i modellen optræder a_f.
11.08		Der diskuteres meget andet end gruppearbejdet.
11.11	Opsamling	Der kommer rigtige svar på de stillede spørgsmål fra flere forskellige grupper. Den lille fejl med a og a_f rettes i gennemgangen.

		Underviseren spørger: "Hvad synes i om modellen?" Eleverne: "dårligt at man ikke kan blive syg igen" "I virkeligheden er nogen måske immune fra start". Der sluttes af med en kort refleksion over kønssygdomme og der kommer argumenter frem for forskellige smitterater.
11.34	slut	Afleveringsopgaven deles ud.

1.2 Observationer 2.y

Torsdag d.16-11-00 observationer i 2y (Maria)
Undervisere: Ditte (underviser1) og Morten (underviser2). Observatører Jan og Maria. Der er 23 elever til stede. Underviser1 starter lige på med undervisningen og starter med step1. Fremgangsmåden er hurtig og der bliver stille i klassen, men en del fumler stadig med at få papirer og skriveredskaber frem.
Underviser1: *"Vi har en befolkning på Samsø, hvor der er N antal mennesker. Dem deler vi op i to grupper: Syge og raske. Hvordan kan man opstille et kompartmentdiagram over dette?"*
Tre rækker hånden op og underviser1 udvælger en, der svarer korrekt (se undervisningsmateriale step2)
Underviser1 går videre med step3 og step4 med løbende spørgsmål angående rent matematiske udregninger. Der er en tre-fire elever, der rækker hånden op (det er de samme elever, der går igen ved spørgsmålene). Det er eleverne bagest i klassen. De elever, der sidder fremme skriver ned.
Underviser1 går videre til step4. Efter at have udledt R(3) spørges om eleverne kender funktionen. To rækker hånden op. Den ene svarer – En potensudvikling. Dette vil underviser1 ikke acceptere mens en anden elev svarer korrekt at det er en eksponentiel funktion. Underviser1 vil nu have eleverne til at hjælpe sig med at udlede S(1). To elever rækker hånden op. Den ene svarer i formelsprog, men underviser1 vil have eleven til at beskrive formlen med ord. Dette kan han ikke og en anden elev svarer på dette. En elev rækker hånden op og spørger: *"Kan man ikke bare sige alle dem der er i alt minus de raske?"* Underviser1 forklarer at det kan man godt, men at den anden måde er hensigtsmæssig i anden sammenhæng. Underviser1 har nu været på i 15 minutter. Eleverne sættes til at tegne graferne på deres lommeregnere. Eleverne taster ind og henvender sig hektisk til hinanden. Underviser1 går videre til step6 – gruppearbejde. Ikke alle har fået den rigtige graf på lommeregneren. Støjniveauet hæves og der går et stykke tid inden alle har fundet sig til rette i deres gruppe. Enkelte sidder spredt, nogle på række. I nogle grupper er det to, der styrer arbejdet mens de andre ser på. En anden gruppe arbejder stiltiende hver for sig. Dette går der 15 minutter med og underviser1 går videre til step7 – en opsamling af de spørgsmål der blev stillet til grupperne: **Beskriv graferne**. Underviser1 udvælger en gruppe der svarer: *"To grafer over syge og raske. Der bliver flere og flere syge, mens der bliver færre og færre raske."* **Er det et realistisk forløb?** En anden gruppe svarer: *"Nej alle tusind vil aldrig være syge på én gang". "Man kan også være blevet vaccineret".* Ved dette spørgsmål er der en stor elevaktivitet, - omkring halvdelen har hånden i vejret. Der holdes 5 minutters pause.
Underviser2 råber op og får til sidst elevernes opmærksomhed. Han starter med step7 i model 2 og vil have eleverne til at opstille et kompartmentdiagram, der tager højde for at dem der har været syge også bliver raske igen og dermed også immune. En elev rækker hånden op og diagrammet tegnes på tavlen. Underviser2 spørger nu hvordan antallet af mennesker kan beskrives. En elev svarer at det er
N= R(t) + S(t) – I(t). Dette er forkert og en anden elev må supplere og rette det til:
N= R(t) + S(t) + I(t). Eleverne bliver nu sat i grupper, hvor hver enkelt gruppe får til opgave at beskrive udviklingen for henholdsvis antallet af raske, syge og immune. Underviser2 sætter helbredelsesraten til 0,4 hvorefter en elev reagerer med: *"Er det ikke et stort tal?"*
Underviser2 svarer at det kan vi diskutere senere. Der er nu gået 6 minutter og gruppearbejdet sættes i gang. Støjniveauet hæves og der opstår en del forvirring med omrokering, hvilket i nogle grupper helt tilsidesætter det egentlige formål. I de fleste grupper er der en kerne af aktive på 1-2 mens resten sidder mere eller mindre på sidelinjen og lytter. Der opsamles på arbejdet og grupperne spørges efter tur. Grupperne er alle nået frem til rigtige resultater. En elev spørger: *"Hvorfor bliver de imune ikke betragtet som raske?"* En anden elev svarer: *"Når de er immune kan de ikke blive syge igen."* Underviser2 sætter nu eleverne til at regne de første 4 skridt ud i grupperne. Denne gang kommer eleverne hurtigere i gang (de sidder allerede i grupperne). Snakken går højlydt og eleverne henvender sig hele tiden til hinanden ved indtastning på lommeregneren. Der er nu gået 35 minutter af timen og underviser2 må afbryde, hvilket fører til kommentarer som: *"Nej vi er ikke færdige".* Men underviser1 og underviser2 har ikke nået det planlagte i dag og resten af spørgsmålene i step9 får eleverne for til dagen efter, hvilket giver røre i klassen. Støjniveauet er højt. Timen er slut.

Observationer fra torsdag d. 16/11-2000 i 2y
Kl. 8.24 Dagen startede lidt forsinket (ca. 4 min), med et generelt oplæg. I step 2 blev der hoppet direkte til opstillingen af et kompartmentdiagram. Der er to elever, der har et bud på en opstilling, og den spurgte elev svarer rigtigt. Der er lidt uro i klassen. Der er stadig nogle elever, der ikke har fundet papir og blyant frem. Der er på dette tidspunkt 5, der koncentreret tager noter. De i undervisningsoplægget medtagne eksempler bruges ikke.

Kl. 8.30 Vi er nu nået til step 4. Der er nu mange der tager noter. Der er ikke mange markeringer på de stillede spørgsmål, men mange gode svar, især i forbindelse med opstillingen af ligninger for R. Det er således en elev, der pludselig konstaterer "Kan det ikke skrives som R(t)=R(t-1)(1-a)^t". Underviser1 spørger, om de har set noget lignende. Eleverne kommer herefter med bud som potentiel og ekspotentiel vækst. I forbindelse med udledningen af S er en elev tæt på, men mister tråden. En anden elev konstaterer "Kan man ikke bare sige S(t)=N-R(t)" (det var vores step5).

Kl. 8.42 Step 6 startes, og der kommer grafer frem på lommeregnerne. Der er nogle små detaljer som Window o.lign, som faglæreren hjælper med at rette ind.
Underviser1 lægger vores graf med spm. På OHP.

Kl. 8.48 Underviser1 fordeler eleverne i grupper. Der opstår en del uro. Under gruppearbejdet høres følgende spm. Mellem eleverne. "Hvorfor krydser de (Red: graferne) hinanden i 500?" "De har ikke taget Apotekerne med!" "Vaccine / Resistente" enkelte ser passivt ud i luften.

Kl. 8.58 Step 7 Underviser1 spørger: "Er grafen / modellen realistisk?" 10 elever markerer og de spurgte svarer: "nogen må blive raske igen" "ikke alle bliver smittet i virkeligheden" "Smitteraten hvor god er den?"

Kl. 9.02 Step 7 Underviser1 lægger OHP med modelprocessen på, og viser det gennemgående forløb. Hvor er vi nu? Slutter oplægget af med at introducere Underviser2 og sende eleverne til 5 min. Pause.

Kl. 9.10 Underviser2 spørger: " Hvordan kan vi udvide modellen". Elev: "En vis %-del bliver raske" Underviser2 "Ja. Hvordan ser vores kompartmentdiagram så ud?" ***Her kan jeg ikke gendanne, om det er underviser2 eller eleverne der tilføjer I(t).*** Underviser2 "nu skal vi matematisere". En elev foreslår, at N udtrykkes ved R,S og I, men er ikke sikker på, om I lægges til eller trækkes fra. En elev forstår ikke, hvorfor de skal hedde I og ikke bare føres tilbage til R. Ved underviser2's præsentation af b=0,4 spørger en elev: "Er det ikke et meget stort tal?". Underviser2 "Jo det kan godt være, men vi fortsætter med det her." Det uddelegeres til grupperne at finde hhv. R(t),S(t) og I(t) (step8).

Her er alle stort set i aktivitet.

Kl. 9.37 Underviser2: "Hvem vil til tavlen?" (0) Underviser2: "elevnavn" R(t)=R(0)(1-a)^t skrives af eleven, og foreslås rettet til R(t) = R(t-1)-a(R(t-1) af en anden elev. På samme måde skriver en elev udtrykket for S(t). En elev foreslår, at I udregnes som I=N-R-S Underviser2 laver en opsamling på, hvorfor det ikke er smart, da der nu er 3 ubekendte. En elev spørger: "Hvorfor skal de immune ikke lægges tilbage i raske" Underviser2 "Fordi de immune ikke kan blive syge igen". Eleverne sættes til at regne de første 4 skridt. Alle er i aktivitet. (Undtagen en). En elev spørger: "Hvor mange decimaler skal med. Man kan jo ikke blive lidt syg".

Kl. 9.51 Der uddeles mm-papir og læsestof til hjemmearbejde.

Kl. 9.55 Lektionerne er slut og vi nåede ikke resten af step 9 til slut.

<u>Observationer fra fredag d. 17/11-2000 i 2y.</u>
Observatør : Jan Lauridsen

Kl. 12.24	Rep/opsamling	
	Fra i går	Elev læser oplæg op. Underviser: "Hvad kan vi sige ud fra det her?" Elev: "Sygdommen slår ikke igennem!" Underviser:"Hvad gør modellen bedre?" Elev: "Alle bliver ikke syge som 1. gang". Underviser: "Hvad er stadig ikke godt?" Elev: "Den tager ikke højde for at nogen ikke smittes:"
12.30	step1	Sandsynlighed gennemgås antallet af markeringer falder (svært). Klassens faglærer blander sig. Hvilket giver en meget kedelig situation. Indblandingen var overflødig. (Læreren mente at eleverne ikke havde forstået budskabet). En elev spørger: "Hvorfor skriver du ikke opløftet til p når nu du har brugt bogstaver ellers?"
12.45		Prøv at reducere udtrykket: " R(t)=R(t-1)-R(t-1)(1-(1-a_f*S(t-1)/N)^p)
13.13	opsamling	En elev ser at det ikke bare er dobling fra 1 – 2 men mere fordi der er flere syge. Eleverne kommentere sandsynligheden med følgende: " byzone kontra landzone", "klasse – ældre" og "Sol / ikke sol på Samsø"

13.21	Pause	
13.25	Opsamling	Model1 – model 2 – model 3 "Er der forskel?" En elev kommenterer "Vaccination" Underviser: "Ikke meget forskel" (25% færre syge)
13.29		Underviser: "Hvilke antagelser har vi gjort?" Elevkommentarer: "Der må være en reduktion i syge hvis man som syg bliver sengeliggende" og "Hvis man dør af sygdommen kan man ikke smitte"
13.32		En elev kommenterer: "Modellen kan udbygges til et billede af virkeligheden, men er det så en model?", "Her er ens udvikling, men hvad nu hvis der er halbal.", "Vi må erkende at vi ikke kan beskrive alle elementer fra virkeligheden.". Som kommentar til den viste OHP med epidemiforløb. "Har han lavet grafen før eller efter epidemien? Hvis før så er det imponerende ellers mere oplagt."
13.37		Oplægget om Gonnoré. Det virker på eleverne som om det er uklart om de skal lave det eller ej. Gennemgangen er meget detaljeret men ikke motiveret.
13.45	slut	Udlevering af afleveringsopgaven. Applaus (klap, klap) fra eleverne.

Fredag d.17-11-00. Observationer i 2.y

Undervisere: Ditte (underviser1) og Morten (underviser2). Observatør: Maria. 23 elever til stede.

Der er hektisk snakken i smågrupper spredt i det lille klasselokale, da vi ankommer. Klokken er 12.25. Underviser2 starter undervisningen fra hvor han måtte afslutte i går. Han spørger ud i klassen om alle har tegnet graferne hjemme og der lyder overvejende "ja" rundt omkring. Underviser2 spørger om der er en der vil komme op og tegne grafen, hvorefter den tegnes korrekt af en elev. Underviser2 viser en overhead af model1 og model2, hvor eleverne skal diskutere de to modeller. Der er efterhånden blevet ro i klassen og omkring 4 har noget at sige. En enkelt nævner at modellerne stadig ikke tager højde for at det ikke er alle der bliver smittet.

Klokken 12.33 overtager underviser1 undervisningen. Model2 skal nu viderebygges til model3.

Der har ikke været nogle elever, der helt klart har defineret hvad model2 ikke tager højde for og underviser1 prøver derfor at rede trådene ud og forklare selv hvorfor en model3 er nødvendig (se undervisningsmateriale). Underviser1 inddrager nu noget sandsynlighedsregning (eleverne har fået udleveret nogle sider om det, der skulle læses til denne dag). Underviser1 spørger: *"Hvad er sandsynligheden for at få en 6'er?"* Omkring 8 rækker hånden op. En svarer 1/6. Underviser1 gennemgår videre step2. Der er stille i klassen. Underviser1 stiller løbende spørgsmål i matematik. Der er generelt en håndsoprækning på 2 til 6. Det er ofte de samme 4, der er med. Underviser1 gennemgår step3. Underviser1 går videre med step4 og skriver funktionen af R(t) op på følgende måde:

$R(t) = R(t - 1) - R(t - 1)*(1 - (1 - (S/N)*a)^p)$. Klokken 12.45. Underviser1 vil nu have at eleverne skal reducere udtrykket. Eleverne begynder, men snakker indbyrdes, enkelte skal direkte opfordres til at tage papir frem. Dette giver anledning til diskussion af regneregler eleverne
imellem.

Kl. 12.52. opfordrer underviser1 igen til opmærksomhed og skriver på tavlen hvorledes udtrykket kan reduceres. Underviser1 giver ikke eleverne mulighed for at vise hvad de er kommet frem til. Underviser1 vil nu have en elev til at komme til tavlen og udlede S(t) – se step4. Klassen forholder sig passivt og til sidst er der en der melder sig (den samme som var ved tavlen torsdag). Underviser1 spørger: *"Hvad gør vi med de immune?"*. Stilhed. Der er en og senere to, der rækker hånden op, hvorefter underviser1 siger: *"Det må der være flere, der kan svare på!"*. Der er nu 4, der har hånden oppe (de samme 4 som torsdag). Der svares: *"De immune ændres ikke, da "a" ikke indgår i ligningen for de immune"*. Underviser1 skriver ligningerne for R(t), S(t) og I(t). Eleverne skriver ned.

Underviser1 går videre til step5 og udleverer tre grafer, som de i grupper skal diskutere (se spørgsmål i undervisningsmateriale). Eleverne sætter sig i de samme grupper som torsdag, men denne gang sætter de sig mere hensigtsmæssigt overfor hinanden. Det er forskelligt hvorledes de enkelte grupper arbejder. Der er 5 grupper som jeg vælger at kalde henholdsvis 1,2,3,4,5. Gruppe1 består af 4 piger. 3 af dem går slavisk frem efter spørgsmålene som er vist på overhead. Det lader dog ikke til at de får de store diskussioner i gang. En af pigerne deltager slet ikke og sidder med blikket i nogle andre papirer. Gruppe2 består af 4 piger og 1 dreng. To sidder og stirrer på spørgsmålene på overheaden for derefter at lade blikket falde på de udleverede papirer. De snakker ikke rigtig sammen i gruppen. Gruppe3 består af 2 piger og 2 drenge. De snakker lidt og skriver ned. Gruppe4 består af 4 drenge. Her er diskussionen mere intens og alle bidrager til diskussionen. Gruppe5 består af 3 piger og 1 dreng. Her er der lidt begyndelsesuro. Der diskuteres hvem der skal skrive ned og der kommer bemærkninger gennem luften.

Klokken 13.15 er der opsamling på gruppediskussionerne. Gruppe5 brokker sig for de er ikke færdige. Til spørgsmål1 er der 8, der markerer. Til spørgsmål2 er der 3 til 4, der rækker hånden op: *"Den nederste graf bliver de hurtigere raske"*. Spørgsmål3 er der en, der kommer med en kommentar til, hvorefter underviser1 vælger at omformulere svaret: *"Modellen er meget følsom overfor smitteraten "a""*. Underviser1 ønsker at få konklusioner på spørgsmål4. En rækker

hånden op. Til spørgsmål5 er der omkring 4 (de samme), der har forslag: *"I en by vil "p" være højere", "På de solbeskinnede dage på Samsø vil der være flere der bevæger sig rundt"*. Klokken er nu 13.22. og eleverne får pause i 5 minutter. En enkelt elev spørger til regneregler i pausen.
Efter pausen går underviser1 og underviser2 i gang med step6 og step7. De vil nu have eleverne til at vurdere modellerne. Her er nogle af kommentarerne: *"Når man er syg er man ofte isoleret, hvorved sandsynligheden for at smitte andre er forskellig fra person til person.*
Smitteraten bør derfor kunne variere, hvilket den ikke gør i nogen af modellerne."
"Model3 kan bruges hvis man har præcise tal."
"Kys – rygtemodellen er bedre end epidemimodellen."
"Hvis det var en fuldkommen afspejling af virkeligheden ville det jo ikke være en model."
"En model kan ikke tage højde for alt."
Underviser1 tager imod alle svar med samme stemmeføring.
Kl.14.42 overtager underviser2 undervisningen og vil nu til slut give et eksempel på hvorledes der kan stilles et kompartmentsystem op for kønssygdommen gonore. Der spørges ud i klassen og fem rækker hånden op. En elev svarer at der må være en kasse med raske og en kasse med syge, hvor imellem der sker et flow fra de raske til de syge og fra de syge til de raske. Underviser2 forklarer at dette system ikke er dækkende, da sygdommen i så fald ville uddø, idet der generelt ikke er en stor nok seksuel aktivitet til at opretholde sygdommen. Han forklarer at der derfor må to grupper til at beskrive dette: Et system over de seksuelt meget aktive med skiftende partnere og et system over resten af de seksuelt aktive. Eleverne er nu opmærksomme og en elev spørger: *"Påvirker de to grupper ikke hinanden?"*
Der uddeles afleveringsopgaver. Kl.14.56 er timen slut.

Appendix 2 Bearbejdning af evaluering

2.1 Bearbejdning af mindmaps og båndudskrifter for 2.z

Gruppe1, interviewer: Jess.
Mindmappet beskriver undervisningsforløbet med en del der kommenterer arbejdsmetoderne og en del med kommentarer til modelleringsprocessen. Det er altså en blanding af evaluering af undervisningsformen og en evaluering af indholdet. Ved udarbejdelsen af mindmappet kan vi fra båndudskriften se at følgende ord også kommer frem, men som ikke indgår i mindmappet:
"Krævende"
"indviklet og uden tal er der jo ikke konkrete svar"
"man kan give og modtage insspiration"
"diagrammer og kasser giver overblik og struktur".
Man kan sige at de udtaler sig om deres egen opfattelse af undervisningen. På mindmappet ses det at der er et stort ordforråd omkring "anderledes arbejdsmetoder" og et lidt mindre omkring modelleringsproces, mens de begge kredser om ordet undervisningsforløb. Mindmappet har fire begreber knyttet til "anderledes arbejdsmetoder". Det er:
"For enkelt i starten – nærmest svært."
"Godt med to undervisere"
"Bedre uden tal."
"Gruppearbejde"
Derudover er der tre begreber koblet til "Modelleringsproces". Det er:
"virkelighed"
"diagrammer er bedre at forstå"
"godt med begrænset tavlelæring"
Det kan diskuteres hvorvidt eleverne har grupperet disse hensigtsmæssigt. Dog vælger vi ikke at tillægge grupperingen nogen særlig værdi, da eleverne ikke var rutinerede i brug af mindmaps og derfor ikke nødvendigvis har tænkt dybere over hvorledes de enkelte begreber kan kobles til hinanden. På mindmappet er der i alt 11 begreber knyttet til undervisningsforløbet. De to resterende er:
"Motiverende at hjælpe RUC"
"Selvstændig tænkning"
Diskussionsspørgsmålene bliver ikke diskuteret særlig meget. Til gengæld bliver der foretaget en løbende diskussion af hvad eleverne synes de har fået ud af undervisningen. Diskussionen ligger også her omkring at det har været anderledes. Der henvises til at det der har været anderledes var indfaldsvinklen til matematikken. Her er nogle citater:
"Gav et andet indtryk af matematikken."
"Jeg har aldrig prøvet noget lignende – altså ikke negativt – jeg har aldrig prøvet at man skal forklare det med ord. I starten virkede det enkelt men så kom der mere og mere på. Det gav en bedre forståelse af hvorfor ser formlen sådan ud. Selv om man lærer beviser giver det ikke den samme forståelse."
"Dette er jo selvstændig tænken. Det kan bruges i virkeligheden."
Derudover ses det at der bag deres interesse og motivation også ligger nyhedsværdien:
"Motiverende at hjælpe RUC-folk med projekt."
"Det var mere spændende med unge mennesker der kom ind og underviste. Andre har gamle lærere der har kørt det samme 10 år i træk."

Gruppe2, interviewer: Sofie.
Mindmappet fra denne gruppe beskæftiger sig hovedsageligt med det faglige indhold, hvortil der er en del begreber knyttet. Derudover er der en mindre del af mindmappet der beskæftiger sig med undervisningsformen. Vi kan fra båndudskriften se hvorledes diskussionen har gået ved udarbejdelsen af mindmappet. Det ses her ar alt hvad der nævnes bliver medtaget på mindmappet og at snakken naturligt har omhandlet det faglige indhold. Der nævnes ord som:
"Modeller",
"kompartmentdiagram"
" ligninger"
" vurderinger"," grafer."
På mindmappet ses det at disse begreber er koncentreret omkring begrebet modeller og forbindes med dette.
Derudover nævnes der ord på båndudskriften som:
"Anderledes tankegang"

"matematik på virkeligheden"
"matematik uden tal."
På mindmappet ses det at ordene kredser omkring "anderledes tankegang" og forbindes med dette.
Alle begreber tager udgangspunkt i: "besøg fra RUC", som står skrevet midt på papiret. Der er i alt 15 begreber på mindmapppet og størstedelen handler om det faglige indhold, mens nogle få handler om undervisningsformen.
Gruppen bliver derefter sat til at prioritere begreberne således så det mest centrale kommer først og der efter hierarkisk nedefter. Af båndudskriften ses det at der her diskuteres meget og det ses at man kredser om ordene kompartmentdiagram, gruppearbejde, modeller, vurderinger, anderledes tankegang, ligninger. Dog har de svært ved at blive enige om hvad der skal stå øverst på deres liste. Intervieweren opfordrer dem derfor til at starte bagfra. De får på den måde opstillet ordene hierarkisk. Sådan blev det:

1 Anderledes tankegang
2 Modeller og opstille ligninger
3 Vurderinger
4 Kompartmentdiagram
5 Gruppearbejde

Ved gruppediskussionen kommer eleverne omkring en beskrivelse af modellering ved følgende ordvalg:
"Tage noget fra virkeligheden og opstille en model... "
"...tager højde for de afgrænsninger der er,... "
"antagelser".
Eleverne er enige om at modellering kan bruges, men nævner dog kun to eksempler:
"Til statistik"
"hvis man skal bygge en bro, om man har råd til det,... ".
Det diskuteres hvorvidt man kan lære matematik ved at modellere. Umiddelbart svarer de fleste ja, men senere overvejer de at man måske kun kan blive bedre til den matematik man kan i forvejen. De fleste bliver enige om at man ikke kan lære noget nyt matematik ved at modellere. Der er dog en elev der er uenig og udtaler:
"Det tror jeg måske godt man kunne..., jeg tror måske det ville hjælpe en til at forstå differentialregning."
Af båndudskrifterne ses det hvad eleverne lægger i deres beskrivelse af anderledes undervisning. Det anderledes består bl.a. i arbejdsformen, som er gruppearbejde, men også i fremgangsmåden hvorpå man kommer frem til resultater:
"den der måde at komme frem til resultaterne, ved de der kompartmentdiagrammer". Der er enighed i gruppen om at de ikke kunne tænke sig at blive undervist på denne måde hele tiden, men argumenterne ligger hovedsageligt i at de er vant til at blive undervist på en anden måde:
"jeg synes det er sværere at forstå, man skal både sætte sig ind i at der er noget nyt og noget anderledes, - det hele på en gang, nu har man været vant til det andet lige siden man startede i skole."
"jeg tror også bare, det er fordi, man er så meget vanemenneske, at du er vant til en form for undervisning, og det er egentlig meget behageligt."
"også måske fordi der ikke er bare er en løsning,..., man er ikke så vant til; jo, men du kunne også gøre sådan!"

Gruppe3, interviewer: Maria
Dette mindmap tager både hensyn til undervisningsform og fagligt indhold. På båndudskriften ses det at eleverne har været i tvivl om hvad mindmappet skulle indeholde: *"Tænker du på undervisningsform?"* Herefter breder diskussionen sig og eleverne begynder at snakke om de afleveringsopgaver, de har fået for:
"Du har heller ikke skrevet noget med lektier."
"Ej, jeg synes det er sådan at der ikke er èt direkte resultat, - man kan gøre det på hver sin måde."
"Det er anderledes."
"Det er ikke ligesom rigtig matematik, hvor der er et resultat altid. Der er ikke noget der er forkert, - der er bare noget der er mindre rigtigt."
Derefter kommer de ind på at de selv har skullet lave det hele, at arbejdet har været selvstændigt og at de har haft medbestemmelse i undervisningen:
"Medbestemmelse,..., - vi har selv skullet tænke os til det."
Det er her interessant at se at snakken naturligt falder omkring den måde afleveringsopgaverne er udformet på. På trods af dette er der på mindmappet knyttet flest ord omkring "Modeller". Hertil knytter de ordene:
"kompartments"
"grafer"
"medbestemmelse"
"virkelighed.
Derudover er der også en lille klynge af ord omkring undervisningsformen. Her er der skrevet:
"gruppearbejde"
"selvstændigt arbejde"

"tavleundervisning".
Der er i alt 12 begreber på mindmappet, der er nogenlunde ligeligt fordelt mellem undervisningsform og det faglige indhold.
Gruppen prioriterer ordene uden megen diskussion. De bliver nærmest prioriteret i den rækkefølge de bliver sagt og listen kommer til at se således ud: 1 Matematiske modeller
2 Virkelighed
3 Funktioner (udviklinger)
4 Gruppearbejde
5 Anderledes
Dog kan man udfra båndudskriften se at der er forskellige meninger om hvad der er det mest centrale.
Én mener:
"matematiske modeller og virkelighed"
Senere kommer der forslag om:
"Anderledes undervisning."
"Det er måske i virkeligheden hovedtemaet,..."
De forskellige meninger bliver altså ikke taget op til diskussion, men nedfældes i den rækkefølge de kommer.
I gruppediskussionen har eleverne forholdsvis svært ved at blive enige om hvad modellering er. En elev mener at have en klar definition på det og siger:
"Det er at tage noget fra virkeligheden og lave det mindre og mere enkelt."
Derefter diskuteres det, hvad man kan modellere, hvilket resulterer i nye overvejelser og der opstår tvivl om hvad det er der gøres mindre, når man modellere. En elev har et svar på dette:
"Det der bliver mindre det er alle faktorerne", hvorefter en elev siger:
"Så er modellering heller ikke særlig præcist."
- Man kan sige at eleverne inden diskussionen ikke har et helt klart billede af hvad modellering er, men at de dog alle sammen har en idé om at det der modelleres er noget fra virkeligheden. Dog er der en usikkerhed om hvordan dette skal gøres. Det lader dog til at de gennem diskussionen får et noget mere afklaret billede af hvad modellering indebærer.
Elevernes forestillinger om hvad modellering kan bruges til spænder fra:
"Til at bygge ting..." til *"forudse hvad der vil ske i fremtiden."*
På båndudskriften ses det at det eleverne forbinder med den anderledes undervisning hovedsageligt ligger i opgaveformen:
"Hvis man tager opgaverne, som vi normalt har så er det sådan nogle opgaver, hvor der er et facit og for det meste skal man ikke tænke så meget selv, der skal man bare finde en formel og så sætte det ind."
Det ses også at eleverne generelt ikke opfatter matematik som noget man kan bruge til særlig meget. Dog nævnes det at det gennemgåede modelforløb knytter matematikken tættere sammen med virkeligheden:
"...det her er det mest venlige for at forstå matematik i forhold til virkelighed, det ser man jo tit i aviser og sådan."

2.2 Bearbejdning af mindmaps og båndudskrifter for 2.y

<u>Gruppe 1, interviewer: Morten.</u>
Hvor vi i det følgende refererer til båndudskriften, er det til den første del der vedrører udarbejdelsen af mindmappet.
Gruppen har i deres mindmap, beskrevet elementer af både undervisningsteknisk- samt faglig karakter. Ved at holde mindmappet op mod båndudskriften, ser vi at det ligger gruppen naturligt at diskutere undervisningsformen, mens der på mindmappet er søgt at integrere nogle faglige udtryk. Ud fra båndudskriften er det interessant at se, hvorledes undervisningsformen beskrives med et væld af ord, mens der faktisk ikke ses nogle faglige begreber. De faglige begreber er derimod gengivet på mindmappet. Båndudskriften tyder altså på at de faglige begreber ikke diskuteres særlig meget. Selve mindmappet viser en tyngde af begreber omkring "anderledes matematik".
Den prioriterede liste diskuteres ikke på båndet der fremkommer en række forslag, men den liste der kommer ud af forslagene opstiller ordene i en anden rækkefølge det er ikke ud fra båndet muligt at følge transformationen fra den ene liste til den anden. Resultatet blev:
1. Modeller
2. Kompartmentdiagrammer
3. Sandsynlighedsregning
4. Modelleringsproces
5. Statistikker
6. Virkelighedsnært

7. Grafer og kurver
8. Gruppearbejde
9. Procentregning

Gruppens diskussion viser at de egentlig har forstået hvad modellering handler om. Det ses i kommentarer som:
"Bruge det til at opstille virkeligheden på en klar måde som er lettere at overskue, en graf viser meget mere end tal"
"Bruge det til misvisning, modellen kan se realistisk ud uden at være det"
"man kan bruge dem (red: modeller) til at forudsige ting, hvis man har taget hensyn til de vigtige ting".
En har den opfattelse at modellering skal bruges *"til at regne sandsynlighed".*
Gruppen er udbredt af den opfattelse at man kan lære matematik ved modellering:
"Man kan lære meget matematik. Det er jo det matematik handler om på en eller anden måde"
"...det er ikke kun den process, det er alle mulige ting man kan gøre det med... ". En elev kommer med en udtalelse om: *"...procentregning og forkorte udtryk... "* og da eleven bliver spurgt om det ikke er noget de har lært for lang tid siden, svares:
"Ja, men det er på en anden måde her. Det er mere virkelighedsnært, man kan se hvad man kan bruge det til, man kan se at alt det vi lærer i matematikken at man faktisk kan bruge det på en mere logisk måde. At det ikke bare er tal helt slavisk".
Eleverne udtaler enstemmigt at undervisningen har været anderledes, på følgende område: *".... Normalt arbejder vi alene eller to sammen, men her er man flere der prøver at tænke frem til en logisk løsning, man fik jo kun en enkelt sætning og så skulle man tænke sig frem sammen og så kom alle mulige med forskellige ideér, det var godt. ".*
De gav ved samme lejlighed udtryk for at *"Det var afvekslende".*

Gruppe2, interviewer: Ditte

Mindmappet er en blanding af det faglige indhold og kommentarer til dette. På størstedelen af mindmappet kommenteres de forskellige delforløb. F.eks. kommenteres kys-rygte modellen med ordet "sjovt". Influenzamodellen kommenteres med "lidt kedeligt". Afleveringsopgaverne kommenteres med "ikke sjovt".
Derudover er der udfra modeller lavet en sammenkædning af ord, der beskriver modelleringsprocessen. Dog benyttes selve ordet "modelleringsproces" ikke. Ordene er forbundet således: Modeller - vurdering – virkelighed – forenkling og afgrænsning – virkelighedsudsnit / system – matematisering – modeller.
Der er i alt 18 ord på mindmappet. De er alle skrevet udfra en fælles ramme som de kalder "Morten og Ditte".
Af båndudskriften for udarbejdelsen af mindmaps ses det at snakken har omhandlet elevernes meninger om delforløbene. Alle kommentarer på båndudskriften er medtaget på mindmappet. På mindmappet er der flest ord grupperet omkring modeller, som til dels udgør et kort resume af de modeller eleverne har beskæftiget sig med og som beskriver modelleringsprocessen.
De prioriterer ordene i følgende rækkefølge:
1. Kompartment
2. Modellering
3. Anderledes undervisningsmetode
4. Modeller man kan relatere til virkeligheden
5. Godt med afleveringsopgave især for øvelsens skyld
6. God underviser, spændende undervisning
7. Det var vigtigt at vi selv fik lov at arbejde med opgaverne.

Ifølge båndudskriften er der ikke mange kommentarer under gruppediskussionen, dette skyldes primært at der var en elev der hele tiden trak diskussionen af sporet. De kommenterer brugen af modeller mere end de diskutere hvad modellering er: Her er nogle citater:
"Modeller giver et spejl af virkeligheden – overblik. "
"Man skulle tænke selv – ikke bare tal som vi plejer. "
"Man husker det bedre, når man kan relatere det til noget. "
Det diskuteres ikke om forløbet har været anderledes. Der kommer kun en kommentar: *"MEGET anderledes – En anden måde at tænke matematik på. "*
Eleverne sættes til at diskutere hvad matematik kan bruges til. Her er der generelt heller ikke mange kommentarer. Den ene kommentar bærer præg af, at elevens opfattelse af hvad matematik kan bruges til ikke har ændret sig siden folkeskolen. Kommentaren lyder: *"Når man er ude at handle. "* Derimod er der en anden elev hvor det lader til at vedkommende har fået et større perspektiv på hvad matematik kan bruges til. Her er et citat: *"Efter det her er det mere virkelighedsnært. Man kan bruge det i alle fag. F.eks. hvad er det egentlig en graf viser. "*

Gruppe3, interviewer: Maria

Mindmappet beskæftiger sig hovedsageligt med det faglige indhold. Udfra båndudskriften ses det at diskussionen også omhandler det faglige indhold, hvoraf det hele er gengivet på mindmappet. Mindmappet tager udgangspunkt i papirets centrum, som kaldes "Matematiske modeller". Herudfra er modelleringsprocessen beskrevet med ordene:
"Modelleringsproces"
"Afgrænsning"
"Matematisering"
"Virkelighed kontra matematik"
"Vurderinger"
"Fejlfinding"
Derudover er matematiske modeller beskrevet udfra ordene:
"Tavleundervisning"
"Gruppearbejde"
"Modeller over alting"
"Kompartmentdiagram – flow"
"Formler og ligninger"
"Graf / tegninger"
"Anderledes", som yderligere beskrives ved ordene: "Kreativitet" og "logik".
Alle begreber er således knyttet til matematiske modeller. Der er i alt 17 begreber.
Eleverne sættes nu til at prioriterer ordene, så det vigtigste kommer først. Fra båndudskriften ses det at der bl.a. har gået en diskussion omkring betydningen af kompartmentdiagrammer:
"Jeg synes godt, du kan bruge det der kompartmentdiagram"
"-men det kommer senere!"
"Jeg synes ikke vi bruger det til en skid"
"Vi bruger det til at få et overblik".
Prioriteringslisten kommer til at se ud som følger:
1. Modelleringsproces
2. Kompartmentdiagram
3. Logik / kreativitet
4. Graf / tegninger
5. Formler / ligninger
6. Vurderinger

I Gruppen diskuterer de om man lærer matematik ved at modellere. Generelt er deres umiddelbare holdning at det nok er lidt svært:
"Jeg ved ikke om du lærer matematik, men du bruger matematikken til at sætte op som model."
"Man kan lære at præsentere nogle ting man kan bruge."
Det diskuteres ikke hvad modellering er, men der kommer en kommentar til hvad det kan bruges til:
"Hvis man nu tager en eller anden situation og prøver at se hvad der egentlig forårsagede denne situation og prøver at se hvad der egentlig forårsagede denne situation; hvis vi nu tager et sygdomsforløb på Samsø som vi havde, så kan man måske vide hvad der ville ske i en anden situation, hvor forudsætningerne er nogenlunde de samme....."
- Der er altså her en ide om modellering kan bruges til at forudse fremtidige hændelser.

Der nævnes at undervisningen adskiller sig fra den sædvanlige med følgende kommentarer:
"Vi plejer heller ikke at arbejde med emner. Det har man ikke tid til."
"Vi brugte længere tid på det end vi normalt ville have gjort."
"Det her er sådan mere noget med virkeligheden."
"Man kan tit brække sig over hvor lidt virkelighed, der er i den matematik, man lærer."
Gruppen diskuterer hvad man kan bruge matematik til, hvilket udmunder i en diskussion af indenfor hvilke erhverv matematik anvendes:
"Man kommer til at bruge det meget hvis man skal have højniveau i fysik eller hvis man skal være ingeniør, men hvis man skulle være psykolog eller hvad ved jeg kunne jeg ikke forestille mig at man skulle bruge det."
"Man skal nærmest bruge sandsynlighedsregning i alle erhverv."
"Jeg tror, det er en femtedel af de elever der læser, der kommer til at bruge deres matematik bagefter."
Elevernes opfattelse af matematik er altså knyttet til uddannelse.

Bilag

Bilag 1 Spørgeskema

Klasse _____ Køn: Pige ☐ Dreng ☐

Vil du vælge matematik på højniveau? Ja ☐ Måske ☐ Nej ☐

Synes du, at matematik er et vigtigt fag i gymnasiet? Hvorfor/hvorfor ikke? _____

Synes du, at du kan anvende den matematik, du lærer, til noget - evt. hvad? _____

Hvad tror du, at du evt. vil studere efter gymnasiet? _____

Tror du, man kan bruge matematik til det? **HVORFOR**?

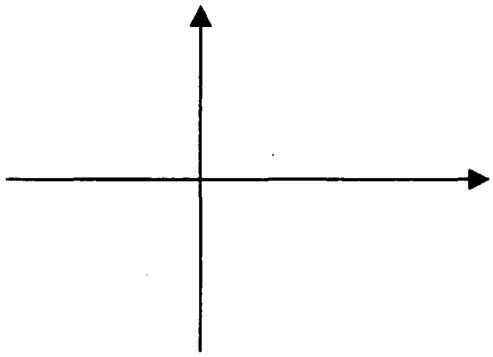
Har du en idé om, hvad en matematisk model er? Forklar!

Tegn følgende graf på lommeregneren:

$$y = \frac{20}{1+19*e^{-0,2*x}}$$

Hvor mange minutter tog det? _____

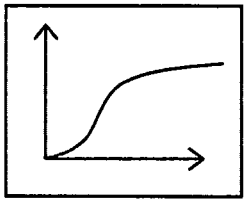
Skitsér den graf du fik frem på lommeregneren her:



Simone skal i Tivoli. Indgangen koster 44 kroner. Hver ting koster 20 kroner at prøve. Opstil funktionen for hvor meget Simones Tivolitur koster, hvis hun prøver x antal ture? _____

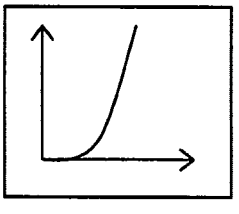
Hvilke(n) af de tre nedenstående grafer synes du beskriver udviklingen i antallet af gubbier i et lille akvarium dårligst? Hvilke(n) beskriver det bedst? Hvorfor?

1) Antal gubbier



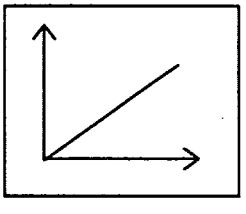
Tid

2) Antal gubbier



Tid

3) Antal gubbier



Tak for hjælpen!

Bilag 2 Undervisningsmateriale

Bilag 2.1 Undervisningsplan

SKEMA FOR 2.Y	Onsdag d. 15/11	Torsdag d. 16/11	Fredag d. 17/11	Onsdag d. 22/11
8-10		**Aktivitet:** Influenza-model 1 + 2 **Underviser:** Ditte og Morten **Observatør:** Maria og Jan		
10-12	**Aktivitet:** Intro til modeller Rygtemodel Ekstraopgaver **Underviser:** Ditte og Morten **Observatør:** ingen			**Aktivitet:** Evaluering Hjælp til afleverings-opgave **Evaluering:** Ditte, Morten og Maria **Afl.opg.:** Ditte og Morten
12-14			**Aktivitet:** Influenza-model 3 **Underviser:** Ditte og Morten **Observatør:** Maria og Jan	

SKEMA FOR 2.Z	Onsdag d. 15/11	Torsdag d. 16/11	Fredag d. 17/11	Onsdag d. 22/11
8-10				
10-12	**Aktivitet:** Intro til modeller Rygtemodel Ekstraopgaver **Underviser:** Sofie og Jess **Observatør:** Maria		**Aktivitet:** Influenza-model 3 **Underviser:** Sofie og Jess **Observatør:** Maria og Jan	**Aktivitet:** Hjælp til afleveringsopgave Evaluering **Afl.opg.:** Sofie og Jess **Evaluering:** Sofie, Jess og Maria
12-14		**Aktivitet:** Influenza-model 1 + 2 **Underviser:** Sofie og Jess **Observatør:** Maria og Jan		

Bilag 2.2 Undervisningsmateriale

Følgende program er lavet til os selv som undervisere, og er derfor visse steder på notatform og kan være indforstået.

Undervisning på Herlev Gymnasium november 2000
Program for første del af onsdag d. 15/11.

Entré.

Præsentation.
Vi fortæller hvad vi hedder, og at vi er fra Roskilde Universitets Center. Et universitet med meget gruppearbejde, og vi er en gruppe, som bruger et halvt år på at skrive et projekt om matematik i gymnasiet, samtidig med at vi ved siden af har valgfrie fag.

Motivation.
Baggrunden for vores projekt er, at vi selv oplevede i gymnasiet, at matematikken virkede meget distanceret i forhold til den virkelighed, vi kender, og vi tænkte så, om man kan undervise i matematik på en anden måde end traditionelt. Vi har valgt, at beskæftige os med modellering i gymnasiet (som I vil få at vide hvad er lige om lidt), fordi vi godt kan lide den indfaldsvinkel til matematikken.

Hvornår og hvem.
Vi skal undervise jer i denne her uges matematiktimer samt på næste onsdag, hvor vi vil hjælpe jer med en afleveringsopgave I får. Vi har valgt at gøre det på en sådan måde, at ham og hende underviser jer og ham/hende skal bare sidde og lytte med og se hvordan det forløber.

Hvad vi skal bruge undervisningsforløbet til.
Vi skal bruge dette undervisningsforløb til at drage konklusioner om det er en god måde at undervise på. Derfor er dette forløb med jer meget centralt i vores projekt, idet vi ønsker at få en ide om hvad, I har fået ud af denne undervisning.

Hvorfor evaluering.
Vi vil holde en evaluering af forløbet til sidst, for at høre jeres mening om forløbet. Vi håber, I vil hjælpe os ved at deltage aktivt i timerne.

Navneskilte.
Vi beder dem om at lave navneskilte (vi har selv papir med).
(Vi fortæller dem IKKE, hvad vores problemformulering er.)

Introduktion til Modeller

I kender sikkert ordet "model" fra jeres dagligdag.

Kan I nævne nogle eksempler?(skriv op på tavlen) TILFØJ SELV NOGLE EKSEMPLER

- (f.eks. trafikmodel(vil det hjælpe på køerne, hvis man bygger en bro over Øresund?)
- (f.eks. vækstmodel af en fisk(model over hvordan en fisk vokser)
- Befolkningsudvikling (model over hvordan en befolkning vil udvikle sig)
- Antal af biler. Model over hvor mange biler der vil være i Dk. om 50 år.

Men man kan spørge hvad ordet model egentlig betyder?

(Vi viser vores eksempler på forskellige modeller, f.eks. landkort, molekylemodel, legetøjsbil.)

Hvad har disse tre modeller til fælles? (skriv op på tavlen)
F.eks. hvad beskriver de og hvad beskriver de ikke (begrænsning)

Kan vi sammen komme til en konklusion?
f.eks. En model er en repræsentation af noget andet og kan kun bruges til bestemte formål. Den er et forenklet udsnit af virkeligheden

Matematiske modeller

Matematiske modeller beskriver også virkeligheden ligesom dem vi har vist jer.

Her bruger man bare matematik til at beskrive virkeligheden. Når man opstiller en matematisk model går man udfra følgende:

(Vi viser figuren om modellering på overhead og forklarer.)

Rygtemodel

Vi har nu set hvordan man en modelleringsproces kan foregå og nu vil han(navn) komme med et eksempel.

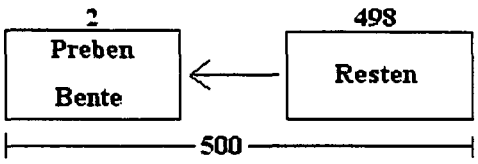
UNDERVISNINGSMATERIALE TIL 15/11

RYGTEMODEL

- **Step 1** Indledningsvis begynder vi med en historie, krydret efter behov. Vi tager udgangspunkt i sidste gymnasiefest, hvor Preben og Birthe(begge fiktive navne der i princippet kan erstattes med virkelige) var sammen på handicap-toilettet.
  Dette er vores afgrænsning i modelleringsprocessen (overhead).

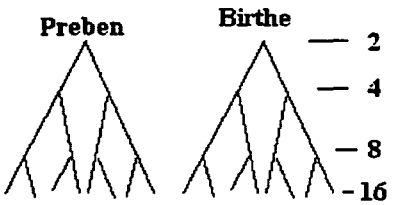
- **Step 2** Nu giver vi baggrunden for at ville undersøge rygtespredningen af denne hændelse på gymnasiet. Selve ideen med at beskrive et rygte via matematisk modellering.

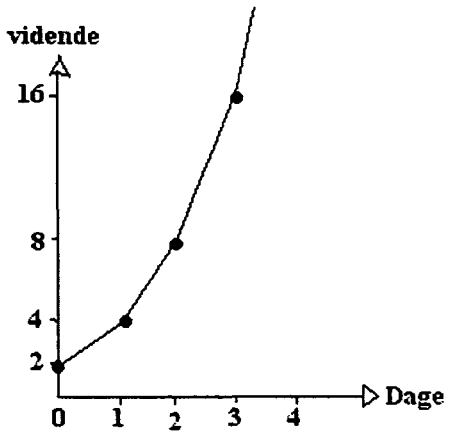
- **Step 3** Her introduceres til model/kompartment tankegangen.



- **Step 4** Vi forklarer nu hvorledes flow'et i vores kompartment-system løber. De fundamentale forudsætninger, som startbetingelser, max, etc...

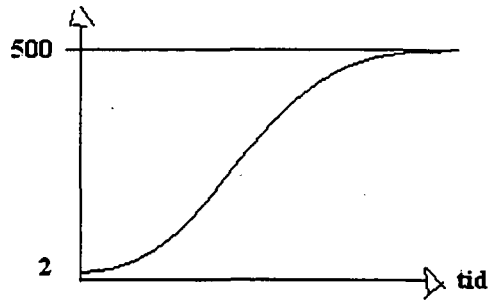
- **Step5** **Nu skal vi til matematiseringen i modelleringsprocesen (overhead).** Vi begrunder udviklingen via





"træmodellen": Dette sidestilles grafisk og eleverne inddrages til fremskrivning af rygtespredningen de første 4 dage. Rygteraten r defineres.

- **Step 6** Forhåbentlig kan eleverne hjælpe os til udledning af at den fremkomne graf vokser som exponentielvæxt. Logistisk graf tegnes. Har I set denne graf før? Kan I huske hvordan forskriften for den så ud?



- **Step 7** Til eleverne: "I dag giver vi jer modellen, i morgen og på fredag skal I selv være med til at udlede den matematisk.
  Nu er vi på det punkt, hvor vi kan opstille vores model i processen (overhead).
  Vi kaster udtrykket for logistiskvæxt i hovedet på eleverne (kun bestående af bogstaver repræsentative for konstante værdier).

$$V(t) = \frac{N}{1 + C * e^{-a*t}}$$

Denne skrives "med stort" fx i box og pointen er at vi nu trinvis vil opløse udtrykket vil indsættelse og beregning af de endnu ukendte værdier. De didaktiske overvejelser bag denne fremgangsmåde bunder i elevernes øgede forståelse for modellen/udtrykket ved selv at være med hele vejen igennem til det endelige udtryk.
ALLE BOGSTAVERNE SKAL FORKLARES ISÆR a (udtryk for hastigheden hvormed rygtet spredes) og C (begyndelsesbetingelserne: den brøkdel hver person i realiteten kan fortælle det til på dag 0).

N=500
C findes: ➔C isoleres =249

$$V(t=0) = 2 = \frac{500}{1 + C * e^{-a*0}}$$

a findes: ➔ a isoleres = 0.70

$$V(t=1) = 4 = \frac{500}{1 + 249 * e^{-a*1}}$$

Vi forklarer hvorledes a er et udtryk for rygteraten(r). Eleverne er med 100% til mellemregningerne!

- **Step 8** Det endelige udtryk opskrives:

$$V(t) = \frac{500}{1 + 249 * e^{-0.7*t}}$$

Eleverne indtaster udtrykket på deres grafregnere og vi hjælper med til korrekt resultat.

- **Step 9** Afslutningsvis vil vi kronologisk gennemgå de antagelser vi har gjort os i forhold til denne simple modellering.
  HUSK: Hvor skete set?
  Gymnasiet er et lukket system
  Interessen for rygtet aftager med tiden
  Rygteraten (hvor interessant er det? evt. efter hvem kyssede og hvordan kyssede de)
  Der kan ikke være én person, som råber det ud over hele gymnasiets kantine f.eks.

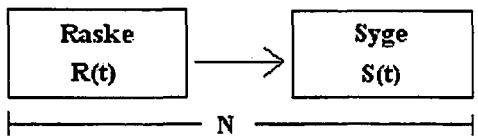
- **Step 10** Desuden vil vi have eleverne til at reflektere over hvilken indflydelse variation af fx C –og a-værdierne har. Overheads af disse grafiske resultater vises!

UNDERVISNINGSMATERIALE TIL 16/11

INFLUENZAMODEL (model 1).

- **Step 1** Fortæller vi nu vil gennemgå en 3 trins modelleringsproces, hvor modellen vil blive udbygget undervejs med argumentation og diskussion. Vi starter simpelt for at vise, at en model kan være så simpel, at den ikke beskriver virkeligheden godt nok i forhold til formålet vi stiller. Desuden gøres det for at gøre det mere overskueligt.
  Starter med en lille historie bag influenza som et eksempel fx er denne årstid jo oplagt.

- **Step 2** Vi har en befolkning på Samsø, hvor der er N antal mennesker. Dem deler vi op i to grupper: syge og raske. VIS PÅ OVERHÆD HVOR VI ER I MODELLERINGSPROCESSEN.
  Hvordan kan man opstille et kompartmentdiagram over dette? Eleverne svarer og vi opstiller:



N=S+R
Vi forklarer hvorledes de raske går hen og bliver syge med tiden.

- **Step 3** For at give eleverne en idé om de forskellige bogstavers værdi indføres følgende, som skrives på tavlen:
  N=1000 personer
  R(t=0)=980 personer
  S(t=0)=20 personer
  a=0.1 ➔ smitteraten: ved a=0,1 er der 10%, af de raske, der bliver syge pr. dag. Smitteraten er et udtryk for hvor stor risiko, du har for at blive smittet.
  (Det er et tal, vi har vurderet rimeligt, hvis det skal gøres helt korrekt, er den eneste mulighed at fastsætte denne værdi udfra undersøgelser i virkeligheden.)

  t måles i dage. Tid/dag. Ikke i andet (timer, minutter)!!! Lægen indberetter én gang dagligt. Man skal fastsætte et andet a, hvis enheden på t ændres (jævnfør rentesregning med renten).

- **Step 4** Nu vil vi vise den trinvise udvikling af modellen dag for dag for de raske.

  R(1)=R(0)-a*R(0)

  R(1)=R(0)*(1-a)

  R(2)=R(1)-a*(R(1)

  R(2)=R(1)*(1-a)

  R(2)=R(0)*(1-a)*(1-a)

  R(2)=R(0)*$(1-a)^2$

  R(3)=R(2)*(1-a)

  R(3)=R(0)*$(1-a)^3$

$$R(t) = R(0) * (1-a)^t$$

$$S(t) = N - R(t)$$

Man kan derfor udtrykke forskriften generelt som:

$R(t)=R(0)*(1-a)^t$

Det samme gøres for de syge:
$S(1) = S(0) + R(0)*a$
$S(2) = S(1) + R(1)*a$
$S(t) = S(t-1) + R(t-1)*a$

- **Step 5** Men faktisk er det nemmere bare at gøre sådan her: $S(t)=N-R(t)$.
- Dette gælder til alle tider, uanset hvor mange der er raske og syge.

- **Step 6** *(gruppearbejde i grupper af 4, 10-15min.)*

De to grafer tegnes af eleverne på deres lommeregnere i samme vindue.
Nedenstående spørgsmål smækkes på overhead.

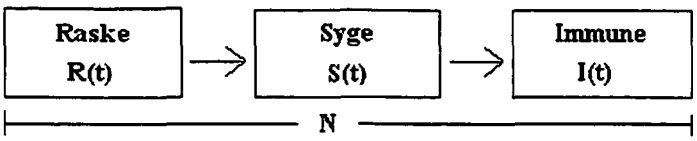
Beskriv kort grafernes forløb udfra overhæden for hinanden.
Er det et realistisk forløb?
Hvilke antagelser har vi gjort for at beskrive virkeligheden på denne måde. Rimelige/urimelige? Hvilke forhold kunne modellen forbedres med?

- **Step 7** Opsamling.
  Hver gruppe tager stilling til spørgsmålene. Vi tager stilling til alle deres svar. Men skal i sidste ende nå frem til, at de syge må blive raske igen og herefter ikke kan smittes (er immune)

  I diskussionen kan f.eks. indgå:

  1. Befolkningen er homogen (alle opfører sig ens, møder lige mange)
  2. Både syg og rask møder lige mange (indbygget i a)
  3. Afgrænsning til 1000 (de møder ikke nogen udenfor denne gruppe)
  4. Alle bliver syge
  5. Alle bliver ved med at være syge

- **Step 7 NY UNDERVISER.**
  Vi antager, at de mennesker der har været syge, efter et stykke tid bliver raske igen, og dermed immune, med en vis hastighed b=0.4. Dvs. at der er 40% af de syge, der bliver raske igen hver dag. Men samtidig er der hele tiden folk der bliver syge. Det er et flåw!!!
  Elverne skal svare på hvordan man kan opstille et kompartmentdiagram, der beskriver en sådan udvikling.



Forklar: De raske er dem, der kan smittes (modtagelige), mens de immune har været syge og ikke kan smittes længere.

- **Step 8** Ligesom før regner vi antallet af personer i de forskellige tilstande ud hver for sig. Hvordan kan man beskrive udviklingen i antallet af raske, syge og immune?
  Det skal I nu gøre i grupper. Èn gruppe tager de raske, én de syge og én de immune. Hvis de bliver færdige kan de gå i gang med en af de andre.
  Forklar hvad helbredelsraten er. Det er i forhold til de syge.

  For de raske er det fuldstændig det samme flow – ingen ændringer i ligningen.
  For de syge: Her ser vi at flåw'et har ændret sig som resultat af udvidelsen af modellen.

  Antallet af syge dag 1 må være:
  $S(1) = S(0)+a*R(0)-b*S(0)$
  $S(2) = S(1)+a*R(1)-b*S(1)$
  Generelt: $S(t) = S(t-1)+a*R(t-1)-b*S(t-1)$

  (Antallet af syge i morgen (dag 1) = antallet af syge i dag (dag 0) + dem der bliver syge i dag (dag 0) – dem der bliver helbredt/ immune i dag (dag 0).)

  Antallet af de immune dag 1 (i morgen) må være:
  $I(1)=I(0) + b*S(0)$
  $I(2)=I(1) + b*S(1)$

  Generelt: $I(t)=I(t-1) + b*S(t-1)$

  $R(t)=R(0)*(1-a)^t$
  $S(t) = S(t-1)+a*R(t-1)-b*S(t-1)$
  $I(t)=I(t-1) + b*S(t-1)$

- **Step 9** *Gruppearbejde: Eleverne bliver bedt om at regne de første 4 skridt ud, ét efter ét for hhv. raske, syge og immune. Forklares at alle ligninger er afhængige af hinanden. Vi har dog været så søde at gøre resten for dem. Så vi har facit, og sørger for at de forskellige grupper får det rigtige. De skal tegne deres talværdier ind på millimeterpapir for både raske, syge og immune.* ***Dette skal gøres vandret og der skal være plads til 50 dage.***

- **Step 10** Overhæd med forløb af model 1 og model 2. Grupperne skal diskutere modellerne. F.eks.: forklare forskelle og ligheder. Hvad er bedre i model 2? Hvorfor? Hvad passer stadig ikke?

- **Step 11** Samlet i klassen: vi samler op.

HUSK disse punkter:
-Eleverne skulle gerne kunne gennemskue, at raske-kurven er ens for de to modeller, mens syge+immune-kurverne i model 2 er lig med syge-kurven i model 1.
-Alle bliver ramt af influenzaen (dårligt).
-Antallet af hvor mange, der bliver syge, afhænger kun af hvor mange raske der er, ikke af hvor mange syge, der er til at smitte de raske (dårligt).
-Alle er ikke syge på samme tid (godt).
(Hvis eleverne nævner:"- Der er nogle der bliver vaccineret hvert år, de er ikke med." Kan vi argumentere med at så skal antallet af immune bare være større fra start og antallet af raske mindre.)

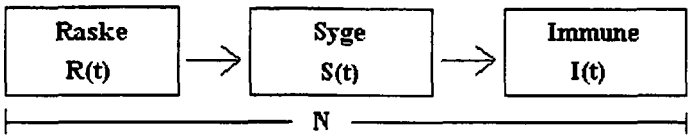
- **Step slut**: Vis hvordan vi er gået i gennem modelleringsprocessen. Vi fortæller, at i morgen vil vi udbygge modellen, så den stemmer endnu bedre overens med virkeligheden.

  Vi uddeler lektier til i morgen.

Undervisningsmateriale til 18/11.
Influenzamodel (model 3)

- **Step 0** Model 2 (de tre ligninger) er opskrevet i et hjørne på tavlen, så der kan henvises til dem

- **Step 1** Vi opstiller kompartmentdiagram igen:



Vi husker fra i går, at modellen ikke tog højde for, at alle i befolkningen selvfølgelig ikke bliver ramt af epidemien. Men til gengæld beskrev den korrekt, at alle ikke er syge på samme tid, da der er nogle, der bliver raske igen. Desuden afhang tilvæksten af de syge kun af hvor mange raske, der var og ikke af hvor mange syge der var i forvejen til at smitte de raske.

Det vil vi prøve at få med i den tredje udbygning af modellen i dag.

- **Step 2** (step 2+3 er udleveret til eleverne som lektie, (deres ark dog ikke indeholdende vores noter!)).

Vi skal nu indføre en faktor for sandsynligheden for at en person (Betina) møder en syg og selv bliver syg.
Først er vi nødt til at fortælle jer lidt om sandsynlighedsregning, for at gøre udviklingen af modellen mere forståelig.
Vi vil for en stund forlade epidemimodellerne for at se på noget sandsynlighedsregning. Vi vil illustrere to problemer inden for sandsynlighedsregningen, der vil opstå, når vi om lidt vil prøve at forbedre model 2: Den komplementære hændelse og uafhængige hændelser.
Hvad er sandsynligheden for, at man ved at kaste en terning 3 gange får mindst én sekser?
Ved ét kast er sandsynligheden for at slå en sekser 1/6. "Hændelsen IKKE at slå en sekser" kaldes "den komplementære hændelse til at slå en sekser". Sandsynligheden for en hændelse plus sandsynligheden for den komplementære hændelse er *altid* lig 1 (100%). Sandsynligheden for IKKE at slå en sekser er således: 1-(1/6) = 5/6 (idet 1/6 + 5/6 = 1)

Vi kaster terningen 3 gange uafhængigt af hinanden. At hændelserne er indbyrdes uafhængige vil sige, at udfaldet af et kast ikke har indflydelse på sandsynligheden af udfaldene af de andre kast. I sandsynlighedsregning skal sandsynlighederne af uafhængige hændelser ganges sammen.

Vi ser på sandsynligheden for den komplementære hændelse til "at slå en sekser"
(1-1/6=5/6). Da vi kaster terningen 3 gange er sandsynligheden for IKKE at slå en sekser i de tre kast lig: (1-1/6)*(1-1/6)*(1-1/6) = 5/6 * 5/6 * 5/6 = $(5/6)^3$.
Da vi ikke er interesserede i sandsynligheden for IKKE at slå en sekser, men i sandsynligheden for at slå mindst én sekser i de tre kast, må vi finde sandsynligheden for den komplementære hændelse til "IKKE at slå en sekser i tre kast".

Sandsynligheden for at slå mindst én sekser i tre kast:

$$1-(1-\frac{1}{6})^3 = 1-(\frac{5}{6})^3 = 0{,}42$$

Nu vender vi blikket tilbage til epidemimodellerne.

Der er stadig mangler ved model 2, da antallet af syge kun afhænger af, hvor mange raske, der er at smitte. Modellen tager ikke højde for hvor mange syge, der er til at smitte de raske. Derfor vil vi forsøge at udvide modellen yderligere, så den bliver endnu bedre.

Vi vil nu forestille os, at Betina er en rask samsøbeboer/samsing. Hun bevæger sig rundt på Samsø og møder nogle forskellige samsinge, som muligvis er syge. Hvis en af dem, som Betina møder er syg, bliver hun MULIGVIS smittet. Vi antager, at hver person, (altså også Betina), møder 9 forskellige og tilfældige samsinge i løbet af en dag. Hvis Betina møder en syg, vil vi sætte sandsynligheden, for at hun bliver smittet til 10 %, (smittefare, når rask møder syg). Da vi kender antallet af syge på Samsø og populationens størrelse er 1000, kan vi beregne sandsynligheden for, at en af Betinas kontakter er syg, og at hun selv bliver smittet af denne syge person.

$$\frac{\textit{Antallet af syge}}{\textit{populationens størrelse}} = \frac{S(t)}{N} = \frac{S(t)}{1000}$$

Hvis sandsynligheden, for at Betina møder en syg, er $\frac{S}{N} = \frac{S(t)}{1000}$, og hvis sandsynligheden, for at Betina bliver smittet af denne syge, er a = 0,1, så er sandsynligheden, for at Betina ved en enkelt kontakt møder en syg og ved denne lejlighed bliver smittet:

$$a * \frac{S(t)}{N} = 0{,}1 * \frac{S(t)}{1000}$$

Vi ved fra eksemplet med terningekast at de to sandsynligheder skal ganges med hinanden, idet de to hændelser er indbyrdes uafhængige.

Dette eksempel skal ikke gennemgås:

Eksempel:
Hvis der er 85 syge, så vil sandsynligheden for, at Betina ved en enkelt kontakt møder en syg og ved denne lejlighed smittes være:

$$0{,}1 * \frac{85}{1000} = 0{,}0085$$

Vi fastsætter, at Betina møder ni samsinge i løbet af en dag. Vi skal altså finde ud af, hvad sandsynligheden er, for at Betina bliver smittet ved møde med ni forskellige tilfældige personer.

Kassen her skal ikke gennemgås:

Sandsynligheden for, at Betina bliver smittet ved møde med ni forskellige personer, er =

1- (sandsynligheden for at Betina ikke bliver smittet ved møde med ni forskellige tilfældige personer) =

1- (sandsynligheden for at Betina ikke bliver smittet ved møde med én tilfældig person)^9 =

1- (1-(sandsynligheden for at Betina bliver smittet ved møde med én tilfældig person))^9

- **Step 3** Nu vil vi lave den endelige udbygning af a, fordi vores erfaringer siger, at det også har at gøre med sandsynligheden for hvor mange syge der er at smitte de raske

Da sandsynligheden, for at Betina bliver smittet ved møde med én tilfældig person, er $a*\frac{S(t)}{N}$, er sandsynligheden for, at Betina bliver smittet ved møde med 9 forskellige tilfældige personer:

$$\boxed{1-(1-a*\frac{S(t)}{N})^9}$$

Og generelt $1-(1-a*\frac{S(t)}{N})^p$

- **Step 4** Denne faktor kan vi nu erstatte med vores a fra model 1 og 2. Smitteraten, som før var konstant, bliver nu variabel, da tilvæksten af syge lige pludselig afhænger af hvor mange syge der er i forvejen.
  Derfor får vi følgende ligninger:
  De raske:

  $R(t) = R(0)*(1-a)^t$ Kan også skrives som:

  $R(t)=R(t-1)-R(t-1)*a$ => $R(t)=R(t-1)-R(t-1)*(1-(1-\frac{S}{N}*a)^p)$ =>

  $R(t)=R(t-1)-R(t-1)+R(t-1)(1-\frac{S}{N}*a)^p)$ => $\boxed{R(t)=R(t-1)(1-\frac{S}{N}*a)^p}$

  $R(t)=R(t-1)*(1-\frac{a*S(t-1)}{N})^p$

  De syge: $\boxed{S(t)=S(t-1)+R(t-1)*(1-(1-\frac{a*S(t-1)}{N})^p)-b*S(t-1)}$

  De immune ændres der ikke på, fordi den hastighed, hvormed man bliver rask ikke har noget at gøre med hvem man møder, derfor: <u>I(t) = I(t-1)+b*S(t-1)</u>

- **Step 5** Eleverne får udleveret tre grafer med forskellige sandsynlighedsrater. De skal tage stilling til følgende spørgsmål:

  Spørgsmål til model 3 ved ændring af parametrene.
  I skal kigge på de tre grafer og derved få en forståelse for, hvor meget de enkelte parametre (a og p) betyder ved at besvare nedenstående spørgsmål:

  1) *Kig på de to øverste grafer. Bestem hvornår 50% enten er eller har været syge.*
  2) *Hvad er forskellen på sygdommens forløb (de syge) på de to grafer?*
  3) *Hvilken indflydelse har smitteraten på hvor mange, der når at blive syge?*
  4) *Kig på den nederste graf. Bestem hvornår 50% enten er eller har været syge. Sammenlign dette resultat med det resultat du fik ved den øverste graf.*
  5) *I hvilke tilfælde vil det være på sin plads at ændre antagelsen p=9?*

- **Step 6** Overhæd over model 1+2+3 smækkes på. Evaluering af model 3.
  Hvilke forhold ved modellen er stadig ikke realistiske trods vores forsøg på at tilpasse den så godt til virkeligheden som muligt?

  <u>HUSK ved diskussionen:</u>

Alle personer har lige mange kontakter per dag, gennemsnit (fx hvad med børn i institution?)
Alle er lige modtagelige (ældre kontra unge)
Vi går udfra at befolkningen er blandet af unge+gamle.
Set bort fra at der ikke er nogen, der dør af influenzaen.
Set bort fra at der ikke er nogen, der har haft sygdommen før og dermed er immune fra start.

- **Step 7** Spørgsmål på klassen: Hvert år er der især mange gamle, der bliver vaccineret. Hvad skal man gøre ved modellen for at få denne parameter med?
  Smæk overhæd på over "model 3 med vaccine".
  (svar: man skal selvfølgelig bare gøre antallet af immune større fra start samt antallet af raske mindre fra start)

Bilag 2.3 Ekstra opgaver

Opgave 1:
a. En beholder med vand tømmes ved at der åbnes for bundventilen. Opstil et kompartmentdiagram der beskriver situationen.

b. Hvordan ser kompartmentsystemet ud, hvis en vandhane fører vand til beholderen?

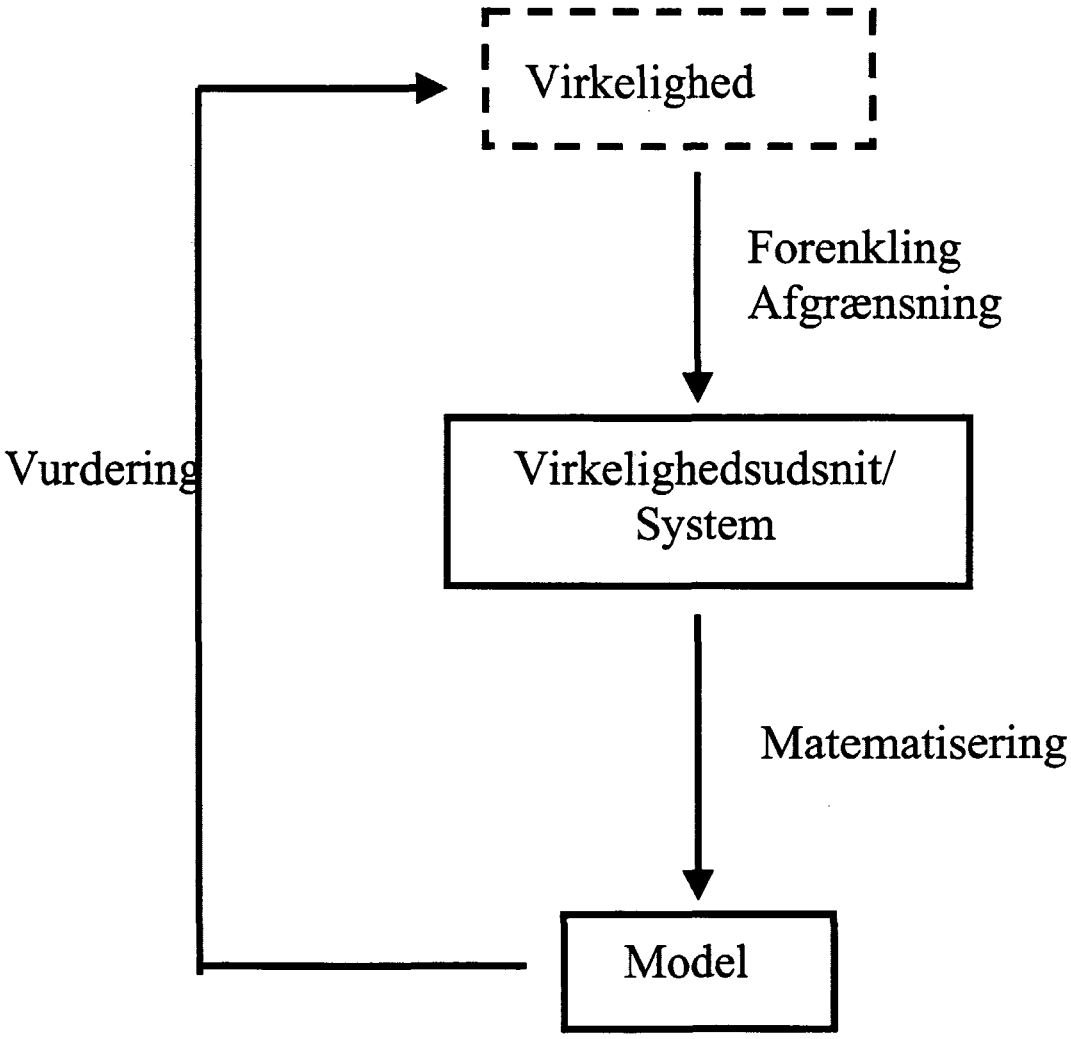
Opgave 2:
Opstil et kompartmentdiagram, der beskriver mængden af skrald på en forbrændingsanstalt.

Opgave 3:
Opstil et kompartmentdiagram til beskrivelse af vandstanden i en sø.

Opgave 4:
Lav et kompartmentdiagram, der beskriver den tilbagelagte strækning, som en marathonløber tilbagelægger under løbet. Gør det samme for den resterende strækning, som løberen mangler at tilbagelægge.

Opgave 5:
På en bøtte maling står der, at den har dækkeevne på 6 m^2 pr. liter. Hvor tykt et lag skal der til for at malingen kan dække en overflade?

Bilag 2.4 Modelleringsproces



Bilag 2.5 Afleveringsopgave og besvarelser

Vi har valgt at formulere disse opgaver meget åbent, da vi gerne vil have, at I forsøger jer frem med forskellige idéer og tal. Flere gange kan I derfor støde på steder, hvor I måske synes, der mangler værdier eller præcise beskrivelser – vi håber I vil tage dette som en udfordring!

God Fornøjelse

Opgave 1 – Bilismens udvikling

Beskriv bilismens udvikling.

Hvis du skulle opstille en matematisk model over bilismens udvikling over tid, hvordan ville du så gribe det an?
Denne opgave er en slags matematisk stil, dvs. at vi gerne vil have, at du gør rede for dine overvejelser og antagelser samt hvordan *du* har valgt at afgrænse systemet. Det er altså ikke hensigten, at du skal inddrage talstørrelser i denne opgave.
Du må gerne lave forklarende figurer (f.eks. grafer eller kompartmentdiagrammer).
Husk, at det skal fremgå tydeligt, hvilke overvejelser du gør.

Opgave 2 – En dyrebestand

Beskriv udviklingen af en dyrebestand til tiden t. Dette kunne du vælge at gøre på følgende måde: Opstil kompartmentdiagram over din udvalgte dyrebestand. Skriv forklaring og talstørrelser på pilene. Opstil en ligning ud fra dit kompartmentdiagram.

Opgave 3 – Minkfarmen

Johnny er minkavler, opdrætter mink til fabrikation af pelse. Johnny´s bedrift er stor og derfor kan han regne med, at minkene formere sig med en konstant procent f hver uge. Samtidig dør der – af forskellige årsager – også en vis procent d hver uge. Herudover udtages der hver uge m mink til pelsning.

Tegn et kompartmentdiagram over systemet, og skriv gerne forklaring til.

Johnny regner med, at minkene formere sig med 4% hver uge, at der hver uge dør 1% og at han hver uge kan udtage 25 til pelsning. I dag har Johnny 1300 mink.
Hvor mange mink har Johnny om en uge?
Tegn en graf for Johnny´s minkbestand over de næste 10 uger, og udled en generel formel, der beskriver udviklingen i minkbestanden.

A) Johnny får tilbud om at købe flere mink. Hvordan vil hans egen bestand udvikle sig, hvis han vælger at købe dem?

B) Johnny får besøg af Dyrenes Befrielses Front og en del af hans bestand bliver sluppet fri. Hvordan udvikler hans bestand sig? Hvor mange dyr skal undslippe for at hans bestand vil uddø? – (dvs. ud over den mulighed at alle minkene slippes fri!)

C) Johnny får tilbud om at købe flere mink. Hvordan vil hans egen bestand udvikle sig, hvis han vælger at købe dem?

D) Johnny får besøg af Dyrenes Befrielses Front og en del af hans bestand slipper fri. Hvordan udvikler hans bestand sig? Hvor mange dyr skal undslippe for at hans bestand vil uddø? – (dvs. ud over den mulighed at alle minkene slippes fri!)

Elev K 2.y

Matematikaf[redacted] Maria [redacted]

K 1/4 Opg 1: Bilismens [redacted]

Først ville jeg gøre mig nogle antagelser.

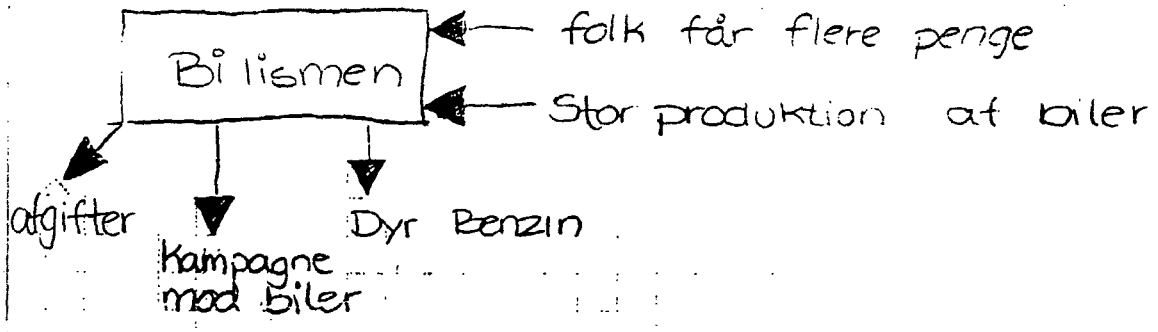
Mine antagelser er

afgrænsning

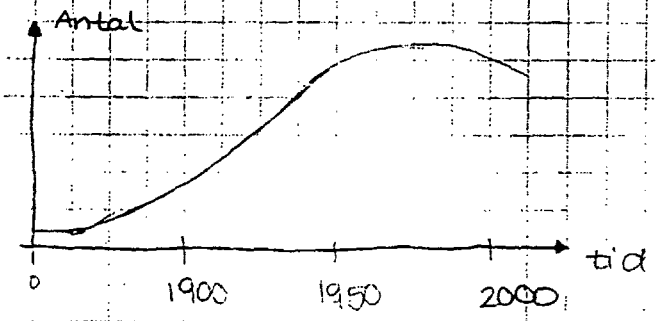
1) Jeg beskæftigere mig med bilismens udvikli[redacted] i Danmark

2) Og jeg ser på udviklingen fra 1900 - 2000

Jeg laver så et kompartimentdiagram, hvor bilismen er i en kasse hvor ting som får bilismen til at stige skal pege ind mod kasen og ting der får [redacted] til at falde skal [redacted] ud. dvs. sådan nog.



Jeg at min graf kommer til at se sådan ud.

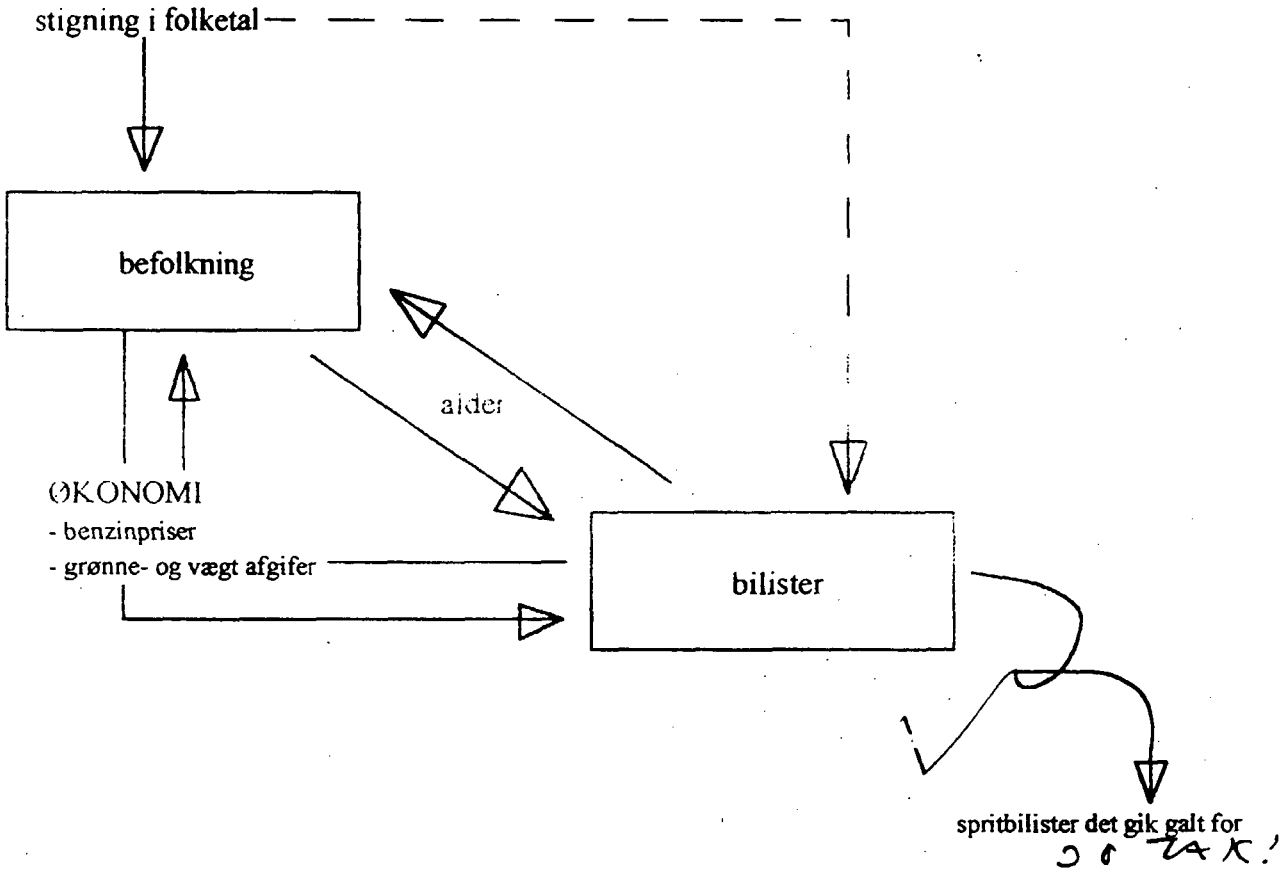


Men det er svært at sige præcist hvordan den vil se ud da jeg sikkert ikke har taget højde for alle antagelserne der er.

fortsættes →

ELEV G
[redacted] 22

Opg. 1 – Bilismens udvikling

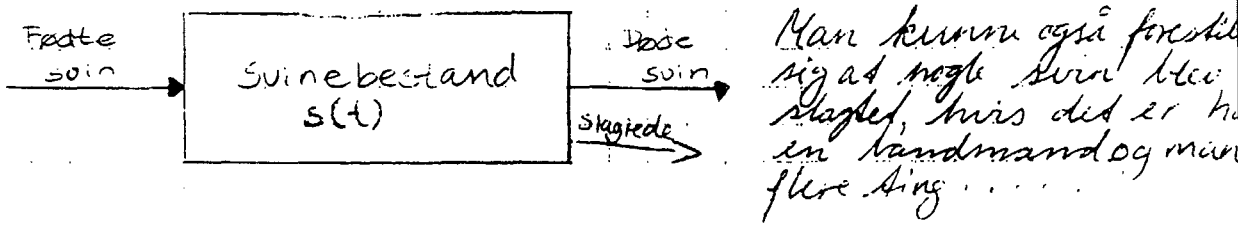


Generelt vil antallet af bilister stige, da befolkningen hele tiden vokser, og deraf flere bilister (den stiplede linie).
Derudover afhænger det også af de økonomiske omstændigheder. Hvis benzinpriser og div. afgifter stiger, vil folk tage cyklen eller de offentlige fordi de ikke har råd til at holde bil. Til gengæld vil der så også være flere der får råd til at køre i bil hvis priserne falder.
En anden faktor er alderen. For det første må man jo ikke køre bil før man bliver 18 (og har fået sig et køre kort, endnu en økonomisk faktor). For det andet er det begrænset hvor længe folk kan, tør, vil og må køre bil. GOD OVERVEJELSER!

A-PROVE A 2.7

OPGAVE 2

Beskriv udviklingen af en dyrebestand til tiden t.
Dette kunne gøres ved at opstille et kompartment-diagram over den udvalgte dyrebestand.
Jeg vil beskrive dyrebestanden af svin.



Man kunne også forestil sig at nogle svin blev slagtet, hvis det er h en landmand og man flere ting . . . .

Jeg [illegible] at [illegible] er et lukket system [illegible]

Fødselsraten, a = 0,2

Dødsraten, b = 0,1

Svinebestanden, N 500

Herefter kan jeg så opstille en ligning:

$$s(t) = s(t-1) + a \cdot s(t-1) - b \cdot s(t-1)$$ ✓

Udfra dette kan man se at svinebestanden (s(t)) idag er steget med svinebestanden af fødte svin fra igår, og at den er faldet med svinebestanden af den der døde igår. Svinebestanden er altså en stigende funktion ✓

fint

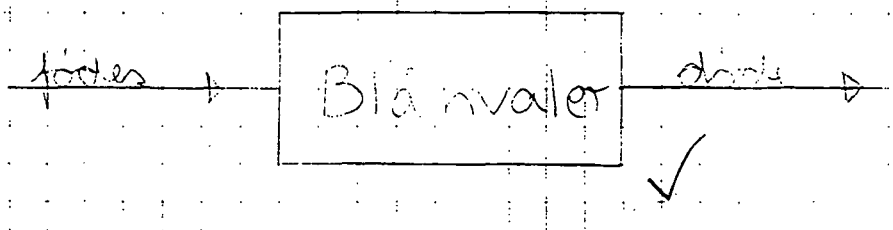
2/6

ELEV C, 2Z

Matematik

Oppgave 2

Jeg opstiller et komportmentdiagram over udviklingen af blåhvale i Jamesøen.



$N(0) = 1000$

fødselsrate $= 0{,}10 = f$

dødsrate $= 0{,}20 = d$

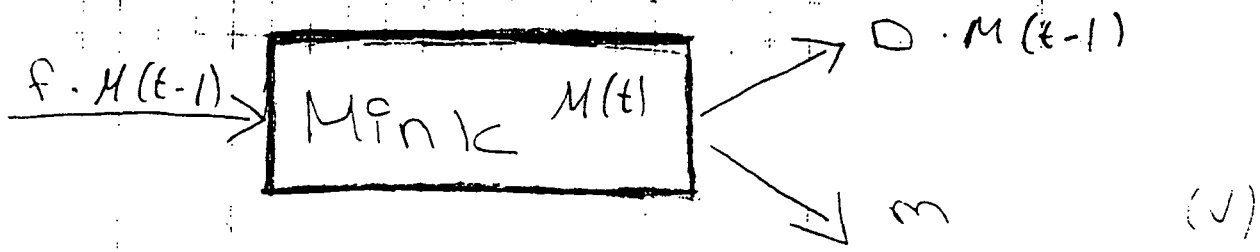
$N(t) = N(t-1) + N(t-1) \cdot f - N(t-1) \cdot d$

UDDOR PRINT HURTIGT, HVA'?

Opgave 3 - Minkformering

Johnny er minkavler, og opdrætter mink til fabrikation af pelse. Johnny's bedrift er stor og derfor kan han regne med, at minkene formerer sig med en konstant procent f hver uge. Samtidig dør der af forskellige årsager - også en vis procent d hver uge. Hertil over tagages der hver uge m mink til pelsning

A) Tegn et kompartmentdiagram over systemet, skriv gerne forklaring til



(V)

f står for at de formere sig og det vil sige at der kommer flere mink derfor skal de gå ind i systemet, men D = Døde gå ud af systemet, da de dør og derfor fil VCK. M = mink til pelsning og de går også ud af systemet og derfor også en fil VCK.

B) Johnny regner med, at minkene formere sig med 4% hver uge, og der dør 1% hver uge, og der bliver udtaget 25 mink til pels hver uge. Johnny har 1300 mink. Hvor mange mink har Johnny om en uge? Tegn en graf for Johnny's minkbestand over 10 uger, og udled en generel formel, der beskriver udviklingen i minkbestanden

Jeg tager de 1300 og finder 4%

$\frac{1300 \cdot 4}{100} = 52$ mink

Og 1% af 1300

$\frac{1300 \cdot 1}{100} = 13$ mink

[illegible] 1300 + 32 = 25 [illegible] mink

Så det vil sige at efter en uge har han 1314 mink

EN uge = 1314 mink

To uger = 1328,5 mink

tre uger = 1343,3 mink

fire uger = 1358,6 mink

fem uger = 1374,3 mink

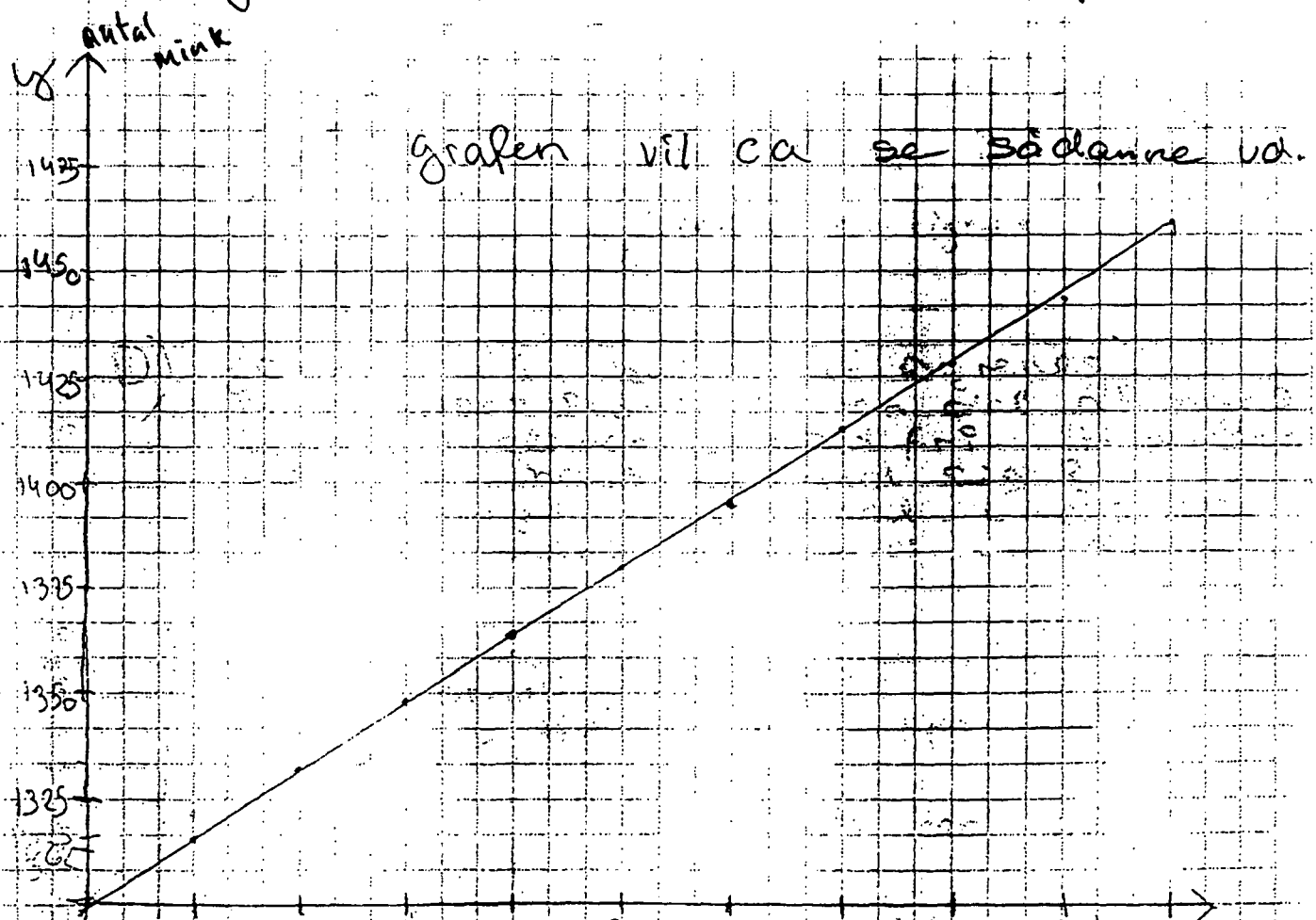
Seks uger = 1390,6 mink

syv uger = 1407,3 mink

otte uger = 1424,5 mink

Ni uger = 1442,2 mink

ti uger = 1460,5 mink



Den generelle formel [illegible]

$M(t) = M(t-1) \cdot 1{,}04 - M(t-1) \cdot 0{,}01 - 25$ mink

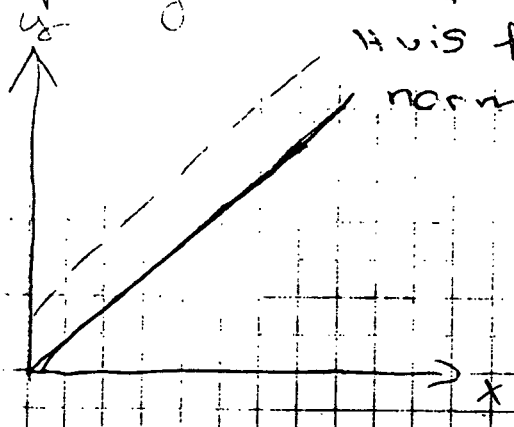
De mink vi har gange det de avler

minus dem der dør ud af hele mængden af mink

minus dem der bliver taget ud af bestan som er til pels.

c) Johnny får tilbud om at købe flere mink. Hvordan vil hans egen bestand udvikle sig, hvis han vælger at købe dem?

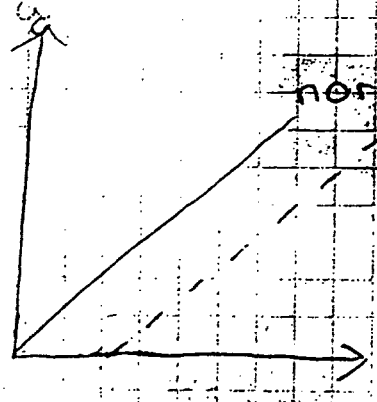
Så linjen bliver rykket hænger op på y aksen.



%

ikke bare en parallel-forskydning. Bestanden vil vokse hurtigere

D) Johnny få besøg af Dyrenes Befrielses Front og en del af hans bestand bliver sluppet fri. Hvordan udvikler hans bestand sig? Hvor mange dyr skal undslippe for at hans bestand vil vokse?



forskydt ned på x aksen

/ samme som C

Jeg vil danne en ulighed for at finde ud af hvor mange mink der skal udslippe for hans bestand vil udø.

bruger den generelle formel som jeg har fundet for i opgaven.

$M(t-1) > M(t-1) \cdot 1{,}04 - M(t-1) \cdot 0{,}01 - 25 \Leftrightarrow$

$M(t-1) > M(t-1) \cdot 1{,}03 - M(t-1) - 25 \Leftrightarrow$

$0 > 0{,}03\, M(t-1) - 25 \Leftrightarrow$

$0{,}03\, M(t-1) < 25 \Leftrightarrow$

$M(t-1) < \frac{25}{0{,}03} \Leftrightarrow$

$M(t-1) < \underline{\underline{833{,}33}}$ ✓

D.v.s at der skal udslippe 833,33 mink for Johnny % % bestand af mink vil udø.

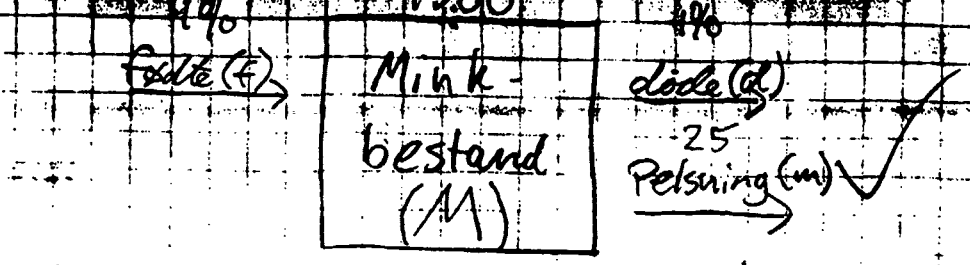
Nej der skal være 833 eller færre mink tilbage, hvis bestanden skal udø.

SLUT

OK

Bilag side 27

A)



Minkbestandens størrelse afhænger af forholdet mellem antal fødte, og antal døde og udtagene mink til pelsning.

B) Generel ligning for minkbestandens udvikling:

$$M+1 = \frac{(f-d)\cdot M}{100} - m + M$$

FEDT UFUNKT!

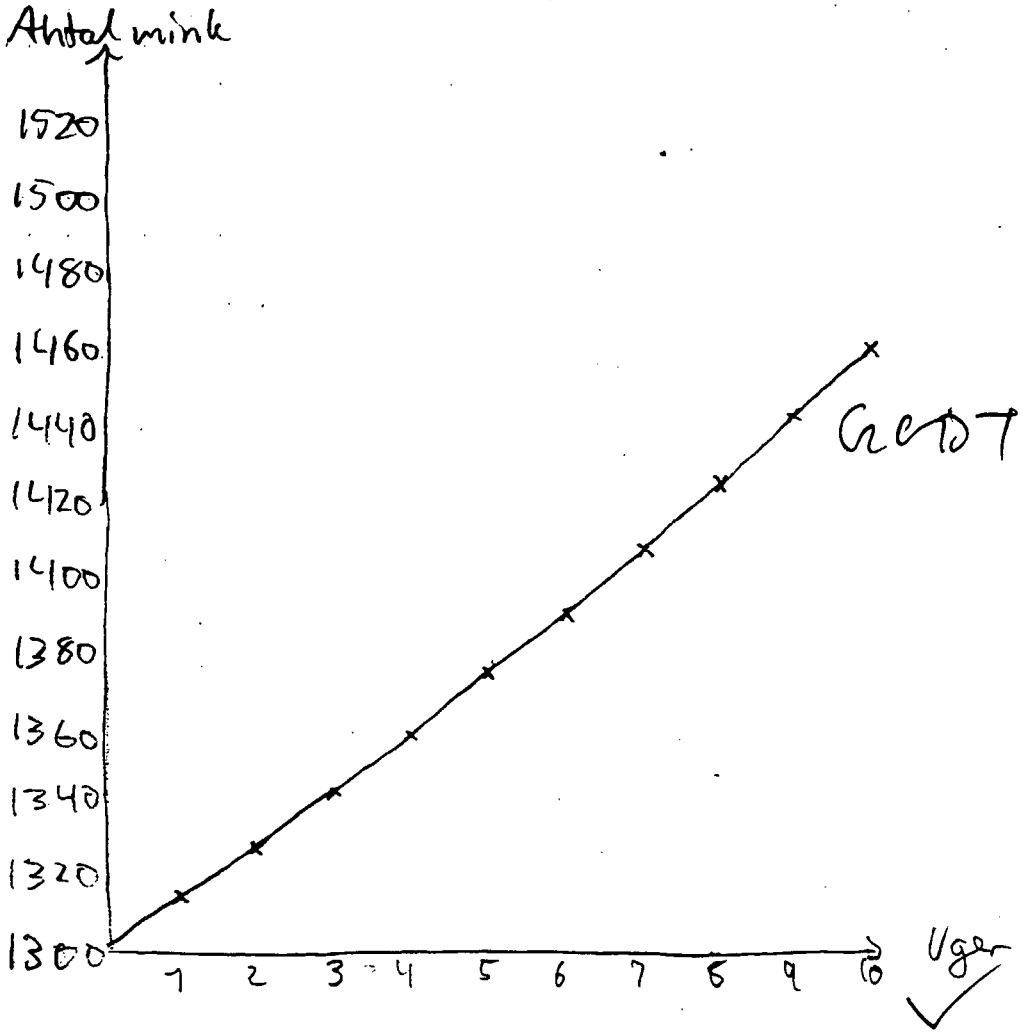
Antallet af mink lig med fødselen på dødsfald og formering minus udtagning plus bestanden.

Antal mink Johnny har om en uge findes ved indsættelse af de respektive værdier for bestand, fødte, døde og udtagne i ligningen.

$$M+1 = \frac{(4-1)\cdot 1300}{100} - 25 + 1300 \approx 1314$$

Johnnys minkbestand over de næste 10 uger:

Uger	Minkbestand
1	1314
2	≈ 1328
3	≈ 1343
4	≈ 1358
5	≈ 1374
6	≈ 1390
7	≈ 1407



C) Hans startbestand vil vare større og stige hurtigere.

D) Ved indsættelse i min formel i D) har jeg regnet mig frem til at hvis der bliver slupet 833 eller ~~derover~~ DERUNDER ud vil hans bestand langsomt udde. (indsættelsen at 833 giver et resultat der ligger under 833 og bestanden går derfor ned)
Hvis Dyrenes Betrielses Front slipper en del at hans bestand fri vil resten at bestanden falde i udvikling (dykke).

DU HAR STÅR PÅ MATEMATISK RIGTIG GOD OPGAVE

[illegible] samme, forskelling, [illegible]) = A

[illegible] lærer og elev) = F

Observatørskema

Klasse: 2Z **Observatør:** Maria **Dato:** 15 /11 2000 **Side:** 4

Tid	Aktivitet	?	TAVLE/ELEVER	Observation
7 min	1			
[illegible] min	2	A	(3) Modelhus Målestok Fotomodel	uro bag (grin) små-snakken
	Modelhyle	B	rumlig opbygning forestiller noget virkeligt (1)	
7 min	2			Kigger stille 2-3 fraværende (psykisk) bag
3 min	3	C	(1) 2, (3) parabel v.h. eksponentiel (4)	Fnis, grin, opmærksomhed F = Jess taler
			(4) funktion flader ud	Ved matematikgennemgang opmærksomhed (graf + formel) stille 4 kommer for sent (snak med sidemand)
	matematik-spørgsmål		1 - Den samme	

[illegible] lærer

Bilag side 30

Bilag 3 Observationsskema

Bilag 4 Evalueringen

Bilag 4.1 Spørgsmål

- 5 min. - Får dannet 3 grupper ved at tælle (1,2,3..). Placerer en gruppe på gangen og to i klasselokalet.
- 5 min. – Individuel brainstorm på 2 min over: (10) ord, som er centrale for undervisningsforløbet.
- 10 min. - Gruppen laver et fælles mindmap.
- 5 min. - Gruppen udvælger de 5-10 mest centrale ord/begreber og prioriterer dem.
- 20 min. Diskussion i gruppen:

  Hvad er modellering? Hvad kan modellering bruges til? Lærer man matematik ved at modellere?

  Har undervisningen været anderledes? Hvis ja, på hvilke områder?

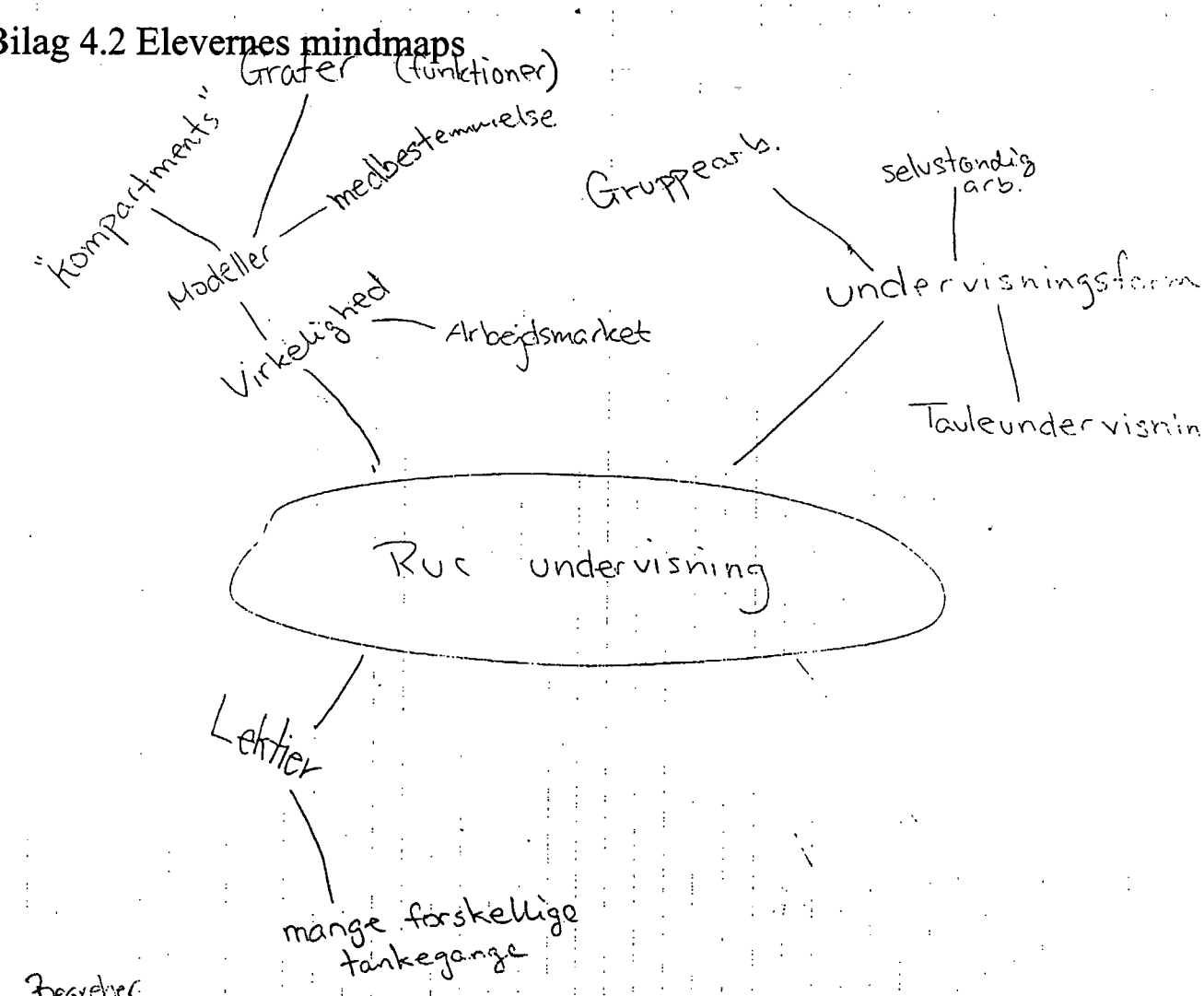
  I spørgeskemaet spurgte vi om I synes I kan bruge den matematik I lærer til noget. Stemmer den besvarelse overens med jeres nuværende opfattelse? Hvorfor/hvorfor ikke?

Tages i z-klassen lige før gruppeevaluering.
Tages i y-klassen lige inden dobbelttimerne slutter, dvs. efter lektiecafé.

- På klassen:

  Hvordan var underviserne?
  Hvordan har vores vægtning været af tavlegennemgang, klassediskussioner, lærertaletid, gruppearbejde osv.

Bilag 4.2 Elevernes mindmaps



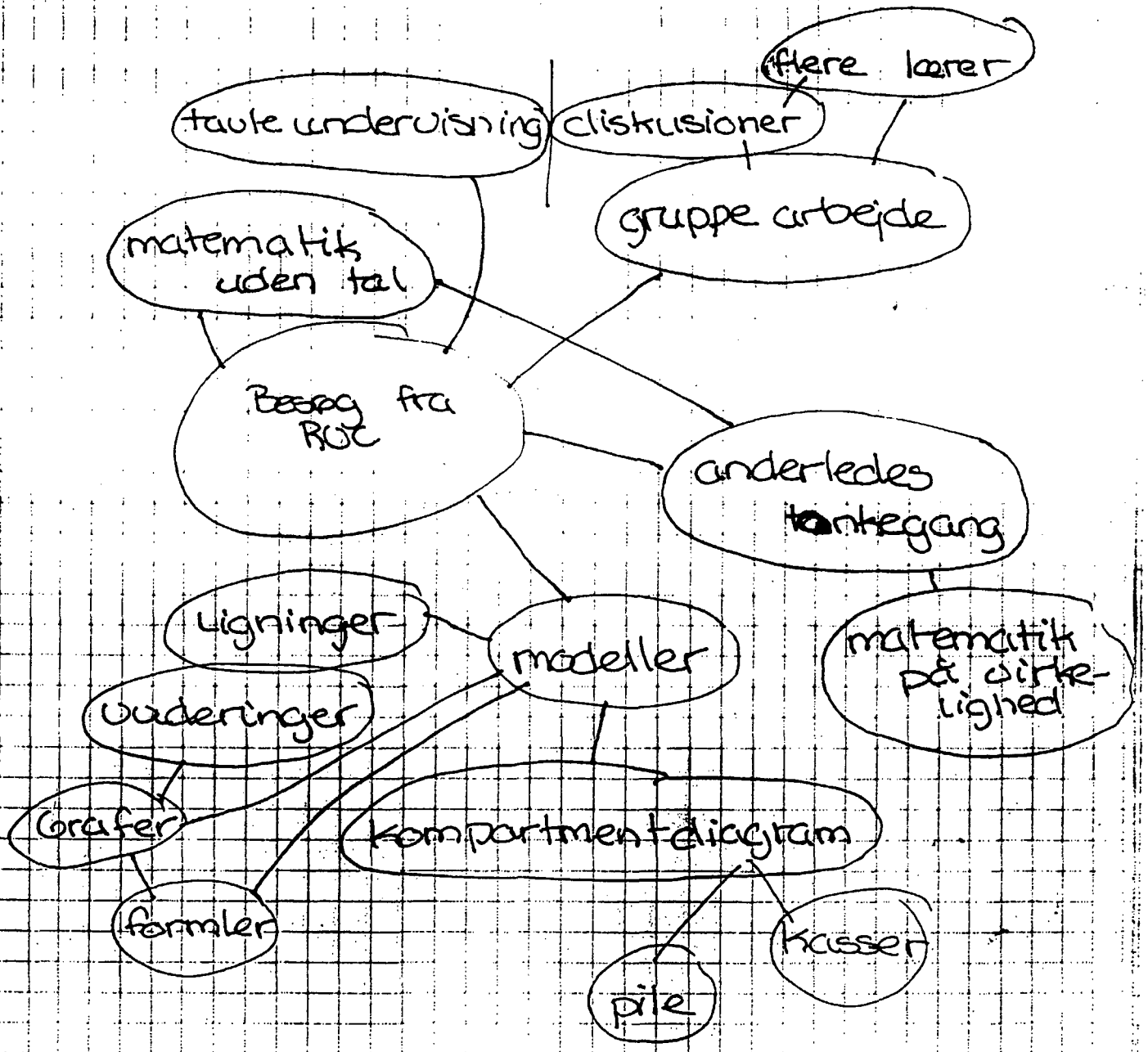
Begreber

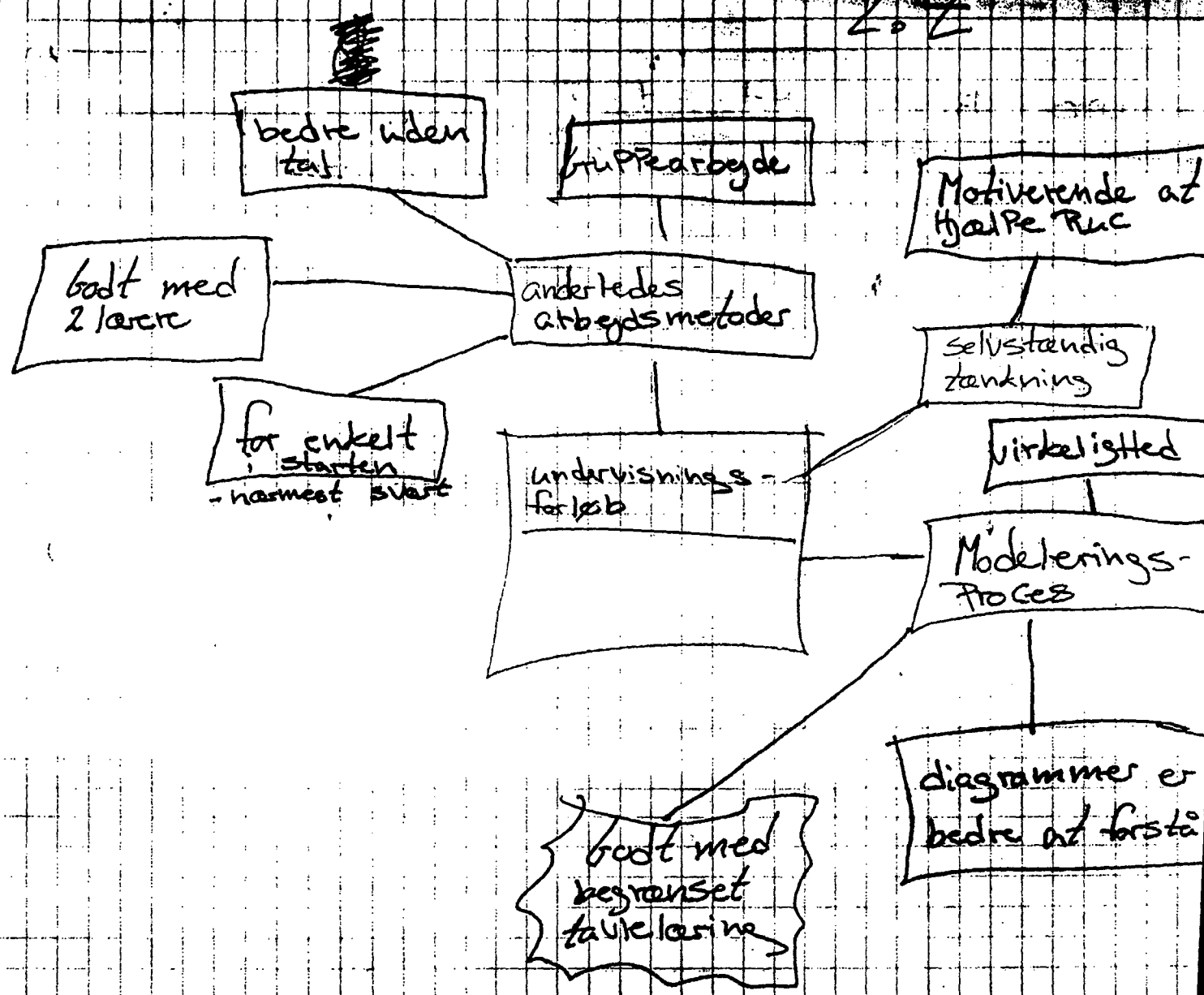
1. Matematiske modeller
2. Virkelighed
3. Funktione (udviklinger)
4. Gruppearbejde
5. Anderledes
6.

MAT Begreber

1. kompartments
2. strømninger
3. Forskrifter
4.

Gruppe 2z (Maria)


flere lærer
tavle undervisning
diskusioner
gruppe arbejde
matematik uden tal
Besøg fra RUC
underledes tankegang
ligninger
modeller
matematik på virke-lighed
vurderinger
grafer
kompartmentdiagram
formler
kasser
pile


bedre uden tal
gruppearbejde
Motiverende at hjælpe RUC
godt med 2 lærere
anderledes arbejdsmetoder
selvstændig tænkning
for enkelt i starten
- nærmest svært
undervisnings-forløb
virkelighed
Modelerings-proces
diagrammer er bedre at forstå
godt med begrænset tavlelæring

Anderledes.

Spændende

Logikken.

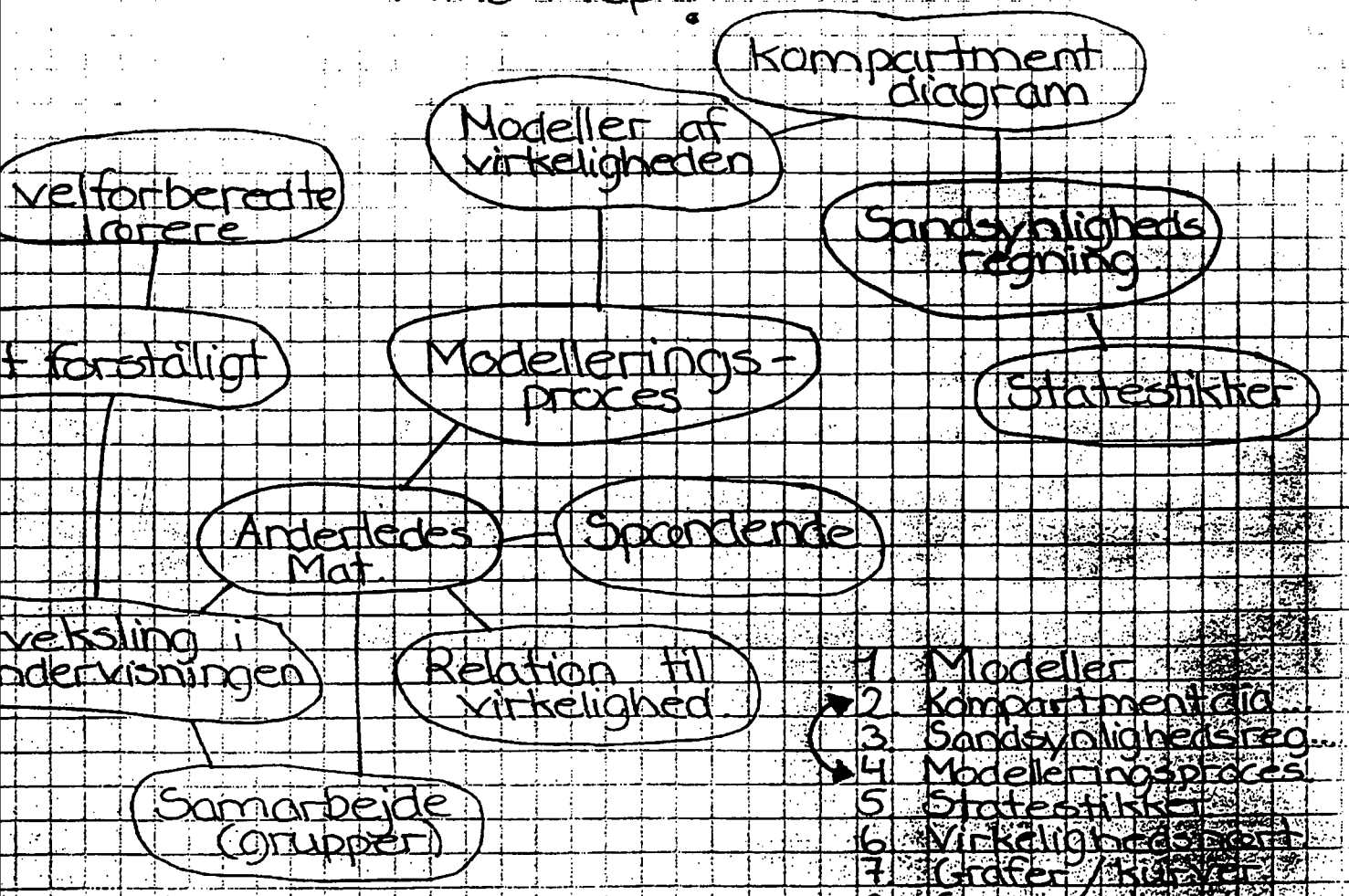
Virkeligheden.

Samarbejde.

Relation.

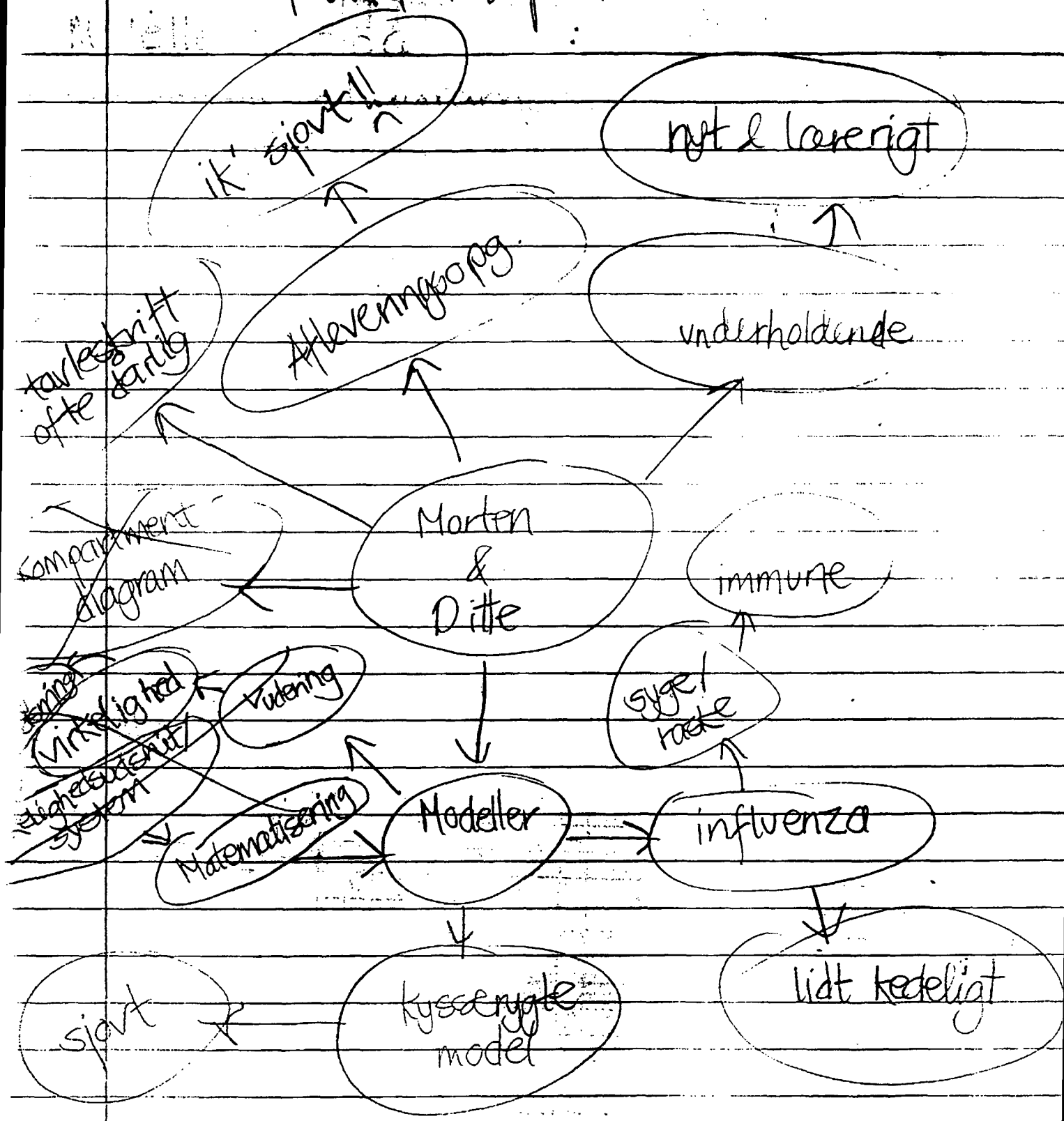
% resultat.

Mind Map

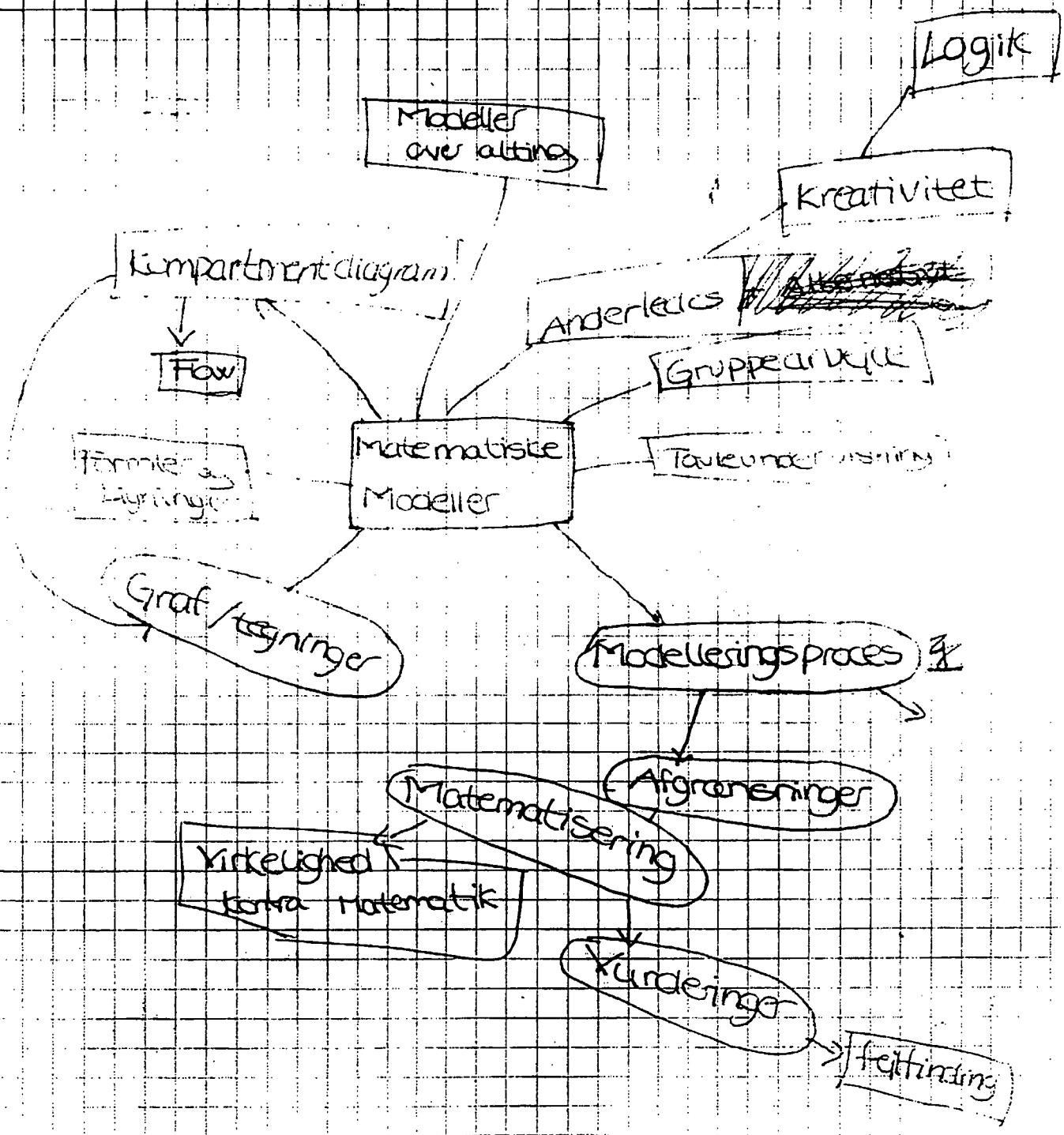


1. Modeller
2. Kompartmentdia...
3. Sandsynlighedsreg...
4. Modelleringsproces
5. Statestikreg.
6. Virkelighedskort
7. Grafer / kurver
8. Gruppearbejde
9. Procentregning

Mind Map


it' sjovt!!
nyt & lærerigt
Afleveringsopg.
underholdende
tavlestrift
ofte sædig
Morten
&
Ditte
compartment
diagram
immune
virkelighed
Vudering
sygt
racke
virkelighedsudsnit
system
Matematisering
Modeller
influenza
sjovt
kyssesyge
model
lidt kedeligt

Mind map


Logik
Modeller over udtrykk
Kreativitet
Kompartmentdiagram
Flow
Anderledes
Gruppearbejde
Matematiske Modeller
Tankeundersøgelse
Grafer/tegninger
Modelleringsproces
Afgrænsninger
Matematisering
Virkelighed
kontra matematik
Vurderinger
Fejlfinding

Bilag 4.3 Båndudskrifter

Evaluering i 2z, gruppe3, interviewer: Maria

- Opgave: 10 min. Gruppen laver et fælles mindmap der beskriver undervisningsforløbet, følgende ord/begreber kommer frem i diskussionen:

  "Ruc-undervisning", "matematik", "selvstændigt – man har skullet tænke selv", "virkelighed",
  "- Tænker du på undervisningsform? –Hvis man tænker på undervisningsform er der meget gruppearbejde."
  "Lav en ny pil hvor der står de opgaver vi har fået."
  "Modeller, virkelighed og diagrammer."
  "Kompartments."
  "Du har heller ikke skrevet noget med lektier."
  "Ja, det ville jeg også sige noget om de opgaver vi har fået for."
  "(ironisk) Sammenligning af rapporter?"
  "(ha, ha) Nej, for dem kan man ikke sammenligne."
  "Ej, jeg synes det er sådan der ikke er ét direkte resultat man kan gøre det på hver sin måde."
  "Man kan faktisk ikke sammenligne dem."
  "Det er anderledes."
  "Det er ikke ligesom rigtig matematik, hvor der er et resultat altid. Der er ikke noget der er forkert, - der er bare noget der er mindre rigtigt."
  "Anderledes tankegang."
  "Modeller der må være noget om udvikling, det er måske det samme som grafer."
  "Har vi skrevet noget om at det var os der lavede det hele nærmest."
  "Selvstændigt arbejde."
  "Medbestemmelse, - vi har ikke fået smidt det hele i hovedet, - vi har selv skullet tænke os til det."
  "Noget om at det har været en bedre undervisning."
  "Det synes jeg ikke du kan sige, for du kan jo ikke lave al undervisning på denne her måde."
  "Det tager også meget længere tid."

- Opgave: 5 min. Gruppen udvælger de 5-10 mest centrale ord og prioriterer dem.

  "Matematiske modeller og virkelighed, - det må være det mest centrale."
  "Jeg synes stadig virkelighed er rimelig meget vigtig, - det må så være nummer to."
  "Lektier, - jeg synes også godt, at man kan skrive at vi har været mere selvstændige end vi plejer." "Der har været meget gruppearbejde, men alligevel har man skullet tænke selv."
  "Anderledes undervisning."
  "Det er måske i virkeligheden hovedtemaet, - at det har været anderledes, - det har ikke været som det plejer."
  "Hvis I skulle tænke på det mere fagligt, - hvad ville I så skrive?"
  "Virkelighedsformler"
  "strømninger – det er det der kompartments med hvad vej de bevæger sig."
  "Matematiske begreber."

- Opgave: 20 min. diskussion i gruppen.

"Hvad er modellering?"

"Det er noget med at forme noget."
"Det er at tage noget fra virkeligheden og lave det mindre og mere enkelt."
"Det kommer an på hvordan man ser på det, fordi tager man det helt fysisk set, så er det noget med at lave en model af noget som man har set før, som ikke er det, men som ligner."
"Det behøver ikke at være noget du har *set*!"
"Nej, men noget du kender noget til."
"Lave en matematisk model og forme det så det passer til virkeligheden."
"Jeg tænker på hvis nu man skal modellere et eller andet skema for biler der kører rundt kan man da ikke sige at det bliver mindre."
"Det der bliver mindre det er alle faktorerne."

"Ja, men tænk på alle faktorerne det er ikke noget der alt sammen kan være der."
"Så er modellering heller ikke særlig præcist."

"Hvad kan modellering bruges til?"

"Til at bygge ting i hvert fald"
"forudse hvad der vil ske i fremtiden"
"modellering er jo for at vi og samfundet kan få det bedre og mere sikkert,"
"der er lidt statistik i det, men heller ikke så meget for det er jo ikke noget med at man går ud og spørger en hel befolkningsgruppe."
"Det er sådan ud fra nogle få resultater at man prøver at .....,"
"det er altså noget andet modellering kan altså have nogle flere ting i sig."
"Matematik det er at modellere. Alt det vi lærer det er jo noget nogen har modelleret før os, - det kan man da godt sige."

"Lærer man matematik ved at modellere?"

Båndet er for utydeligt.

"Har undervisningen været anderledes? På hvilke områder?"

"Vores lærer tegner også nogle gange grafer op på tavlen, - det gør det meget lettere at forstå."
"Der er ikke så meget gruppearbejde normalt."
"Hvis man tager opgaverne, som vi normalt har så er det sådan nogle opgaver, hvor der er et facit og for det meste skal man ikke tænke så meget selv der skal man bare finde en formel og så sætte det ind."
"Jeg synes også at den undervisning der har været ved tavlen har været mere på samme niveau i stedet for at det sådan har været læreren der sådan var overhovedet."
"Der har været meget gruppearbejde, men det synes jeg også er godt, for der er ikke meget arbejde, - hvis du kommer ud på en arbejdsplads, som du laver individuelt."

"I spørgeskemaet spurgte vi om I synes I kan bruge den matematik I lærer til noget. Stemmer den besvarelse overens med jeres nuværende opfattelse?"

"Der er meget som man ikke kan bruge."
"Det tænker jeg tit, men det her er det mest venlige for at forstå matematik i forhold til virkelighed, det ser man jo tit i aviser og sådan."

BÅND 2.Z (SOFIE):

- Individuel brainstorm på 2. min.

- Herefter laves fælles mindmap.

  I centrum vælges RUC-besøg.
  "Modeller" og "kompartmentdiagram" nævnes først. Herefter nævnes:
  "Anderledes tankegang". "Matematik på virkeligheden."
  "Ligninger". "Vurderinger og grafer"
  "Matematik uden tal", "selv om det er anderledes, er det også logisk".
  "Diskussioner", "flere undervisere ved gruppearbejde".

- Gruppen udvælger 5-10 og prioriterer disse.

  Gruppen vælger ordene først og prioriterer derefter. Ved udvælgelsen af ordene kom bl.a. følgende frem:
  "Kompartmentdiagrammer", ""gruppearbejde", "også det med at vi skulle vurdere".
  "Modellerne er jo også vigtige", "Selv løse ligninger", "Diskussion".
  Ved prioriteringen:
  "Hvad har så været vigtigst? Er det ikke de der vurderinger, synes I?"
  "En af de vigtigste i hvertfald!"
  "Ja"
  "Ja, det synes jeg også."
  ...
  " Den der anderledes tankegang!"
  "Ja!"

"Det der med at der er så mange ting, der spiller ind i det hele".
"Skal vi så tage den som etteren?"
..
"jeg synes vi skal starte med modellen eller kompartment"
"men det var jo mere nogen du bare brugte for at kunne opstille ligningerne, sådan så jeg det lidt. Det vigtigste var at kunne lære at opstille ligningerne selv, og det brugte man de der kompartmentdiagrammer til. Når du havde opstillet ligningerne, så lavede du nogle modeller du så kunne vurdere. Det vigtigste var vel at man selv kunne opstille og at man så kunne vurdere dem bagefter, kunne vurdere, kunne se kritisk på dem "
..
" de der kompartments brugte man jo til at opstille ligningerne"
"ja!"
"jamen, jeg ser det stadig ikke som det centrale, du brugte dem, men du brugte dem jo for at komme frem til ligningerne – sådan ser jeg det bare".
"Er det så ligningerne der er de første?"
..
"Ligningerne og så vurderingerne"
..
"Modellerne skal være først. Det er dem vi går udfra hele tiden"
..
"Ja, jeg synes også de skal først"
"modellerne synes jeg også er det centrale, det er jo det vi skal finde frem til hele tiden"
..
" udfra modellerne skal vi så selv udløse ligningerne"
..
"det er også det ord man har hørt flest gange"
..
"*Prøv evt. at starte bagfra*"
"hvad skal være nr. 5"
"Gruppearbejde" nævnes af 3 forskellige elever
" det var vi enige"
..
"men jeg synes alligevel det der med at opstille modeller/ligninger, der har vi også taget det der med anderledes tankegang, det synes jeg har været noget af det vigtigste, det der med at man virkelig har skullet omstille sig"
"jeg synes kompart skal være nr. 4"
"så vurderinger bliver nr. 3 ikke?"
"Anderledes tankegang synes jeg skal være nr. 1 og så modeller og det der med at opstille ligninger skal være nr. 2"
"ja så anderledes tankegang nr. 1 .."

- *"Hvad er modellering? Hvad kan modellering bruges til?"*

"Tage noget fra virkeligheden og opstille en model over det så man kan se hvad der sker og hvad der er sket"
"Også det der med modelleringsprocessen, man tager højde for de afgrænsninger der er, og så tager man et udsnit af det, og måske tager man ikke det hele"
"Vurdere om.."
"antagelser"
"afgrænsning til en konkret ting.."

"*Tror i modellering bliver brugt?*"
"ja!"
"JA! temmelig meget!"
"til statistik"
"hvis man skal bygge en bro, om man har råd til det, og hvor mange der vil køre over en bro"...

"*Synes I man lærer matematik når man modellere, eller kan man lære matematik derved?*"
"Ja, man kan godt, men jeg synes ikke det er så meget, man bruger mest det man kan i forvejen"

"men det er vel også fordi det er en helt anderledes måde, vi er vant til at matematik er meget med tal"
" jeg synes ikke at man lærer men man bliver måske mere sikker i det man kan i forvejen"

"Tror I man kunne lære nyt matematik gennem modellering"
"Ja"
"Ja"
..
"altså man lærer jo det der med at opsætte ligninger"
"nej jeg tror ikke at man kunne lære det hvis man ikke kender noget til det i forvejen" "nå ja, men du kan jo stadigvæk lære noget af det, hvis du har noget baggrundsviden, du kan jo lære noget mere"
" jaa, du kan lære noget mere"
"ja så kan man da også lære noget"
"du plejer bare at få smidt en formel i hovedet.."
"hvis i aldrig havde haft differentialregning, kunne man så lære det gennem modellering"
"nej"
"nej, det tror jeg ikke"
"det tror jeg måske godt man kunne..jeg er bare uenig med alle.. nå, men det der med at man tager et par dage og så skal videre til dag 2, jeg tror måske det ville hjælpe en til at forstå differentialregning"

- *Har undervisningen været anderledes? og på hvilke punkter?*

"alt det med modellerne og gruppearbejdet"
"den der måde at komme frem til resultaterne, ved de der kompartmentdiagrammer" *"synes du det har været bedre eller dårligere"*
"det er da rart med noget afveksling"
"Kunne i tænke jer at blive undervist sådan hele tiden"
"nej"
"nej"
"nej"
"jo i perioder er det meget rart"
"jeg synes det er sværere at forstå, man skal både sætte sig ind i at det er noget nyt og noget anderledes det hele på en gang, nu har man været vant til det andet lige siden man startede i skole"
"jeg tror også bare det er fordi man er så meget vanemenneske, at du er vant til en form for undervisning, og det er egentligt meget behageligt"
"også måske fordi der ikke er bare en løsning, man er vant til at sige ej er det rigtigt. ja det ser godt ud, man er ikke så vant til; jo, men du kunne måske også gøre sådan..!"

- *I spørgeskemaet spurgte vi om I synes, I kan bruge den matematik I lærer til noget. Stemmer den besvarelse overens med jeres nuværende opfattelse?*

"jeg tror også at jeg skrev at man godt kunne bruge det til noget og det har vi jo lige som fået bevist"
"jeg tror også at Ulla havde snakket lidt om at i gerne ville vise at man kunne"
"hun fortalte at i ville komme og vise at man kun bruge det til meget"
"Ulla sagde også at det der med at vi tit sig 'hvad skal vi bruge det her til, hvad skal vi bruge det her til' det ville i nok tage fat om"

Delvis udskrift af bånd fra 2z (obs: Jess)

Fælles mindmap

"Anderledes arbejdsmetode"
"Gruppearbejde spændende"
"Krævende"
"Indviklet og uden tal er der jo ikke konkrete svar"
"Man kan give og modtage inspiration."
"Diagrammer og kasser giver overblik og struktur."

- Jess introducerer næste opgave.

"Gav et andet indtryk af matematikken."

"Mere motiverende, jeg sad kl. 23.00 og plottede de der 50 *3 punkter, det er ikke noget man gør hvis det er skod. Er det meningen med så meget gruppearbejde?"
"Ja"
"Det var godt. Det laver man ikke så tit i matematik."
"Jeg har aldrig prøvet noget lignende - altså ikke negativt – jeg har aldrig prøvet at man skal forklare det med ord. I starten virkede det enkelt men så kom der mere og mere på. Det gav en bedre forståelse af hvorfor ser formlen sådan ud. Selv om man lærer beviser giver det ikke den samme forståelse."
"Det var mere spændende med unge mennesker der kom ind og underviste. Andre har gamle lærere der har kørt det samme af i 10 år i træk."
"Godt med tavleundervisning i det begrænsede omfang som det var."
"Motiverende at hjælpe RUC-folk med projekt."
"Svært i starten men det blev lettere med tiden."
"Dette er jo selvstændig tænken. Det kan bruges i virkeligheden."
"Det var lettere for man fik forståelse fra bunden."
"Det var svært fordi det var lettere end man troede."
"Godt med to undervisere."
"Rygte var en god start."

- "Hvad er modellering?"
  "Opstilling af virkeligheden i en matematisk formel."

- "Lærer man matematik når man modellerer?"

"Ja men på en anden måde. Man kommer til at tænke sig bedre om. Det er det lærerne gør forkert; de følger bare bogen som de har gjort de sidste 10 år."
"Man interesserer sig mere når det er modellering fordi du kan se det er mere virkeligt. Mere interessant."
"Man er selv med til at forme opgaven, afgrænse den."

- "Kan matematik bruges?"
  Her kom lidt løs billardsnak indfalds- og udfaldsvinkler o.s.v.

Og så var tiden gået.

Delvis udskrift af båndoptagelse fra gruppe 1 i 2y (Morten)

Under udarbejdelsen af det fælles mindmap blev der af forskellige elever brugt ord som:
"Anderledes",
"Realistisk",
"Afvekslende med gruppe arbejde",
"Det var nemt at forstå"
"De var gode til at give viden fra sig"
"meget velforberedte"
"Samarbejde",
"Anderledes matematik" hvortil en anden elev spørger: "hvordan?" eleven svarer: "Ikke så tit med gruppe arbejde i matematik",
"Modeller, det er sådant noget der kan relateres til det der står i avisen."

- Prioritering af punkter
  "Virkelighedsnært",
  "Grafer/kurver,"
  "Gruppe arbejde",
  "Kompartments",
  "Modellering,"
  "Procentregning".

- Diskussion

"Virkeligheden kan sættes på papir, i starten havde man en forestilling om at det kan man slet ikke fordi det kan man ikke regne med og der er alle mulige ting man skal tage hensyn til, men jo mere vi regnede på det jo tættere kom vi på virkeligheden."

- "Hvad kan modellering bruges til?"

"Til at regne sandsynlighed",
"Man kan bruge dem til at bevise nogen ting f.eks gennemstrømning på Øresundsbroen."
"Man kan bruge dem til at forudsige ting, hvis man har taget hensyn til de vigtige ting."
"Bruge det til at opstille virkeligheden på en klar måde som er lettere at overskue, en graf viser meget mere end tal."
"Kan måske også vise hvor vigtigt det er at isolere de syge.... "
"Bruge det til misvisning, modellen kan se realistisk ud uden at være det".

- "Kan man lære matematik ved modellering?"

"Man kan lære meget matematik. Det er jo det matematik handler om på en eller anden måde."
"Når først man har lært hele den der proces, så er der jo ikke mere at lære, så er det bare at undersøge nogle ting."
"Vi lærte mere og mere matematik jo mere vi uddybede den proces, vi lærte at gøre flere og flere ting, så det er ikke kun lige den proces det er alle mulige ting man kan gøre det med man skal også bruge matematik for at komme frem til de der ting – procentregning .. forkorte udtryk, det blev sværere og sværere og der skal bruges flere ting efterhånden, men det er jo klart der er jo også flere og flere ting at tage hensyn til."

"Nu nævner du procentregning og forkorte udtryk – det har i vel lært for lang tid siden?"
"Ja, men det er på en anden måde her. Det er mere virkelighedsnært, man kan se hvad man kan bruge det til, man kan se at alt det vi lærer i matematikken at man faktisk kan bruge det på en mere logisk måde. At det ikke bare er tal helt slavisk."

"Så er det måske ikke så meget matematik men mere anvendelse?"
"Ja ----- selvfølgelig også matematik""Det der statistik har vi ikke haft meget af i gymnasiet. Det er nyt for mange af os. Vi har ikke haft meget med at indsætte i formler. Vi har lært det, men ikke brugt det."

- *"Har undervisningen været anderledes?"*

(ja i munden på hinanden)..."det tror jeg godt man kan sige. Normalt arbejder vi alene eller to sammen men her er man flere der prøver at tænke frem til en logisk løsning man fik jo kun en enkelt sætning og så skulle man tænke sig frem sammen og så kom alle mulige med forskellige idéer, det var godt."
"Det var afvekslende."

"Er det en generel holdning?"
"Ja, meget anderledes undervisning."
"Der var ikke for meget tid til at lave det. Så stopper vi op og gennemgår og så sker der noget nyt."
"Det var velforberedt det virkede som om det virkeligt var planlagt hvad der skulle ske, så i ikke pludselig stod og ikke vidste hvad i nu skulle gøre, enten fordi vi var for hurtige eller for langsomme eller noget som helst, i vidste hvad der skulle ske i løbet af de timer."
"Det var godt fordi i hverken over- eller undervurderede os. ... I var gode til at vide hvor langt vi kunne og hvor langt i kunne strække den."

"(Lidt forlegen) Hmm er det uddebatteret?

- *Kan i bruge den matematik i lærer?"*

"Det kommer an på hvad det er for en slags matematik. Der er nogen ting hvor jeg synes at det er åndsvagt at nogen skal lære os de her mærkelige ting. Men det her er mere realistisk og virkelighedsnært fordi man kan sætte det i relation til forskellige ting og virkeligheden og de eksempler var meget fornuftige eksempler."
"Sjovt at se det på den måde og det kan man godt se at man kan bruge i virkeligheden."
"Det er der mange ting jeg ikke synes man kan se umiddelbart. Det er rimeligt let at relatere de her modeller til virkeligheden i forhold til hvordan man relaterer f. eks differentialregning til virkeligheden, det er ikke ret tit i min hverdag hvor jeg tænker nu skal jeg bruge differentialregning."

Diskussionen fortsætter om det at studere videre.....

<u>Delvis udskrift af bånd fra 2y (obs: Ditte)</u>

- Fælles mindmap

  "Kys rygte sjov – influenza kedelig."
  Eleverne snakker om hvad der egentlig foregik. Laver lidt sjov med navne.
  Elevkommentar: "Underholdende, en ny måde at lære på."

- Prioritering

  "Kompartment"
  "Modellering"
  "Anderledes undervisningsmetode"
  "Modeller man kan relatere til virkeligheden"
  "godt med afleveringsopgaven især for øvelsens skyld"
  "god underviser, spændende undervisning"
  "Det var vigtigt at vi selv fik lov at arbejde med opgaverne."

- Diskussion

  "Modeller giver et spejl af virkeligheden – overblik." "
  "Forudsætninger / forbehold er vigtige."
  "Man skulle tænke selv –ikke bare tal som vi plejer."
  "Man husker det bedre når man kan relatere det til noget."

  "Er det anderledes?"
  "MEGET anderledes- En anden måde at tænke matematik på."

  "Kan det bruges?"
  "Når man er ude at handle."
  "Efter det her er det mere virkelighedsnært. Man kan bruge det i alle fag. F.eks hvad er det egentlig en graf viser."

  "Hvad kan man lære af det?"
  "Forudsætninger for grafen – antagelser."

  Lidt snak om ugen. "Hvad forventede I egentlig?"

OBS!
I gruppen var der især en elev der hele tiden trak emnet af sporet, og derfor nåede gruppen ikke så dybt.

Evaluering i 2y, gruppe 3, interviewer: Maria

- Opgave: 10 min. Gruppen laver et fælles mindmap, der beskriver undervisningsforløbet. Følgende ord/begreber nævnes.

  "Modelleringsproces"
  "afgrænsning"
  "matematisering"
  "grafer"
  "tavleundervisning men det har ikke så meget med modeller at gøre, men det er jo forløbet ik'",
  "- fejlfinding måske, det er under modellering"
  "virkelighed kontra matematik"
  "formler og ligninger"
  "anderledes"
  "kreativitet"
  "- så er der det der flow, men det er jo inde under modellering"
  "Sæt en pil udfra modelleringsproces"
  "Fejlfinding det kunne du godt sætte ind under modellering"
  "Den der kassemodel"
  " – et kompartmentdiagram"
  "Hvad med det der med virkelighed?"

"Du kan godt skrive flow udfra det der kompartmentdiagram".

- Opgave: 5 min. Gruppen udvælger de 5-10 mest centrale begreber og prioriterer dem.

"Jeg synes godt du kan bruge det der kompartment diagram"
"- men det kommer senere!"
"jeg synes ikke vi bruger det til en skid"
"Vi bruger det til at få et overblik"
"vurdering og afgrænsning"
"altså Anders kom med et forslag om at skrive *graf* som nummer to."
"Vi arbejder hele tiden frem imod den der graf der"
"Formler og ligninger, - det er sådan set ret centralt."

- Opgave: 20 min. Diskussion i gruppen:

"Hvad er modellering? Hvad kan modellering bruges til? Lærer man matematik ved at modellere?"

"Jeg ved ikke om du lærer matematik, men du bruger matematikken til at sætte op som model."
"Man kan jo lære meget forskellig matematik udfra hvad det er for nogle modeller man skal lave."
"Med hensyn til det der med at lære, da han skrev den der ligning op med de der grafer - den naturlige logistiske et eller andet fis – den kendte vi jo ikke og den kunne vi umuligt lære udfra det der. Den bliver man nødt til at kende for at kunne bruge den."
"Man kan lære at præsentere nogle ting man kan bruge."
"Jeg vil godt have jer til at diskuterer lidt mere hvad modellering er!"
"Hvad man kan bruge det til? Hvis man nu tager en eller anden situation og prøver at se hvad der egentlig forårsagede denne situation, hvis vi nu tager et sygdomsforløb på Samsø som vi havde, så kan man måske vide hvad der ville ske i en anden situation hvor forudsætningerne er nogenlunde de samme. Det er jo statistik ik'".
"Er modellering statistik?" båndet er for utydeligt.

- *"Har undervisningen været anderledes? På hvilke områder?"*

"Spørgsmålet er jo om man for lov at tænke mere kreativt."
"Vi plejer heller ikke at arbejde med emner. Det har man ikke tid til."
"Det også klart nu handler matematik jo heller ikke om at vurdere. Her må man vælge noget til og noget fra og sige hvad er det vigtigste."
"Det her er sådan mere noget med virkeligheden."
"Jeg synes også at det giver mulighed for at dem som ikke er så gode til matematik har lettere ved at følge med."
"Vi brugte længere tid på det end vi normalt ville have gjort."
"Man kan tit brække sig over hvor lidt virkelighed der er i den matematik man lærer."

- *"I spørgeskemaet spurgte vi om I kan bruge den matematik I lærer til noget. Stemmer den besvarelse overens med jeres nuværende opfattelse?"*

"Man kan bruge det i naturfag, - specielt i fysik og kemi. Man kommer til at bruge det meget hvis man skal have højniveau i fysik eller hvis man skal være ingeniør, men hvis man skulle være psykolog eller hvad ved jeg kunne jeg ikke forestille mig at man skulle bruge det."
"Man skal nærmest bruge sandsynlighedsregning i alle erhverv."
"Jeg tror, det er en femtedel af de elever der læser der kommer til at bruge deres matematik bagefter."
"Det kommer meget an på hvilket erhverv. Hvis du skal være folkeskolelærer er det bare noget du skal videregive. Matematik - det er et videregivningsfag."
"Jeg tænkte mest på matematik som man skulle bruge det på en videre uddannnelse." " Matematik er også et vigtigt fag i mange uddannelser."
"Hvis man er sproglig så kan du ikke komme særlig langt."

Liste over tidligere udsendte tekster kan ses på IMFUFA´s hjemmeside: http://mmf.ruc.dk eller rekvireres på sekretariatet, tlf. 46 74 22 63 eller e-mail: imfufa@ruc.dk.

332/97 ANOMAL SWELLING AF LIPIDE DOBBELTLAG
Specialerappoprt af: Stine Korremann
Vejleder: Dorthe Posselt

333/97 Biodiversity Matters
an extension of methods found in the literature on monetisation of biodiversity
by: Bernd Kuemmel

334/97 LIFE-CYCLE ANALYSIS OF THE TOTAL DANISH ENERGY SYSTEM
by: Bernd Kuemmel and Bent Sørensen

335/97 Dynamics of Amorphous Solids and Viscous Liquids
by: Jeppe C. Dyre

336/97 Problem-orientated Group Project Work at Roskilde University
by: Kathrine Legge

337/97 Verdensbankens globale befolkningsprognose
- et projekt om matematisk modellering
af: Jørn Chr. Bendtsen, Kurt Jensen, Per Pauli Petersen

338/97 Kvantisering af nanolederes elektriske ledningsevne
Første modul fysikprojekt
af: Søren Dam, Esben Danielsen, Martin Niss,
Esben Friis Pedersen, Frederik Resen Steenstrup
Vejleder: Tage Christensen

339/97 Defining Discipline
by: Wolfgang Coy

340/97 Prime ends revisited - a geometric point of view -
by: Carsten Lunde Petersen

341/97 Two chapters on the teaching, learning and assessment of geometry
by: Mogens Niss

342/97 A global clean fossil scenario DISCUSSION PAPER prepared by Bernd Kuemmel for the project LONG-TERM SCENARIOS FOR GLOBAL ENERGY DEMAND AND SUPPLY

343/97 IMPORT/EKSPORT-POLITIK SOM REDSKAB TIL OPTIMERET UDNYTTELSE AF EL PRODUCERET PÅ VE-ANLÆG
af: Peter Meibom, Torben Svendsen, Bent Sørensen

344/97 Puzzles and Siegel disks
by: Carsten Lunde-Petersen

345/98 Modeling the Arterial System with Reference to an Anesthesia Simulator
Ph.D. Thesis
by: Mette Sofie Olufsen

346/98 Klyngedannelse i en hulkatode-forstøvningsproces
af: Sebastian Horst
Vejledere: Jørn Borggren, NBI, Niels Boye Olsen

347/98 Verificering af Matematiske Modeller
- en analyse af Den Danske Eulerske Model
af: Jonas Blomqvist, Tom Pedersen, Karen Timmermann, Lisbet Øhlenschlæger
Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbek

348/98 Case study of the environmental permission procedure and the environmental impact assessment for power plants in Denmark
by: Stefan Krüger Nielsen
project leader: Bent Sørensen

349/98 Tre rapporter fra FAGMAT - et projekt om tal og faglig matematik i arbejdsmarkedsuddannelserne
af: Lena Lindenskov og Tine Wedege

350/98 OPGAVESAMLING - Bredde-Kursus i Fysik 1976 - 1998
Erstatter teksterne 3/78, 261/93 og 322/96

351/98 Aspects of the Nature and State of Research in Mathematics Education
by: Mogens Niss

352/98 The Herman-Swiatec Theorem with applications
by: Carsten Lunde Petersen

353/98 Problemløsning og modellering i en almendannende matematikundervisning
Specialerapport af: Per Gregersen og Tomas Højgaard Jensen

354/98 A Global Renewable Energy Scenario
by: Bent Sørensen and Peter Meibom

355/98 Convergence of rational rays in parameter spaces
by: Carsten Lunde Petersen and Gustav Ryd

356/98 Terrænmodellering
Analyse af en matematisk model til konstruktion af digitale terrænmodeller
Modelprojekt af: Thomas Frommelt, Hans Ravnkjær Larsen og Arnold Skimminge
Vejleder: Johnny Ottesen

357/98 Cayleys Problem
En historisk analyse af arbejdet med Cayleys problem fra 1870 til 1918
Et matematisk videnskabsfagsprojekt af: Rikke Degn, Bo Jakobsen, Bjarke K.W. Hansen, Jesper S. Hansen, Jesper Udesen, Peter C. Wulff
Vejleder: Jesper Larsen

358/98 Modeling of Feedback Mechanisms which Control the Heart Function in a View to an Implementation in Cardiovascular Models
Ph.D. Thesis by: Michael Danielsen

359/99 Long-Term Scenarios for Global Energy Demand and Supply
Four Global Greenhouse Mitigation Scenarios
by: Bent Sørensen (with contribution from Bernd Kuemmel and Peter Meibom)

360/99 SYMMETRI I FYSIK
En Meta-projektrapport af: Martin Niss, Bo Jakobsen & Tune Bjarke Bonné
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen

361/99 Symplectic Functional Analysis and Spectral Invariants
by: Bernhelm Booß-Bavnbek, Kenro Furutani

362/99 Er matematik en naturvidenskab? - en udspænding af diskussionen
En videnskabsfagsprojekt-rapport af: Martin Niss
Vejleder: Mogens Nørgaard Olesen

363/99 EMERGENCE AND DOWNWARD CAUSATION
by: Donald T. Campell, Mark H. Bickhard, and Peder V. Christiansen

364/99 Illustrationens kraft - Visuel formidling af fysik
Integreret speciale i fysik og kommunikation
af Sebastian Horst
Vejledere: Karin Beyer, Søren Kjørup

365/99 To know - or not to know - mathematics, that is a question of context
by: Tine Wedege

366/99 LATEX FOR FORFATTERE - En introduktion til LATEX
og IMFUFA-LATEX
af: Jørgen Larsen

367/99 Boundary Reduction of Spectral Invariants and Unique Continuation Property
by: Bernhelm Booss-Bavnbek

368/99 Kvartvejsraport for projektet SCENARIER FOR SAMLET UDNYTTELSE AF BRINT SOM ENERGIBÆRER I DANMARKS FREMTIDIGE ENERGISYSTEM
Projektleder: Bent Sørensen

369/99 Dynamics of Complex Quadratic Correspondences
by: Jacob S. Jalving
Supervisor: Carsten Lunde Petersen

370/99 OPGAVESAMLING - Bredde-Kursus i Fysik 1976 - 1999
Eksamensopgaver fra perioden 1976 - 1999. Denne tekst erstatter tekst nr. 350/98

371/99 Bevisets stilling - beviser og bevisførelse i en gymnasial matematik undervisning
Et matematikspeciale af: Maria Hermannsson
Vejleder: Mogens Niss

372/99 En kontekstualiseret matematikhistorisk analyse af ikke-lineær programmering: Udviklingshistorie og multipel opdagelse
Ph.d.-afhandling af Tinne Hoff Kjeldsen

373/99 Criss-Cross Reduction of the Maslov Index and a Proof of the Yoshida-Nicolaescu Theorem
by: Bernhelm Booss-Bavnbek, Kenro Furutani and Nobukazu Otsuki

374/99 Det hydrauliske spring - Et eksperimentelt studie af polygoner og hastighedsprofiler
Specialeafhandling af: Anders Marcussen
Vejledere: Tomas Bohr, Clive Ellegaard, Bent C. Jørgensen

375/99 Begrundelser for Matematikundervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet 1884-1914
Historiespeciale af Henrik Andreassen, cand.mag. i Historie og Matematik

376/99 Universality of AC conduction in disordered solids
by: Jeppe C. Dyre, Thomas B. Schrøder

377/99 The Kuhn-Tucker Theorem in Nonlinear Programming: A Multiple Discovery?
by: Tinne Hoff Kjeldsen

378/00 Solar energy preprints:
1. Renewable energy sources and termal energy storage
2. Integration of photovoltaic cells into the global energy system
by: Bent Sørensen

379/00 EULERS DIFFERENTIALREGNING
Eulers indførelse af differentialregningen stillet over for den moderne
En tredjesemesters projektrapport på den naturvidenskabelige basisuddannelse
af: Uffe Thomas Volmer Jankvist, Rie Rose Møller Pedersen, Maja Bagge Pedersen
Vejleder: Jørgen Larsen

380/00 MATEMATISK MODELLERING AF HJERTEFUNKTIONEN
Isovolumetrisk ventrikulær kontraktion og udpumpning til det cardiovaskulære system
af: Gitte Andersen (3.moduls-rapport), Jakob Hilmer og Stine Weisbjerg (speciale)
Vejleder: Johnny Ottesen

381/00 Matematikviden og teknologiske kompetencer hos kortuddannede voksne
- Rekognosceringer og konstruktioner i grænselandet mellem matematikkens didaktik og forskning i voksenuddannelse
Ph. d.-afhandling af Tine Wedege

382/00 Den selvundvigende vandring
Et matematisk professionsprojekt
af: Martin Niss, Arnold Skimminge
Vejledere: Viggo Andreasen, John Villumsen

383/00 Beviser i matematik
af: Anne K.S.Jensen, Gitte M. Jensen, Jesper Thrane, Karen L.A.W. Wille, Peter Wulff
Vejleder: Mogens Niss

384/00 Hopping in Disordered Media: A Model Glass Former and A Hopping Model
Ph.D. thesis by: Thomas B. Schrøder
Supervisor: Jeppe C. Dyre

385/00 The Geometry of Cauchy Data Spaces
This report is dedicated to the memory of Jean Leray (1906-1998)
by: B. Booss-Bavnbek, K. Furutani, K. P. Wojciechowski

386/00 Neutrale mandatfordelingsmetoder – en illusion?
af: Hans Henrik Brok-Kristensen, Knud Dyrberg, Tove Oxager, Jens Sveistrup
Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbek

387/00 A History of the Minimax Theorem: von Neumann's Conception of the Minimax Theorem - - a Journey Through Different Mathematical Contexts
by: Tinne Hoff Kjeldsen

388/00 Behandling af impuls ved kilder og dræn i C. S. Peskins 2D-hjertemodel
et 2. moduls matematik modelprojekt
af: Bo Jakobsen, Kristine Niss
Vejleder: Jesper Larsen

389/00 University mathematics based on problemoriented student projects: 25 years of experience with the Roskilde model
By: Mogens Niss
Do not ask what mathematics can do for modelling. Ask what modelling can do for mathematics!
by: Johnny Ottesen

390/01 SCENARIER FOR SAMLET UDNYTTELSE AF BRINT SOM ENERGIBÆRER I DANMARKS FREMTIDIGE ENERGISYSTEM Slutrapport, april 2001
Projektleder: Bent Sørensen
Projektdeltagere: DONG: Aksel Hauge Petersen, Celia Juhl, Elkraft System[#]: Thomas Engberg Pedersen[##], Hans Ravn, Charlotte Søndergren, Energi 2[#]: Peter Simonsen, RISØ Systemanalyseafd.: Kaj Jørgensen[*], Lars Henrik Nielsen, Helge V. Larsen, Poul Erik Morthorst, Lotte Schleisner, RUC: Finn Sørensen[**], Bent Sørensen
[#]Indtil 1/1-2000 Elkraft, [##] fra 1/5-2000 Cowi Consult
[*] Indtil 15/6-1999 DTU Bygninger & Energi, [**] fra 1/1-2001 Polypeptide Labs.
Projekt 1763/99-0001 under Energistyrelsens Brintprogram

391/01 Matematisk modelleringskompetence – et undervisningsforløb i gymnasiet
3. semesters Nat.Bas. projekt af: Jess Tolstrup Boye, Morten Bjørn-Mortensen, Sofie Inari Castella, Jan Lauridsen, Maria Gøtzsche, Ditte Mandøe Andreasen
Vejleder: Johnny Ottesen

392/01 "PHYSICS REVEALED" THE METHODS AND SUBJECT MATTER OF PHYSICS
an introduction to pedestrians (but not excluding cyclists)
PART III: PHYSICS IN PHILOSOPHICAL CONTEXT
by: Bent Sørensen.

393/01 Hilberts matematikfilosofi
Specialerapport af: Jesper Hasmark Andersen
Vejleder: Stig Andur Pedersen

394/01 "PHYSICS REVEALED" THE METHODS AND SUBJECT MATTER OF PHYSICS
an introduction to pedestrians (but not excluding cyclists)
PART II: PHYSICS PROPER
by: Bent Sørensen.

395/01 Menneskers forhold til matematik. Det har sine årsager!
Specialeafhandling af: Anita Stark, Agnete K. Ravnborg
Vejleder: Tine Wedege

396/01 2 bilag til tekst nr. 395: Menneskers forhold til matematik. Det har sine årsager!
Specialeafhandling af: Anita Stark, Agnete K. Ravnborg
Vejleder: Tine Wedege

397/01 En undersøgelse af solvents og kædelængdes betydning for anomal swelling i phospholipiddobbeltlag
2. modul fysikrapport af: Kristine Niss, Arnold Skimminge, Esben Thormann, Stine Timmermann
Vejleder: Dorthe Posselt

398/01 Kursusmateriale til "Lineære strukturer fra algebra og analyse" (E1)
Af: Mogens Brun Heefelt

399/01 Undergraduate Learning Difficulties and Mathematical Reasoning
Ph.D Thesis by: Johan Lithner
Supervisor: Mogens Niss

400/01 On Holomorphic Critical quasi circle maps
By: Carsten Lunde Petersen

401/01 Finite Type Arithmetic
Computable Existence Analysed by Modified Realisability and Functional Interpretation
Master's Thesis by: Klaus Frovin Jørgensen
Supervisors: Ulrich Kohlenbach, Stig Andur Pedersen and Anders Madsen

402/01 Matematisk modellering ved den naturvidenskabelige basisuddannelse
- udvikling af et kursus
Af: Morten Blomhøj, Tomas Højgaard Jensen, Tinne Hoff Kjeldsen og Johnny Ottesen

403/01 Generaliseringer i integralteorien
- En undersøgelse af Lebesgue-integralet, Radon-integralet og Perron-integralet
Et 2. modul matematikprojekt udarbejdet af: Stine Timmermann og Eva Uhre
Vejledere: Bernhelm Booss-Bavnbek og Tinne Hoff Kjeldsen

404/01 "Mere spredt fægtning"
Af: Jens Højgaard Jensen