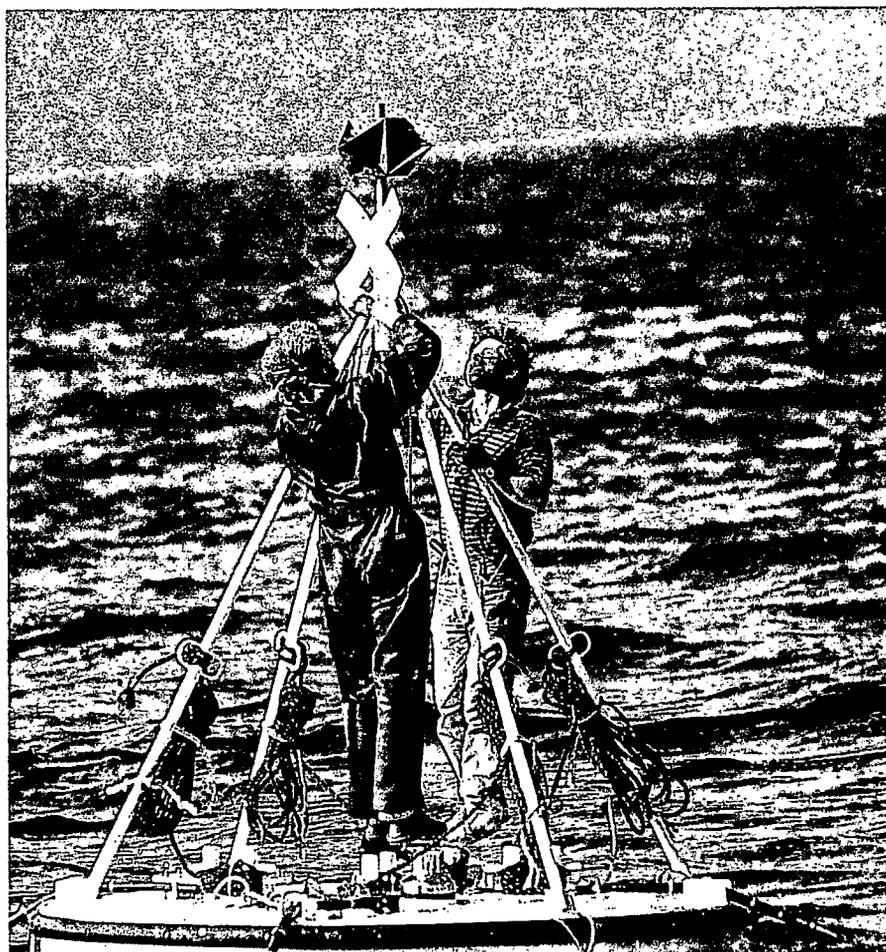


TEKST NR 290

1995

Modellering af uregelmæssige bølger



Et 3. modul matematik projekt af:

Anders Marcussen

Anne Charlotte Nilsson

Lone Michelsen

Per Mørkegaard Hansen

Vejleder:

Jesper Larsen

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, postboks 260, 4000 Roskilde

Modellering af uregelmæssige bølger

af: Anders Marcussen, Anne Charlotte Nilsson, Lone Michelsen, Per Mørkegaard Hansen

Vejleder: Jesper Larsen

IMFUFA tekst nr. 290/95 107 sider

ISSN 0106-6242

Abstract

Rapporten er et 3. modul matematik modelbygger-projekt, skrevet af fire studerende i efteråret 1994 på IMFUFA, RUC.

Projektarbejdets formål var, med Danish Wave Power (DWP) som rekvirent, at udbygge DWP's matematiske model for en bølgemaskine. Den matematiske model var implimenteret i et computerprogram, der efter modeludbygningen kunne regne effekten ud, baseret på en superponering af regelmæssige bølger. I den forbindelse udledes bevægelsesligningerne for bølgemaskinen og relevante dele af den lineære bølgeteori gennemgås.

I rapporten vurderes, via computersimuleringer kørt med uregelmæssige bølger, om der er overensstemmelse mellem effektberegningerne baseret på den udvidede matematiske model og en semiempirisk sammenhæng, mellem den signifikante bølgehøjde og den effekt som bølgemaskinen absorberer fra bølgerne. Den semiempiriske sammenhæng benyttes af DWP, til at udregne bølgemaskinens effektudbytte for givne bølger.

Forsidefoto er venligst udlånt af Danish Wave Power.

Indhold

Indledning	6
1 Model for bølgemaskinen	11
1.1 Bølgemaskinens udformning	11
1.2 Modellen for bølgemaskinen	12
1.3 Bevægelsesligningen for flyderen	13
1.3.1 Specificering af kræfterne i vertikal retning	15
1.3.2 Specificering af kræfterne i horisontal retning	20
1.4 Bevægelsesligningen for stemplet	20
1.4.1 Specificering af kræfterne i bevægelsesligningen for stemplet	21
1.5 Bevægelsesligningen for bufferen	26
1.5.1 Specificering af flow i bevægelsesligningen for bufferen	27
1.6 Opsamling	28
1.7 Ændringsforslag til modellen	29
1.7.1 Neddykningskoefficienten for arealet, β_a	30
1.8 Høkerformlen	30

2	Lineær bølgeteori	33
2.1	Vores antagelser	33
2.2	Indføring af hastighedspotentialet, ϕ	36
2.2.1	Kontinuitetsligningen udtrykt ved ϕ	36
2.2.2	Bevægelsesligningen udtrykt ved ϕ	37
2.3	Randbetingelser	39
2.4	Linearisering	41
2.4.1	Linearisering af den kinematiske randbetingelse	42
2.4.2	Linearisering af den dynamiske randbetingelse	43
2.4.3	Taylorudvikling	44
2.5	Reducering af de uafhængige variable	45
2.5.1	Definition af θ	45
2.5.2	Indføring af θ	46
2.6	Hastighedspotentialet for en regelmæssig bølge	47
2.7	Partikelhastighed og acceleration	50
3	Uregelmæssige bølger	51
3.1	Ændring af computerprogrammet	52
3.2	Uregelmæssigt bølgeinput	53
3.2.1	Energien i en superponeret bølge	55
3.2.2	Energispektrum	56
3.2.3	Pierson-Moskovitz spektret	57
3.2.4	Input til computerprogram	59

INDHOLD	5
4 Resultater	61
4.1 Beskrivelse af computerprogrammet	61
4.1.1 Definition af den første inputfil	62
4.1.2 Definition af den anden inputfil	66
4.2 Simuleringerne	66
4.3 Resultater	68
Diskussion	75
Konklusion	78
Perspektivering	78
Efterskrift	81
4.4 Fasevinklernes betydning for simuleringsresultaterne . . .	82
A Added mass	85
A.1 Added mass for flyder i stationær væske	85
A.2 Added mass for flyder i ikke-ensformig væskestrøm . . .	89
B Dimensionsanalyse af høkerformlen	91
B.1 Dimensionsanalyse af høkerformlen	91
Symbolliste	94
Bilag 1	98
Bilag 2	101
Bilag 3	103
Litteraturliste	105

Indledning

Når man betragter et oprørt hav og indser, hvilke kræfter der er i spil, er det nærliggende at få den idé at udnytte den energi, der er i bølgerne.

Denne idé har mange fået gennem tiden. Det har, særligt siden 1970'erne, resulteret i en del forskningsprojekter og også en håndfuld forsøgsanlæg, hvor man har forsøgt at udnytte bølgenes energi. Gennem tiden er der foretaget forsøg med en lang række forskellige principper til udnyttelse af bølgeenergi, men de har næsten alle vist sig ikke at være velegnet til kommerciel brug, enten af tekniske eller økonomiske årsager. I dag er der i praksis kun nogle få anlæg, der udnytter bølgeenergi til produktion af elektricitet i stor skala, og her er der i alle tilfælde tale om tidevandsbølger. Der forskes dog stadig i udnyttelsen af bølgeenergi og forskningen støttes bl.a. med EU midler.

I Danmark forsker bl.a. Danish Wave Power Aps. (DWP)¹ i bølgeenergi som et led i et fælles europæisk forskningsprogram. DWP har valgt et bestemt design for deres bølgemaskine. Bølgemaskinen består af en flyder, der ligger på havoverfladen, og et stempel i en betonkonstruktion, der står på havbunden. Et reb fra flyderen til stemplet overfører en del af bølgenes energi til stemplet. Når stemplet bevæger sig op, vil det bevirke, at havvandet strømmer gennem en turbine, hvorved der genereres elektricitet. DWP har udarbejdet dels en matematisk model, dels skalamodeller, som er afprøvet i et bølgebassin på DHI². Endelig har de udviklet en fuldskala bølgemaskine, der er udsat i Nordsøen ca. 2,5 km ud for Hanstholm havn, ved en vanddybde på 26 m.

¹DWP er et anpartsselskab dannet af Rambøll, Hannemann & Højlund, Nordisk Kabel og Tråd A/S, Flygtpumper A/S og Højgaard & Schultz A/S [Jørgensen, 94]. Selskabet har ingen fastansatte, men køber arbejdskraft i de implicerede firmaer.

²Dansk Hydraulisk Institut

Bølgemaskinen, der gøres forsøg med, svarer til én ud af 300 som DWP projekterer med, hvis det besluttes at opføre et bølgekraftværk ud for den jyske vestkyst. Med bølgemaskinen undersøges bl.a. energiudbyttet, de maksimale kræfter maskinen bliver udsat for og den optimale udformning af den flyder, der ligger på vandoverfladen og opfanger bølgenes energi. Når vi i rapporten taler om "flyderen", "stemplet" osv., refererer vi til de pågældende dele i bølgemaskinen ved Hanstholm.

DWP har for bølgemaskinen opstillet en matematisk model, der er implementeret i et computerprogram, som bl.a. kan udregne bølgemaskinens effekt ved en given vindhastighed. Denne model modellerer havets bølger som regelmæssige bølger. Som det formodentligt er læseren bekendt, består havets bølger aldrig af regelmæssige bølger, men af uregelmæssige bølger, hvorfor denne del af modellen ikke kan siges at være en særlig god beskrivelse af virkeligheden.

DWP er interesseret i at få udviklet deres matematiske model, så den kan regne på bølger der ligner havets bølger bedre. Vores mål er derfor, at udvide den matematiske model således, at computerprogrammet kan regne på naturtro uregelmæssige bølger.

DWP har opstillet en formel, der i daglig tale af DWP kaldes høkerformlen. Ligningen udtrykker, hvor meget energi bølgemaskinen kan absorbere, som funktion af den signifikante bølgehøjde, og er fremkommet ved at tilpasse eksperimentelle data fra en model i et bølgebassin. Høkerformlen har DWP indtil idag benyttet til at beregne effekten fra bølgemaskinen.

Ovenstående betragtninger har fået os til at opstille følgende problemformulering for vores projektarbejde:

Problemformulering

- Hvor god overensstemmelse er der mellem effektudbyttet beregnet ved høkerformlen og effektudbyttet beregnet ved hjælp af den udvidede matematiske model?

Ud over dette vil det være interessant at undersøge om den udvidede model giver resultater, der ligger tæt på de målinger DWP foretager på bølgemaskinen ved Hanstholm.

Læsevejledning

Rapportens **kapitel 1** indeholder en gennemgang af principperne bag DWP's bølgemaskine samt en udledning af den matematiske model DWP har udarbejdet for bølgemaskinen ved Hanstholm. Sidst i kapitlet præsenterer vi høkerformlen.

I **Kapitel 2** opstiller vi den lineære bølgeteori med henblik på at kunne opstille udtryk for vandpartiklernes bevægelse i en regelmæssig bølge, som er størrelser, der indgår i DWP's matematiske model.

I **kapitel 3** vælger vi at lade vores uregelmæssige bølgetog bestå af en superposition af regelmæssige bølger. Heraf udleder vi udtryk for partikelhastighed og acceleration for superponerede bølger, og det er disse udtryk, der udgør udvidelsen af DWP's matematiske model. Til sidst beskriver vi den metode, hvormed vi fastlægger de uregelmæssige bølgers facon og størrelse til forskellige vindhastigheder.

I **kapitel 4** gennemgår vi de simuleringer vi har foretaget med DWP's computerprogram ud fra den udvidede matematiske model, og med vores uregelmæssige bølgetog som input.

Efter **konklusionen** og **perspektiveringen** følger en **sybolliste**, hvor alle de symboler, der benyttes i projektet, forklares.

Projektrapporten afsluttes med to **appendiks** og tre **bilag**. Det første appendiks er en udledning af "added mass", som blot præsenteres i kapitel 1. Det andet appendiks er en dimensionsanalyse på høkerformlen. De to første bilag er eksempler på inputfiler til programmet, og det sidste bilag indeholder grafer over vores simuleringsresultater.

Ovenstående er indholdet af den rapport vi gik til eksamen i. I tiden efter rapporten var afleveret, foretog vi nogle nye simuleringer, både på grund af nogle tvivlsspørgsmål i de allerede kørte simuleringer, men også fordi det lykkedes os at få nogle af de data, høkerformlen er baseret på. Resultatet af de nye simuleringer, og et par guldkorn fra vores eksamen, er at finde lige efter perspektiveringen i **efterskrift**.

Først vil vi takke DWP mange gange for lån af deres computerprogram. Dernæst en stor tak til Kim Nielsen (DWP), som har været behjælpelig med at svare på de utallige spørgsmål vi har stillet ham. Desuden en stor tak til Carsten Munk Plum (ES-Consult), som har ændret computerprogrammet for os. Uden denne hjælp ville vores projekt have været meget vanskeligt at gennemføre. Sidst men ikke mindst, en stor tak til vores vejleder Jesper Larsen, som har været meget behjælpelig og ydet god og konstruktiv kritik til vores rapport alle ugens syv dage.

Der er nu kun tilbage at sige God Læselyst.

Kapitel 1

Model for bølgemaskinen

Vi vil først i dette kapitel beskrive bølgemaskinens fysiske udformning. Herefter vil vi gennemgå den model som DWP har opstillet for bølgemaskinen. Gennemgangen vil være baseret på [Nielsen et al., 93]. Sidst vil vi præsentere høkerformlen og give et mindre ændringsforslag til modellen.

1.1 Bølgemaskinens udformning

Bølgemaskinen består i hovedtræk af en flyder og en bundkonstruktion. Bølgemaskinen er illustreret på figur 1.1. Flyderen er en cylinderformet stålkonstruktion med en diameter på 2,5 m og en højde på 0,63 m. Flyderens masse er halvdelen af massen af det vand den ville fortrænge, hvis flyderen var helt neddykket. Flyderen er forbundet til et stempel i bundkonstruktionen via et nylonreb. Derudover er der fire ankertove, som sørger for at holde flyderen på plads.

Stemplet kan bevæge sig op og ned i en cylinder. Cylinderen er i forbindelse med et kammer, stempelkammeret, som er placeret nederst i bundkonstruktionen. Over stempelkammeret er et bufferkammer bestående af et luftfyldt volumen. Øverst i bundkonstruktionen er placeret en turbine, der er forbundet til en generator.

Flyderen følger i store træk bølgenes bevægelse. Når en bølgetop passerer, vil flyderen og dermed stemplet bevæge sig opad. Når stemplet trækkes op, vil der skabes undertryk i stempelkammeret. Dette søges

udlignet ved, at vand trækkes fra bufferkammeret, gennem bufferventilen og ind i stempelkammeret. Det nu opståede undertryk i bufferkammeret udlignes ved, at vand udefra suges gennem turbinen. Derved drejer turbinen rundt og generatoren producerer strøm, der transporteres i land via et kabel.

Når flyderen og stemplet bevæger sig nedad, skabes der overtryk i stempelkammeret, og vandet presses ud gennem udløbsventilen.

Bufferen virker ved, at luftvolumenet øverst i bufferkammeret udvider sig ved undertryk. Denne funktion bevirker, at strømningen gennem turbinen udjævnes over et længere tidsrum, end tilfældet ville have været uden en buffer. På denne måde genereres den samme mængde strøm med en mindre turbine [Nielsen et al., 93].

Bundkonstruktionen er udført i stål. Bundkonstruktionen er omgivet af et skørt, der har en højde på 4,5 m, og en diameter på 6 m [pers.med. Kim Nielsen DWP], der er delvist nedsænket i havbunden. Skørtets funktion er at fastholde og afstive bundkonstruktionen.

1.2 Modellen for bølgemaskinen

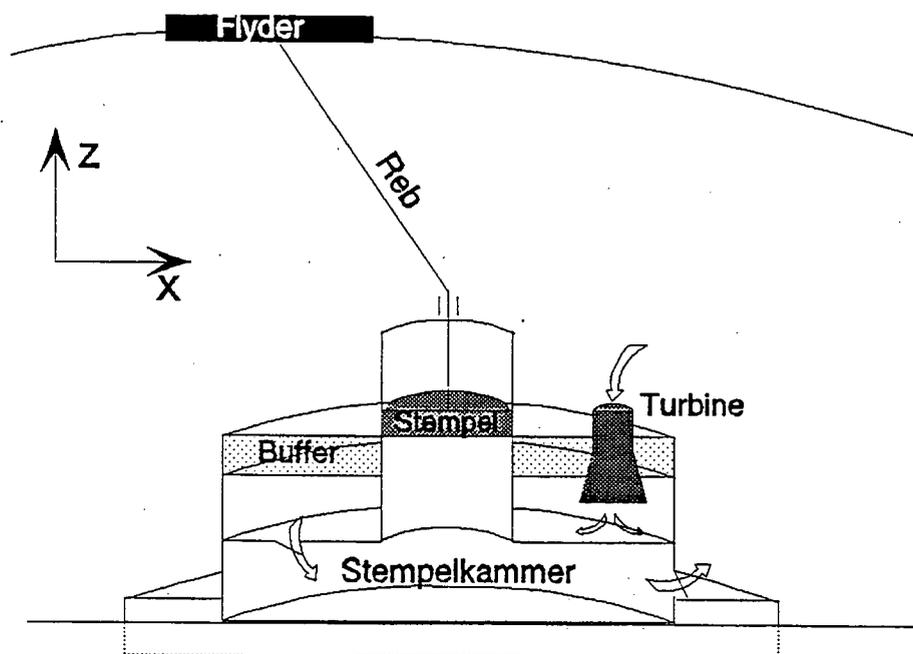
Vi vil nu udlede DWP's matematiske model af bølgemaskinen.

Modellen består af bevægelsesligningerne for de bevægelige dele i bølgemaskinen. Der er tre essentielle bevægelige dele nemlig flyderen, stemplet og bufferen. Flyderen fastlægges til kun at bevæge sig i to dimensioner, den vertikale (z) og én af de horisontale (x). Der ses altså bort fra rotationen omkring de tre akser samt bevægelsen i y -aksens retning. Dette er forsimplinger der er foretaget for at kunne håndtere problemstillingen.

Bevægelsesligningen for flyderen opstilles særskilt for de to retninger. Stemplet og bufferen kan kun bevæge sig i én dimension (den vertikale). Vi starter med at forklare, hvorfor de enkelte led i modellen indgår, for bagefter at formulere hvert led matematisk.

Ved at opdele bevægelsesligningen for flyderen i komponenter bliver der 4 bevægelsesligninger, som hver især beskrives nedenfor.

Fortegnene på de enkelte led er fastlagt efter et koordinatsystem orienteret som vist på figur 1.1.



Figur 1.1: Skematisk tegning af bølgemaskinen. Her ses et tværsnit af den cylinderformede bundkonstruktion, hvor bufferen ligger i en ring omkring stempellet. Afstanden fra havbunden og op til flyderen er fortegnet i forhold til bølgemaskinens størrelse.

1.3 Bevægelsesligningen for flyderen

En skematisk tegning af flyderen, og de kræfter der virker på den, ses på figur 1.2.

Flyderens resulterende kraft F_f er flyderens masse gange dens acceleration i den vertikale og horisontale retning. Det er imidlertid således, at når et legeme bevæger sig gennem vand, vil den væske, der er i umiddelbar nærhed af legemet, blive accelereret sammen med legemet. Derfor skal man, når man beregner denne kraft, lægge massen af det accelererede vand til massen af flyderen. Denne ekstra masse kalder vi "added mass"¹. En udledning af dette led findes i appendiks A.

¹Så vidt vi er orienteret, findes der ikke et standardiseret dansk udtryk for "added mass". Vi vil derfor bibeholde denne betegnelse.

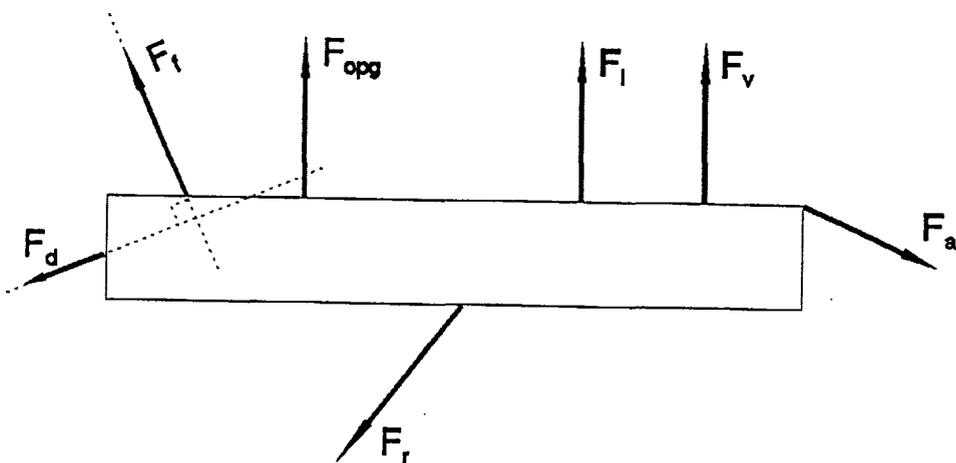
Flyderen vil også blive påvirket af en kraft F_v , der stammer fra vandpartiklernes acceleration². Denne kraft er som F_f afhængig af added mass samt af hvor stor en del af flyderen, der er under vand.

Rebet, der forbinder flyderen med stemplet, er elastisk og kan tilnærmes med en lineær fjeder. Kraften fra rebet F_r kan derfor beskrives ved Hookes lov $F_r = kx$, hvor k er fjeder konstanten og x er forlængelsen af rebet.

Der er også en tyngdekraft F_g og en opdrift F_{op} på flyderen, som vi skriver som $F_{opg} = F_{op} - F_g$.

Når flyderen bevæger sig gennem vandet, vil det, analogt til en flyvinge, der bevæger sig gennem luften, være udsat for en "løftekraft" F_l og en gnidningskraft F_d (d for drag). Disse størrelser vil være afhængig af vinklen α mellem vandets strømningsretning og flyderens bevægelsesretning.

Til sidst er der kraften F_a , der stammer fra de fire ankertøve. Kraften fra hvert ankertov kan, ligesom for rebet mellem flyder og stempel, modelleres ved en lineær fjeder.



Figur 1.2: Schematisk tegning af flyderen og de kræfter der virker på den i en given situation.

²Begrebet "vandpartikel" betyder, i denne sammenhæng et vandvolumen af infinitesimal størrelse. Se i øvrigt kapitel 2.

Den samlede bevægelsesligning for flyderen er

$$F_f = F_v + F_r + F_{opg} + F_d + F_l + F_a.$$

1.3.1 Specifisering af kræfterne i vertikal retning

Kraften fra flyderens acceleration, F_f

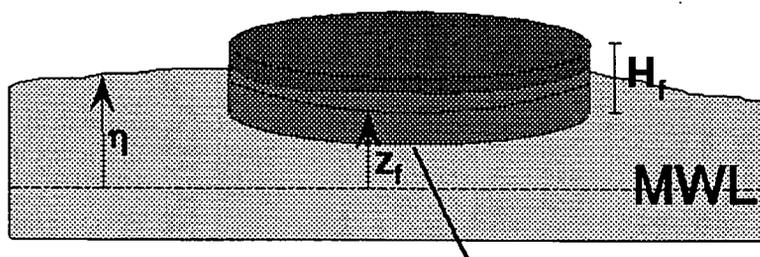
Denne kraft beregnes som summen af flyderens masse (m_f) og added mass (a_f) ganget med massens acceleration (z_f''). Dette bliver

$$F_f = (m_f + a_f \beta) z_f''.$$

Den ekstra masse er afhængig af hvor stor en del af flyderen, der er under vand. Derfor ganges a_f med neddykningskoefficienten β , som er bestemt ved følgende udtryk

$$\beta = (\eta - z_f) \frac{1}{H_f} + \frac{1}{2}, \quad \beta \in [0; 1]$$

hvor H_f er flyderens højde, z_f er højden af flyderens centrum over Mean Water Level (MWL) og η er vandhøjden over MWL (se figur 1.3). $\eta - z_f$ betegner således afstanden fra flyderens centrum til vandoverfladen.



Figur 1.3: Neddykningskoefficienten β er et udtryk for hvor stor en del af flyderens vertikale overflade, der er under vand. Her er β ca. 0,75.

Ved at dividere med flyderens højde får man den brøkdel af den øverste halvdel af flyderens vertikale overflade, der er under vandet. Til denne

brøk lægges $\frac{1}{2}$, idet z_f er defineret som afstanden fra MWL til flyderens midtpunkt.

Neddykningskoefficienten β sættes til 1 når flyderen er helt neddykket og til 0, hvis flyderen hopper ud af vandet. Selvom dette ikke vil ske i praksis, sker det til tider i computermodellen [Pers. med. Kim Nielsen, DWP].

Kraften fra vandet, F_v

Massen i dette udtryk er summen af massen af den fortrængte vandmængde ($\rho_v V_f$) og added mass (a_f) ganget med neddykningskoefficienten β . Den samlede masse ganges med vandpartiklernes acceleration i den vertikale retning (z_v''). Vi får

$$F_v = (a_f + \rho_v V_f) \beta z_v''.$$

Kraften skyldes, at flyderen bevæger sig i strømmende vand.

Kraften fra rebet, F_r

Rebkraften er ifølge Hookes lov forlængelsen af rebet ΔL_r projiceret ind på z -retningen (se figur 1.4) ganget med rebets elasticitetskoefficient (e_r). Dette giver

$$F_r = -e_r \Delta L_r \cos(\alpha_r).$$

Det negative fortegn skyldes, at rebkraften altid vil være nedadrettet.

Når rebet er slapt, dvs. når afstanden fra flyderen til stemplet er mindre end længden af rebet

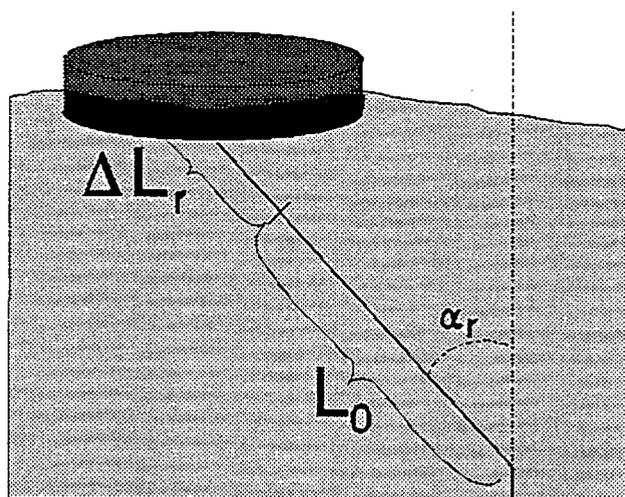
$$\Delta L_r = \sqrt{(z_f + z_s)^2 + x_f^2} - L_0 < 0,$$

så er $F_r = 0$.

Opdrift og tyngde, F_{opg}

Opdriften fratrukket tyngdekraften er givet ved den effektive masse (dvs. den fortrængte vandmængde minus flyderens masse) ganget med tyngdeaccelerationen

$$F_{opg} = (V_f \rho_v \beta - m_f) g.$$



Figur 1.4: Forlængelsen af rebet projiceres ind på den vertikale retning. Rebets vinkel i forhold til lodret er α_r .

Gnidningskraften, F_d

Gnidningskraften (F_d) påvirker flyderen på det våde areal, når den bevæger sig gennem vandet. Gnidningskraften på flyderen skyldes hovedsageligt trykforskellen i grænselaget omkring flyderen. Fra eksperimenter har man fundet ud af, at gnidningskraften er afhængig af vandets densitet ρ_v , den relative hastighed ν mellem flyderen og vandet, og flyderens bundareal projiceret ind på den uforstyrrede vands strømningsretning $\frac{1}{4}\pi D_f^2 \sin(\alpha)$. Udtrykket er givet ved

$$F_d = \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_d \sin(\alpha),$$

hvor D_f er flyderens diameter og C_d er den eksperimentelt bestemte gnidningskoefficient givet ved $C_d = 0,40 + 1,04 \sin^2(\alpha)$. Fortegnet af gnidningskraften bestemmes af $\sin(\alpha)$, der alt efter flyderens retning vil ændre fortegn, idet $\sin(\alpha)$ er defineret som $\sin(\alpha) = \frac{z'_v - z'_f}{\nu}$.

Løftekraften, F_l

Løftekraften (F_l) virker pr. definition vinkelret på den uforstyrrede vands strømningsretning. Bortset fra at F_l er afhængig af $\cos(\alpha)$ frem

for $\sin(\alpha)$ og løftekoefficienten (C_l) erstatter C_d , er løftekraften helt analog til F_d . Løftekraften bliver

$$F_l = \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_l \cos(\alpha),$$

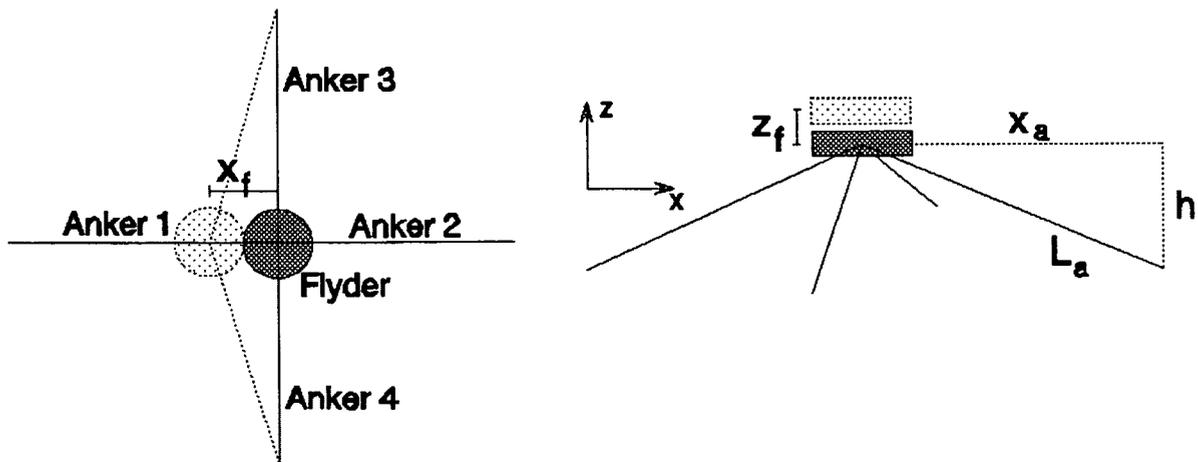
hvor C_l , der som C_d er eksperimentelt bestemt, kan skrives som

$$C_l = \begin{cases} 1,11 \sin(\alpha) \cos(\alpha) & \text{for } |\cos(\alpha)| \in]0; 0,707] \\ 0,555 \frac{\sin(\alpha) \cos(\alpha)}{|\sin(\alpha) \cos(\alpha)|} & \text{for } |\cos(\alpha)| \in [0,707; 0,966] \\ 2,13 \frac{\sin(\alpha) \cos(\alpha)}{|\cos(\alpha)|} & \text{for } |\cos(\alpha)| \in [0,966; 1[. \end{cases}$$

Analogt til $\sin(\alpha)$, er $\cos(\alpha)$ defineret som $\cos(\alpha) = \frac{x'_v - x'_f}{\nu}$.

Kraften fra ankertovene, F_a

Flyderen er forbundet til fire ankertøve. Disse er alle fæstnet til flyderens centrum og på havbunden i samme niveau som bølgemaskinen. De har alle samme længde i slap tilstand og er lige elastiske. Da vi kun regner i to dimensioner, vil vi kun se på flyderens bevægelse i retning mod 1. og 2. ankertov (se figur 1.5).



Figur 1.5: Skematisk tegning af ankertovenes placering. Flyderen kan i modellen kun bevæge sig op og ned, og i retning mod 1. eller 2. ankertov

Ved hjælp af Phythagoras' sætning fås følgende udtryk for længden af de enkelte ankertove

$$\begin{aligned} L_{a1} &= \sqrt{(x_a + x_f)^2 + (h + z_f)^2} \\ L_{a2} &= \sqrt{(x_a - x_f)^2 + (h + z_f)^2} \\ L_{a3} &= L_{a4} = \sqrt{x_a^2 + x_f^2 + (h + z_f)^2}. \end{aligned}$$

Ankerkraften beregnes som forlængelsen af tovet (ΔL_a) ganget med tovets elasticitetskoefficient (e_a). Den samlede ankerkraft er summen af kraften fra de fire ankertove projiceret ind på den vertikale retning

$$F_a = - \sum_{i=1}^4 e_a \Delta L_{ai} \sin(\alpha_{ai}).$$

Kraften fra ankertovene vil ligesom rebkraften være nedadrettet, hvilket forklarer det negative fortegn.

Bevægelsesligningen i vertikal retning

Vi har nu den samlede bevægelsesligning for flyderen i den vertikale retning

$$F_f = F_v + F_r + F_{opp} + F_d + F_l + F_a$$

⇕

$$\begin{aligned} (m_f + a_f \beta) z_f'' &= (a_f + \rho_v V_f) \beta z_v'' - e_r \Delta L_r \cos(\alpha_r) + \\ & (V_f \rho_v \beta - m_f) g + \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_d \sin(\alpha) + \\ & \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_l \cos(\alpha) - \sum_{i=1}^4 e_a \Delta L_{ai} \sin(\alpha_{ai}). \end{aligned}$$

1.3.2 Specifisering af kræfterne i horisontal retning

Flyderens bevægelse i den horisontale retning kan beskrives ud fra ligninger, der svarer til de ovenstående bortset fra, at der her hverken er tyngdekraft eller opdrift, og at løftkraften er negativ. Vi har derfor følgende udtryk

$$F_f = F_v + F_r + F_d + F_l + F_a$$

⇕

$$\begin{aligned} (m_f + a_f \beta) x_f'' &= (a_f + \rho_v V_f) \beta x_v'' - e_r \Delta L_r \sin(\alpha_r) + \\ &\beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_d \cos(\alpha) - \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_l \sin(\alpha) - \\ &\sum_{i=1}^4 e_a \Delta L_{ai} \cos(\alpha_{ai}). \end{aligned}$$

1.4 Bevægelsesligningen for stemplet

En skematisk tegning af stemplet ses på figur 1.6.

Stemplet bliver påvirket af en kraft F_s , der stammer fra stemplets egen acceleration. Ligesom for flyderen skal der her lægges added mass til.

Da der er undertryk i stempelkammeret, når stemplet trækkes op, vil der være en kraft F_t som trykker nedad. Når stemplet bevæger sig nedad, sættes kraften til 0.

Undertrykket i stempelkammeret, når stemplet trækkes op, vil suge vand fra bufferkammeret, gennem bufferventilen og ind i stempelkammeret. Når stemplet bevæger sig ned, vil vandet presses gennem udløbsventilen. Stemplet vil derfor påvirkes af en gnidningskraft $F_{\mu v}$, der stammer fra energitab i bufferventilen og udløbsventilen.

Når stemplet når enten til toppen eller bunden af cylinderen rammer den et elastisk stop, som vil påvirke den med en kraft F_e , der er modsatrettet stemplets bevægelse. Denne kraft kan modelleres med en lineær fjeder.

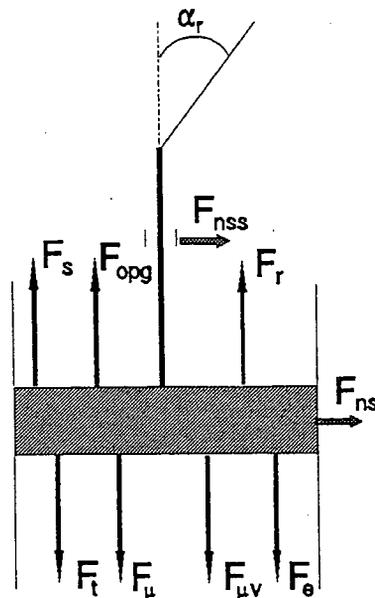
Kraften fra opdriften minus tyngden kalder vi F_{opg} .

Rebet til flyderen påvirker stemplet med en kraft F_r , som er den samme som beskrevet for flyderen, bare rettet modsat.

Endelig er der en gnidningskraft F_μ mellem stemplet og cylindervæggen.

Den samlede bevægelsesligning for stemplet er

$$F_s = F_t + F_{\mu v} + F_e + F_{opg} + F_r + F_\mu.$$



Figur 1.6: Skematisk tegning af stemplet og de kræfter der virker på det i en given situation.

1.4.1 Specifisering af kræfterne i bevægelsesligningen for stemplet

Kraften fra stemplets acceleration, F_s

Da stemplet altid er helt neddykket i vand, kan man i den matematiske beskrivelse nøjes med at benytte den effektive masse, som er stemplets

masse minus stemplets opdrift. I lighed med bevægelsesligningen for flyderen, har vi kraften fra stemplets egen acceleration givet ved

$$F_s = (m_s + a_s)z_s'',$$

hvor m_s er stemplets effektive masse og a_s er stemplets added mass.

Trykkraften, F_t

Trykkraften afhænger af trykforskellen mellem stempelkammeret og vandet udenfor. Denne forskel kan beskrives via trykforskellen mellem stempelkammeret og bufferkammeret Δp_{sb} . Trykkraften beregnes som trykforskellen ganget med stemplets areal (A_s). Dette bliver

$$F_t = -\Delta p_{sb} A_s.$$

Når stemplet bevæger sig opad vil F_t være nedadrettet og derfor sættes der et negativt fortegn. Når stemplet bevæger sig nedad, sættes $F_t = 0$.

Trykforskellen mellem stempelkammeret og bufferkammeret er givet ved

$$\Delta p_{sb} = \rho_v g \left((d_b + z_b + 10) - (d_b + z_{b0} + 10) \left(\frac{z_{b0}}{z_b} \right)^\gamma \right),$$

hvor d_b er højden af vandsøjlen over bufferen, z_b er afstanden fra toppen af bufferkammeret ned til vandoverfladen og z_{b0} er det samme som z_b , blot når maskinen er i hvile. Konstanten γ indikerer, hvilken trykændringsproces det er der foregår i bufferkammeret. Hvis der er tale om en adiabatisk proces er $\gamma = 1,4$ og hvis der er tale om en isoterm proces er $\gamma = 1,0$.

Kraften fra energitab i ventiler, $F_{\mu v}$

Kraften, der stammer fra energitab i ventilerne ved udløbet og ved bufferkammeret, kan udtrykkes ved formlen

$$F_{\mu v} = -\frac{1}{2} \rho_v \zeta A_s |z_s'| |z_s'|,$$

hvor ζ er trykfaldskoefficienten, som er en tabellagt konstant, der afhænger af ventilerne's udformning. Trykfaldskoefficienten oplyses fra

leverandøren. Energitabet vil resultere i en kraft der altid er modsatrettet bevægelsesretningen og derfor et negativt fortegn.

Når stemplet bevæger sig opad ($z'_s > 0$) vil der kun blive trukket vand gennem bufferventilen. Trykfaldskoefficienten for bufferventilen er ζ_b . Når stemplet bevæger sig nedad ($z'_s \leq 0$) vil der kun løbe vand gennem udløbsventilen og trykfaldskoefficienten ζ_u for denne ventil benyttes.

Kraften fra top- og bundstop, F_e

Kraften fra top- og bundstop modelleres med en lineær fjeder, se iøvrigt figur 1.7. Denne kraft er givet ved

$$F_e = \begin{cases} -e_{s\emptyset}(z_s - L_{s\emptyset}) & \text{for } L_{s\emptyset} < z_s \\ 0 & \text{for } L_{sn} \leq z_s \leq L_{s\emptyset} \\ -e_{sn}(z_s - L_{sn}) & \text{for } L_{sn} > z_s \end{cases},$$

hvor $e_{s\emptyset}$ (\emptyset for øvre) og e_{sn} (n for nedre) er elasticitetskoefficienter for hhv. top- og bundstop, og $L_{s\emptyset}$ og L_{sn} er øvre og nedre grænse for z_s . Det negative fortegn skyldes, at kraften virker nedad når stemplet rammer topstoppet og opad når det rammer bundstoppet.

Tyngdekraften, F_{opg}

F_{opg} er opdriften minus tyngdekraften, idet m_s er stemplets effektive masse.

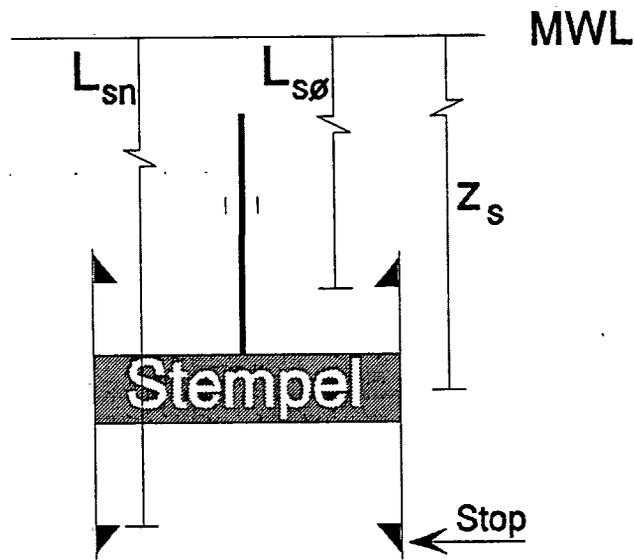
$$F_{opg} = -m_s g.$$

Da tyngdeaccelerationen virker nedad, er kraften negativ.

Kraften fra rebet, F_r

Stemplet påvirkes af en rebkraft magen til den der påvirker flyderen, blot modsatrettet

$$F_r = e_r \Delta L_r \cos(\alpha_r).$$



Figur 1.7: Illustration af de størrelser, der indgår i udtrykket for kræfterne fra top- og bundstop.

Gnidningskraften, F_μ

Når rebet trækker i stemplet i en vinkel $\alpha_r \neq 0$, vil stemplet trækkes ind mod siden af cylinderen af styret, og der vil opstå gnidning. Jo større vinkel, des større gnidning. Gnidningskraften beregnes som normalkraften (F_n) ganget med gnidningskoefficienten μ_s .

Stemplets normalkraft på cylinderen er

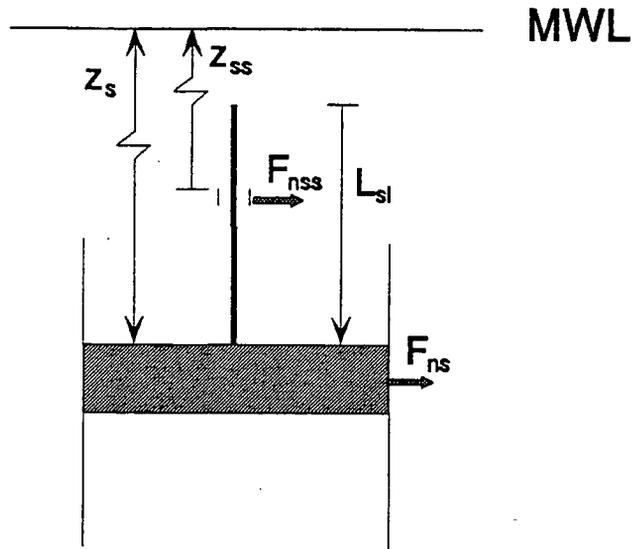
$$F_{ns} = e_r \Delta L_r |\sin(\alpha_r)| \left(1 - \frac{L_{sl}}{z_{ss} - z_s}\right),$$

hvor L_{sl} er længden af stempelstangen og z_{ss} er z -koordinaten til stempelstyret.

Opfatter man stempelstangen som en vægtstang indses det, at normalkraften på styret F_{nss} er givet ved

$$F_{nss} = e_r \Delta L_r |\sin(\alpha_r)| \left(\frac{L_{sl}}{z_{ss} - z_s}\right).$$

Gnidningskraften F_μ er nu givet ved gnidningskoefficienten μ_s gange summen af de numeriske værdier af normalkræfterne, altså



Figur 1.8: Figuren illustrerer de størrelser, der indgår i udtrykket for gnidningskraften mellem cylinderen og stemplet.

$$F_{\mu} = -\mu_s(|F_{nss}| + |F_{ns}|) \frac{z'_s}{|z'_s|}$$

Gnidningskraften vil altid være modsatrettet bevægelsesretningen, hvorfor der ganges med $\frac{-z'_s}{|z'_s|}$. Da F_{ns} altid vil være negativ og F_{nss} altid vil være positiv har vi

$$\begin{aligned} F_{\mu} &= -\mu_s(F_{nss} - F_{ns}) \frac{z'_s}{|z'_s|} \\ &= -\mu_s e_r \Delta L_r |\sin(\alpha_r)| \left(\frac{L_{sl}}{z_{ss} - z_s} - 1 + \frac{L_{sl}}{z_{ss} - z_s} \right) \frac{z'_s}{|z'_s|} \\ &= -\mu_s e_r \Delta L_r |\sin(\alpha_r)| \left(2 \frac{L_{sl}}{z_{ss} - z_s} - 1 \right) \frac{z'_s}{|z'_s|}. \end{aligned}$$

Den samlede bevægelsesligning for stemplet

Vi har nu alle leddene til bevægelsesligningen for stemplet. Den samlede ligning ser ud som følger

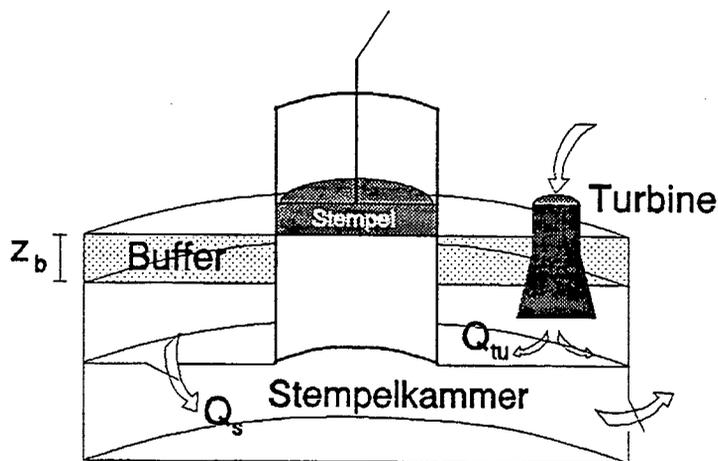
$$F_s = F_t + F_{\mu v} + F_c + F_{opg} + F_r + F_{\mu}$$



$$(m_s + a_s)z'' = -\Delta p_{sb}A_s - \frac{1}{2}\rho_v\zeta A_s|z'_s|z'_s - e_s(z_s - L_s) - m_s g + e_r\Delta L_r \cos(\alpha_r) - \mu_s e_r\Delta L_r |\sin(\alpha_r)| \left(2\frac{L_{sl}}{z_{ss} - z_s} - 1\right) \frac{z'_s}{|z'_s|}.$$

1.5 Bevægelsesligningen for bufferen

Bufferens bevægelse beskrives ved flowet gennem bufferkammeret. En skematisk tegning af bufferen kan ses på figur 1.9.



Figur 1.9: Skematisk tegning af buffer- og stempelkammer.

Der er et flow gennem bufferventilen Q_s , som svarer til udvidelsen af stempelkammerets volumen per tidsenhed.

Flowet gennem turbinen Q_{tu} bestemmes ud fra arealet af turbinens indtag og en flow koefficient tilknyttet turbinen.

Differensen mellem disse to flow $Q_s - Q_{tu}$ er netto flowet Q_b ud af bufferkammeret.

Vi har altså, at

$$Q_s - Q_{tu} = Q_b.$$

1.5.1 Specificering af flow i bevægelsesligningen for bufferen

Flow gennem bufferventilen, Q_s

Når stemplet bevæger sig opad, er der et flow fra bufferkammeret ind i stempelkammeret. Hvis vi antager, at vandet er usammentrykkeligt³, er flowet lig med stemplets areal A_s gange dets hastighed z'_s

$$Q_s = A_s z'_s.$$

Når stemplet bevæger sig nedad er $Q_s = 0$, da ventilen ikke kan lede vand fra stempelkammeret tilbage til bufferkammeret.

Flow gennem turbinen, Q_{tu}

Flowet gennem turbinen er givet ved udtrykket

$$Q_{tu} = q_{tu} A_{tu} \sqrt{\frac{2}{\rho_v} \Delta p_{sb}},$$

hvor A_{tu} er arealet af turbinens indtag, q_{tu} er flowkoefficienten og Δp_{sb} er trykforskellen mellem stempelkammeret og bufferkammeret.

Bevægelsesligningen for bufferen

Ændringen af bufferens volumen per tidsenhed Q_b er givet ved flow gennem bufferventilen minus flow gennem turbinen. Samtidig gælder at $Q_b = A_b z'_b$, hvor A_b er arealet af skillefladen mellem luft og vand i bufferen.

Vi har derfor følgende

$$Q_b = A_b z'_b = A_s z'_s - q_{tu} A_{tu} \sqrt{\frac{2}{\rho_v} \Delta p_{sb}}.$$

³Vi vil i kapitel 2 gøre rede for rimeligheden i denne antagelse.

1.6 Opsamling

Vi kan nu samle den matematiske beskrivelse af bølgemaskinen i 4 centrale bevægelsesligninger.

- Flyderens bevægelse i vertikal retning

$$F_f = F_v + F_r + F_{opg} + F_d + F_l + F_a$$

⇕

$$\begin{aligned} (m_f + a_f \beta) z_f'' &= (a_f + \rho_v V_f) \beta z_v'' - e_r \Delta L_r \cos(\alpha_r) + \\ & (V_f \rho_v \beta - m_f) g + \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_d \sin(\alpha) + \\ & \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_l \cos(\alpha) - \sum_{i=1}^4 e_a \Delta L_{ai} \sin(\alpha_{ai}). \end{aligned} \quad (1.1)$$

- Flyderens bevægelse i horisontal retning

$$F_f = F_v + F_r + F_d + F_l + F_a$$

⇕

$$\begin{aligned} (m_f + a_f \beta) x_f'' &= (a_f + \rho_v V_f) \beta x_v'' - e_r \Delta L_r \sin(\alpha_r) + \\ & \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_d \cos(\alpha) - \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_l \sin(\alpha) - \\ & \sum_{i=1}^4 e_a \Delta L_{ai} \cos(\alpha_{ai}). \end{aligned} \quad (1.2)$$

- Stemplets bevægelsesligning

$$F_s = F_t + F_{\mu v} + F_e + F_g + F_r + F_{\mu}$$

⇕

$$\begin{aligned}
 (m_s + a_s)z'' = & -\Delta p_{sb}A_s - \frac{1}{2}\rho_v\zeta A_s|z'_s|z'_s - \\
 & e_s(z_s - L_s) - m_s g + e_r\Delta L_r \cos(\alpha_r) \\
 & - \mu_s e_r \Delta L_r |\sin(\alpha_r)| \left(2\frac{L_{sl}}{z_{ss} - z_s} - 1\right) \frac{z'_s}{|z'_s|}. \quad (1.3)
 \end{aligned}$$

- Bufferens bevægelsesligning

$$Q_s - Q_{tu} = Q_b$$

⇕

$$A_b z'_b = A_s z'_s - q_{tu} A_{tu} \sqrt{\frac{2}{\rho_v} \Delta p_{sb}}. \quad (1.4)$$

Det ses af ovenstående ligninger, at de eneste størrelser vi skal finde, før vi kan beskrive bølgemaskinens bevægelser, er vandets partikelhastighed og acceleration. Disse størrelser vil vi udlede i næste kapitel.

1.7 Ændringsforslag til modellen

Som vi har set tidligere i kapitlet (side 15), indgår der i bevægelsesligningerne for flyderen en neddykningskoefficient β , som angiver, hvor stor en del på flyderens volumen, der er neddykket. Neddykningskoefficienten indgår dels i udtrykket for opdriften af flyderen og dels i udtrykkene for løfte- og gnidningskraften. Imidlertid er F_l og F_d ikke afhængige af hvor stort et volumen, der er under vand, men derimod hvor stort et areal, der er neddykket. Derfor mener vi, at det her ville være mere korrekt at anvende en neddykningskoefficient, som angiver hvor stor en del af flyderens samlede areal, der er neddykket i forbindelse med F_d og F_l .

DWP har af praktiske hensyn valgt kun at operere med ét udtryk for β . Vi har dog fået DWP til at ændre computerprogrammet, så den nye neddykningskoefficient β_a anvendes i beregningerne. Resultaterne af simuleringerne med den nye neddykningskoefficient, er at finde i kapitel 4. Den nye neddykningskoefficient har vi udledt i det nedenstående

1.7.1 Neddykningskoefficienten for arealet, β_a

Den nye neddykningskoefficient β_a vil som β være én, hvis flyderen er helt neddykket og nul, hvis flyderen er oppe af vandet. Når flyderen er delvist neddykket, vil β_a være givet ved

$$\beta_a = \frac{\pi r^2 + (1/2 H_f + \eta - z_f) 2\pi r}{2\pi r^2 + 2\pi r H_f} = \frac{1}{r + H_f} (\eta - z_f) + \frac{1}{2}$$

for $-H_f/2 < \eta - z_f \leq H_f/2$. hvor r er flyderens radius. Nævneren er arealet af hele flyderen, og tælleren er den del af flyderen, der neddykket i vandet.

Det ses, at eneste forskel mellem β og β_a er, at flyderens radius indgår i β_a . Sammenhængen medfører, at $\beta_a \rightarrow \beta$ for $\frac{r}{H_f} \rightarrow 0$. Da vores flyder har en radius på 1,25 m og en højde på 0,65 m er β_a væsentlig forskellig fra β .

1.8 Høkerformlen

Som en sidste del af kapitlet vil vi præsentere den såkaldte høkerformel. Høkerformlen er skabt på baggrund af modelforsøg i et bølgebassin, og har således intet med den matematiske model og computerprogrammet at gøre, ud over at begge regner på bølgemaskinens effektudbytte afhængigt af søtilstanden. Det er høkerformlen og ikke computermodellen DWP anvender hvis de vil vurdere effektudbyttet af deres bølgemaskine ved givne vindhastigheder.

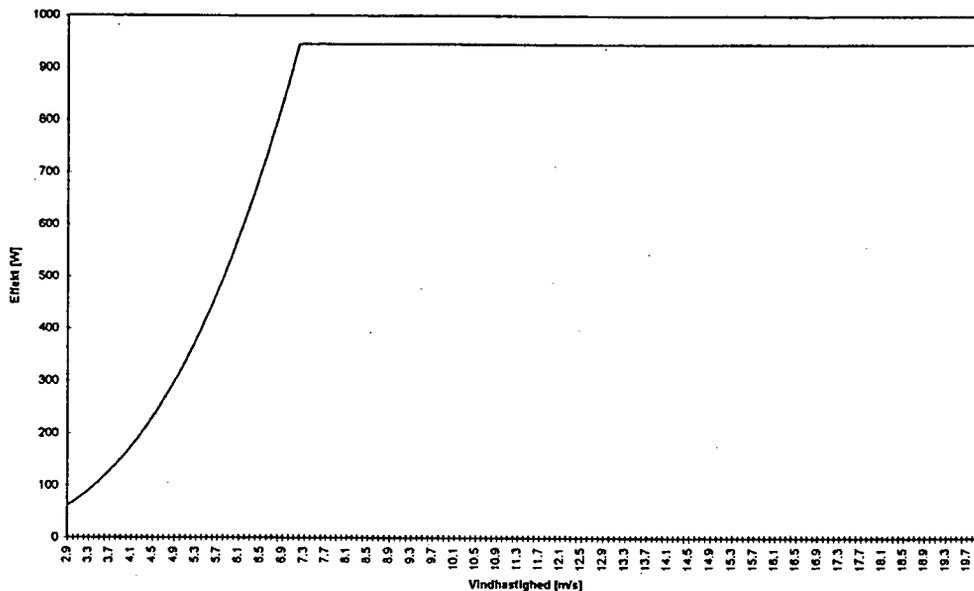
Høkerformlen er konstrueret ved hjælp af eksperimenter⁴ udført i et bølgebassin. Der er udført omkring 500 eksperimenter i et 0,8 m dybt, 1,8 m bredt og 30 m langt bassin. Modellen for flyderen er 16 cm i diameter, 4 cm høj og forbundet med en stempelpumpe med stempel diameter på 6 cm [Nielsen et al. 93]. Høkerformlen er givet ved følgende sammenhæng

$$P_{abs} = \begin{cases} \alpha_{høk} A_f (H_s)^{1,5} \text{ [W]} & \text{for } \frac{H_s}{D_f} \in [0,075; \beta_{høk}] \\ \alpha_{høk} A_f (\beta_{høk} D_f)^{1,5} \text{ [W]} & \text{for } \frac{H_s}{D_f} \geq \beta_{høk}. \end{cases} \quad (1.5)$$

⁴Eksperimenterne er udført på DHI (Dansk Hydraulisk Institut).

I høkerformlen er $\alpha_{h\phi k} = 166 \text{ [kgm}^{-1,5}\text{s}^{-3}\text{]}$, $A_f = \frac{\pi}{4} D_f^2 \text{ [m}^2\text{]}$, $\beta_{h\phi k} = 0,44$, D_f er flyderens diameter og H_s er den signifikante bølgehøjde⁵.

Man kan, ved at anvende sammenhængen $H_s = 0,0213U^2$, opskrive gyldighedsområderne for høkerformen udtrykt ved vindhastighed (U). Dette giver $U \in [2,9; 7,2] \text{ [m/s]}$ for første del af udtrykket og $U \geq 7,2 \text{ [m/s]}$ for anden del. Se figur 1.10



Figur 1.10: Høkerformlen. Grafen er her vist som en funktion af vindhastigheden.

Ovenstående sammenhæng mellem signifikant bølgehøjde og vindhastighed gælder kun, hvis bølgerne antages at følge et Pierson-Moskovitz spektrum. (Se iøvrigt afsnit 3.2.3)

I den oprindelige udgave af DWP's høkerformel bruges notationen $H_{\frac{1}{3}}$ for den signifikante bølgehøjde. Dette skyldes, at man før i tiden definerede den signifikante bølgehøjde som procentdelen af de bølger, hvis højde var større end $\frac{2}{3}$ af den maksimale bølgehøjde. Idag er der dog stadig ikke fundet nogen direkte sammenhæng mellem $H_{\frac{1}{3}}$ og andre mere fundamentale bølgeparametre og ifølge [Tucker, 91] bliver der derfor

⁵Den signifikante bølgehøjde H_s er defineret på side 59.

kraftigt taget afstand fra anvendelsen af $H_{\frac{1}{3}}$. Idag bruger man hovedsaglig H_s eller lignende størrelser, som ligeledes kan bruges til at karakterisere bølgerne. En grundig indføring i disse kan findes i [Tucker, 91]. Dog har DWP antaget, at $H_{\frac{1}{3}} = H_s$.

I appendiks B foretager vi en dimensionsanalyse af konstanten $\alpha_{h\theta k}$ således, at den bringes på dimensionsløs form. Dette gør det nemmere direkte at, se hvad effekten afhænger af.

Kapitel 2

Lineær bølgeteori

I dette kapitel vil vi bestemme udtryk for vandpartiklernes hastighed (x'_v og z'_v) og acceleration (x''_v og z''_v) i en regelmæssig bølge¹.

For at kunne udlede disse størrelser, vil vi benytte os af lineær bølgeteori, som udelukkende beskriver bevægelsen af partikler i små bølger², der er symmetriske omkring MWL.

Vands bølgebevægelse kan beskrives ved kontinuitets- og bevægelsesligningen, som bygger på antagelsen om henholdsvis masse- og impulsbevarelse. Ligningerne forudsættes bekendt (en decideret udledning findes i [Hansen et al., 94]).

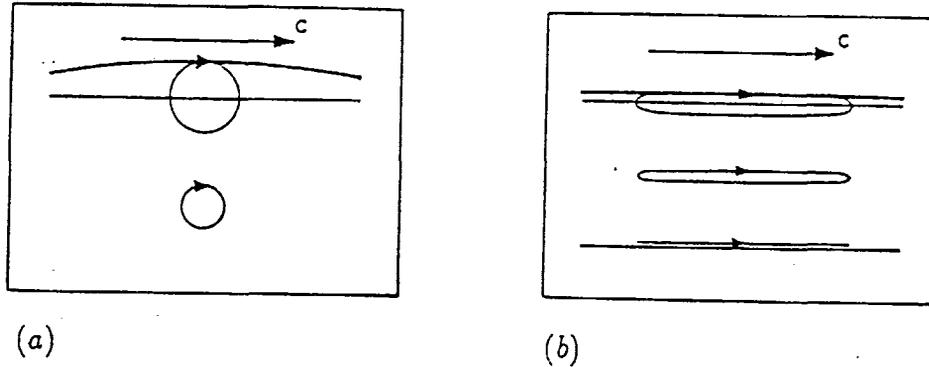
2.1 Vores antagelser

I det nedenstående gøres rede for de antagelser vi gør, for at kunne beskrive vandets flow.

- Den lineære bølgeteori bygger på den antagelse, at naturlige bølger er sinusformede. Som følge heraf, beskrives vandpartiklernes bevægelse på dybt vand ved lukkede cirkelbaner. På lavt vand vil vandpartiklerne bevæge sig i ellipser og på meget lavt vand bare frem og tilbage. (se iøvrigt figur 2.1).

¹Gennemgangen er baseret på kapitel 3 og 4 i [Svendsen, 80].

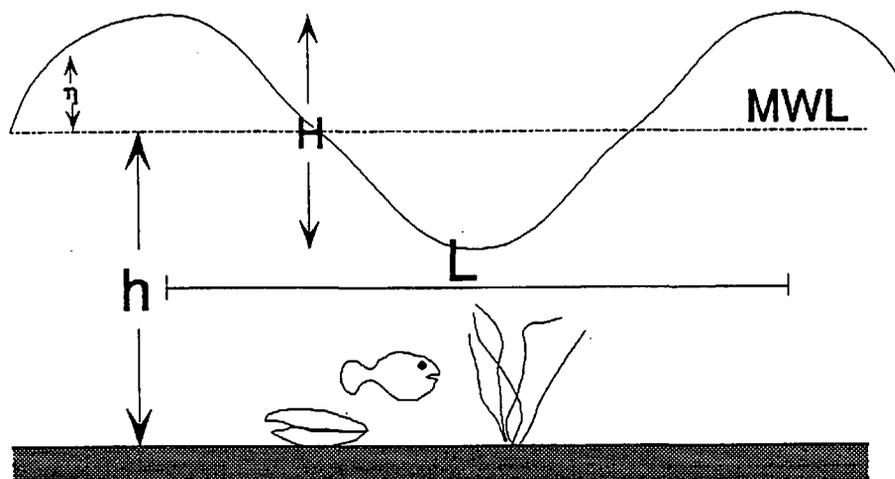
²Med "små bølger" mener vi bølger, hvor amplituden er meget mindre end bølgelængden.



Figur 2.1: Vandpartiklernes bevægelse i en bølge ved forskellige vanddybder. (a) illustrerer partikelbevægelsen på dybt vand og (b) illustrerer partikelbevægelsen på lavt vand. Som det ses, oscillerer partiklerne horisontalt tæt ved bunden [Svendsen, 80].

- Når vi i det følgende taler om en *vandpartikel*, mener vi et vandvolumen af infinitesimal størrelse. Det er dog stadig så stort, at vi kan tillade os at betragte det som et kontinuum og ikke som enkelt molekyler.
- Vi vil kun se på bevægelser i to retninger, den vertikale og den horisontale retning.
- Vi antager, at vanddybden h , bølgehøjden H og bølgens form er konstant.
- Vi antager, at vandets strømning er laminar.
- Vi antager, at strømningen overalt i vandet er rotationsfrit³ ($\text{rot}\vec{v} = 0$). At en væske er rotationsfri betyder, at en væske uden rotation (hvirvlen) vil forblive uden rotation [Svendsen, 80]. Ved laminar strømning over en vandret bund, vil det kun være i vandets grænselag der vil forekomme rotation. Grænselaget er et udtryk for det lag i væsken, der ved bevægelse påvirkes af bunden, og hvor der derfor vil opstå rotation, som følge af friktion. Bølgebevægelsen bevirker, at vandpartiklerne tæt ved bunden vil

³ $\text{rot}\vec{v} \equiv \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}$ i 2 dimensioner.



Figur 2.2: Definitions figur. Her angiver h højden fra bunden til MWL, og L angiver bølgelængden, H angiver bølgehøjden og η angiver højden af bølgen ved et givent sted x . Iøvrigt hedder fisken Bent.

oscillere horisontalt og derfor stå stille 2 gange inden for hver bølgeperiode. Dette bevirker, at grænselaget ikke udvikles, og at det derfor altid vil være tyndt i forhold til vanddybden [Svendsen, 80]. Vi vælger at se bort fra det tynde grænselag, og kan derfor med rimelighed antage, at vandet ved laminar strømning er rotationsfrit.

- Vi antager, at vandet er inkompressibelt. For at vurdere kompressibiliteten af en væske anvendes Mach-tallet M . Et lille Mach-tal er ensbetydende med en inkompressibel væske. Mach-tallet er givet ved hastigheden af væsken U_v divideret med lydhastigheden i væsken U_l

$$M = \frac{U_v}{U_l}$$

Lydhastigheden i vand er 1500 m/s [Newman, 77]. Ved laminar strømning er hastigheden af vandet meget mindre end U_l , og Mach-tallet for vandet vil derfor være meget lille. Forudsat at vandets strømning er laminar, kan vi altså antage, at vandet er

inkompressibelt, hvilket medfører sammenhængen

$$\Delta m = \rho_v \Delta V.$$

- Vi antager, at saliniteten og temperaturen er konstant i ethvert vandvolumen, hvilket medfører, at vandet er densitetshomogent.

2.2 Indføring af hastighedspotentialet, ϕ

Hvis en væske er rotationsfri, kan vi definere en skalarfunktion ϕ i et hvert punkt i væsken på en sådan måde, at hastighedsvektoren \vec{v} bestemmes som

$$\vec{v} = (u, w) = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right).$$

ϕ kaldes hastighedspotentialet for væsken, og har ingen intuitiv fysisk betydning. En indføring af ϕ i kontinuitets- og bevægelsesligningen viser sig imidlertid at være en god idé, idet ligningerne reduceres til kun at afhænge af én afhængig variabel ϕ , istedet for to variable u og w .

2.2.1 Kontinuitetsligningen udtrykt ved ϕ

Kontinuitetsligningen bygger på antagelsen om masse- og volumenbevarelse ⁴ i en væske og er givet ved følgende udtryk

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

hvor u og w er væskens hastighedskomponenter i henholdsvis horisontal og vertikal retning.

Udtrykt ved ϕ , kan kontinuitetsligningen for vand derfor skrives som

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (2.1)$$

Denne ligning er også kendt under navnet Laplaces ligning.

⁴Vores tidligere antagelse om konstant densitet medfører, at massebevarelse er ensbetydende med volumenbevarelse.

2.2.2 Bevægelsesligningen udtrykt ved ϕ

Bevægelsesligningen for en væske er baseret på impulsbevarelse. For en vandpartikel skal derfor gælde, at

$$F_{res} = F_{tryk} + F_{tyngde} + F_{viskositet}.$$

Vi antager, at man kan se bort fra de viskøse kræfter. At dette er en rimelig antagelse indses ved at vurdere Reynolds tal. Et stort Reynolds tal medfører, at man med rimelighed kan se bort fra viskositeten [Newman, 77]. Reynoldstal er givet ved

$$R_e = \frac{F_{inerti}}{F_{viskositet}}$$

⇕

$$R_e = \frac{\rho_v U_v^2 l^2}{\mu U_v l} = \frac{\rho_v U_v l}{\mu} = \frac{U_v l}{\nu},$$

hvor U_v er hastigheden af væsken, l er en karakteristisk længde, μ er den dynamiske viskositet og ν er den kinematiske viskositet for væsken. En typisk værdi for den kinematiske viskositet for vand er $\nu = 10^{-6} \frac{m^2}{s}$ [Newman, 77]. Dette medfører, at Reynolds tal bliver meget stort, og det er derfor forsvarligt at se bort fra de viskøse kræfter.

Når vi ser bort fra viskositeten i vandet, kan bevægelsesligningen i henholdsvis vertikal og horisontal retning skrives op som nedenstående.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_v} \frac{\partial p}{\partial x}$$

og

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_v} \frac{\partial p}{\partial z} - g.$$

Disse kaldes også Eulers ligninger⁵.

Idet der gælder, at $\text{rot } \vec{v} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x}$, kan Eulerligningernes venstre sider omformes til

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u^2 + w^2)$$

⁵En egentlig udledning af ligningerne findes i [Svendsen, 80].

og

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u^2 + w^2).$$

Ved at indføre ϕ , kan udtrykkene omskrives til

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u^2 + w^2) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) \right)$$

og

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u^2 + w^2) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) \right).$$

Højresiderne i Eulers ligninger kan skrives som

$$-\frac{1}{\rho_v} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho_v} + gz \right)$$

og

$$-\frac{1}{\rho_v} \frac{\partial p}{\partial z} - g = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{\rho_v} + gz \right).$$

Her indføres gz i den første ligning, for senere at kunne slå ligningerne sammen.Vi kan nu integrere Eulers ligninger mht. x og z , hvilket giver

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) = -\frac{p}{\rho_v} - gz + c_1(z, t)$$

og

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) = -\frac{p}{\rho_v} - gz + c_2(x, t).$$

Ovenstående medfører umiddelbart, at konstanterne $c_1(z, t) = c_2(x, t)$, hvoraf det ses, at konstanterne ikke afhænger af x og z . De to ligninger kan derfor reduceres til én ligning, der er kendt som Bernoullis ligning

$$gz + \frac{p}{\rho_v} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{\partial \phi}{\partial t} = c(t).$$

De to hastighedspotentialer ϕ og $\phi + \int c(t)dt$ repræsenterer det samme hastighedsfelt. Ved at substituere ϕ med $\phi_1 + \int c(t)dt$ kan Bernoullis ligning simplificeres yderligere.

$$gz + \frac{p}{\rho_v} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = 0. \quad (2.2)$$

For nemhedens skyld, vil vi dog i det følgende skrive ϕ , istedet for ϕ_1 .

Vi har nu omskrevet både Laplaces ligning og Bernoullis ligning således, at kun ϕ og p er ukendte størrelser. Ved at løse Laplaces ligning kan vi finde et udtryk for ϕ . Dette udtryk kan vi herefter indføre i Bernoullis ligning og beregne p i et hvert punkt ved følgende omskrivning af (2.2)

$$p = -\rho_v g z - \frac{\rho_v}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) - \rho_v \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (2.3)$$

2.3 Randbetingelser

Vi er interesserede i at beskrive en bølgebevægelse på vandoverfladen i et område karakteriseret ved konstant vanddybde. Det er nødvendigt at opstille randbetingelser ved bunden, for hver af enderne i det betragtede område (den periodiske randbetingelse) og derudover for vandoverfladen. Randbetingelsen for vandoverfladen kan opdeles i den kinematiske og dynamiske randbetingelse, som fastlægger positionen af selve vandoverfladen og hastighedspotentialet selv.

Randbetingelsen for bunden

Randbetingelsen for bunden kommer af, at vandet antages ikke at kunne løbe igennem bunden. Vi sætter altså den lodrette hastighedskomponent til nul ved havbunden

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ ved } z = -h.$$

Den periodiske randbetingelse

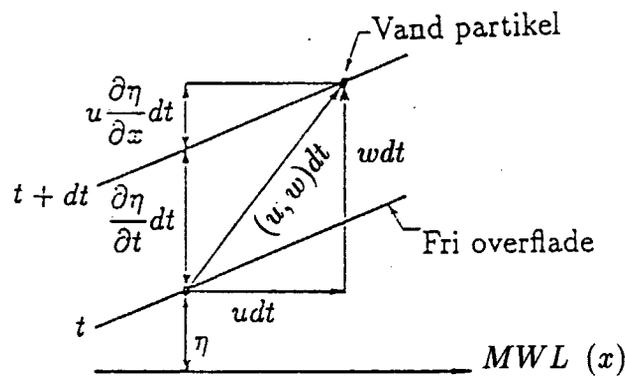
Vi vælger at betragte et periodisk felt. Hvis en bølge med konstant form udbreder sig i et givent område med en længde på et helt antal bølgelængder, vil ϕ således i begge ender af området have den samme værdi. Dette kan skrives som

$$\frac{\partial \phi}{\partial x}(x, z, t) = \frac{\partial \phi}{\partial x}(x + nL, z, t), \quad (2.4)$$

hvor L er bølgelængden, og $n \in \mathbb{N}$. Vi vælger $n = 1$.

Den kinematiske randbetingelse

En måde at fastlægge vandoverfladens bevægelse på er ved at antage, at en vandpartikel i vandoverfladen vil forblive der. Bølgebevægelsen bestemmes herefter af bevægelsen af denne "øverste" vandpartikel. Vi vil lade $\eta(x, t)$ betegne den "øverste" vandpartikels bane, altså vandoverfladens højde over MWL.



Figur 2.3: Den kinematiske randbetingelse. Frit efter [Svendsen, 80].

Ændringen af $z(x, t) = \eta(x, t)$ med hensyn til t , kan skrives som

$$dz = \frac{\partial \eta}{\partial t} dt + u \frac{\partial \eta}{\partial x} dt.$$

Idet vi benytter, at $dz = w dt$, kan vi omskrive udtrykket til

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

⇕

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (2.5)$$

ved $z = \eta$. Denne betingelse kaldes for den kinematiske randbetingelse for vandoverfladen.

Den dynamiske randbetingelse

Vi antager, at trykket overalt på vandoverfladen er nogenlunde konstant (eksempelvis $p = 0$). Dette er en rimelig antagelse, idet densiteten af luft er omkring 1/800 del af densiteten af vands [Svendsen, 80]. Antagelsen betyder, at Bernoullis ligning reduceres til

$$g\eta + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (2.6)$$

ved $z = \eta$.

2.4 Linearisering

Vi har nu fået fastlagt vores randbetingelser således, at vi nu burde være i stand til at løse Laplaces ligning. Matematisk set eksisterer der imidlertid to vanskeligheder. Den første vanskelighed er, at begge vores randbetingelser for vandoverfladen er ikke-lineære. Den anden vanskelighed er, at vandoverfladen selv er én af de ubekendte, vi prøver at finde en løsning til. Disse to vanskeligheder gør, at problemet er besværligt at løse analytisk. Vi er derfor nødt til foretage yderligere simplifikationer for at finde løsningen til Laplaces ligning.

Simplifikationer består dels i at vurdere størrelsesordenen af leddene i henholdsvis den kinematiske og den dynamiske randbetingelse, og dels i at Taylorudvikle randbetingelserne. Idéen med størrelsesorden betragtningen er at vurdere, om man kan se bort fra de ikke-lineære led. Ved at Taylorudvikle randbetingelserne og ved at negligere de ikke-lineære led vil vi i det følgende vise, at fejlen vi begår ved at Taylorudvikle i $z = 0$, i stedet for i $z = \eta$, er af samme størrelsesorden. Dette gør, at vi kan betragte vandoverfladen som en fast rand i $z = 0$, i stedet for en varierende rand udtrykt ved $z = \eta$.

2.4.1 Linearisering af den kinematiske randbetingelse

Som omtalt tidligt i kapitlet beskrives en bølgebevægelse ved, at vandpartikler bevæger sig i cirkelbaner⁶, hvor hver bane varer en bølgeperiode T . Vandpartiklerne i overfladen bevæger sig i den største cirkelbane, med radius $a = \frac{H_{maks}}{2}$, og har derfor den største hastighed, idet $v = \frac{2\pi a}{T}$. Størrelsesordenen af $\frac{\partial\phi}{\partial x}$ og $\frac{\partial\phi}{\partial z}$ er således

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{maks} = \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_{maks} = \frac{\pi H}{T} = 0\left(\frac{H}{T}\right).$$

Størrelsesordenen af $\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)$ er

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)_{maks} = \frac{H}{2T} = 0\left(\frac{H}{T}\right).$$

Størrelsesordenen af $\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)$ er

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_{maks} = \frac{H}{L} = 0\left(\frac{H}{L}\right).$$

Ved hjælp af bølgens udbredelseshastighed, givet ved $c = \frac{L}{T}$, kan vi vurdere størrelsen af det ikke-lineære led

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\eta}{\partial x} = 0\left(\frac{HH}{TL}\right) = 0\left(c \frac{H^2}{L^2}\right) = \frac{H}{L} 0\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right).$$

Hvis vi lader $\frac{H}{L}$ gå mod 0, vil det ikke-lineære led gå mod 0, mens de resterende led i den kinematiske randbetingelse vil være af samme størrelsesorden

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{H}{L} 0\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right),$$

ved $z = \eta$.

⁶Det er en tilnærmelse at beskrive partiklernes bevægelse ved cirkelliggende baner, men under forudsætning af, at bølgehastigheden er givet ved $c = \frac{L}{T}$, kan beskrivelsen godtages til dette formål.

Vi kan på denne måde linearisere den kinematiske randbetingelse, der nu kan skrives som

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (2.7)$$

ved $z = \eta$.

At det er en god approksimation indses ved at betragte de værdier for $\frac{H}{L}$, der forekommer i naturen. Ved en meget stejl bølge vil forholdet $\frac{H}{L} = 0,05$ [Svendsen, 80], hvilket må siges at være meget mindre end 1. Jo fladere bølgen bliver, des nærmere vil $\frac{H}{L}$ komme på 0.

2.4.2 Linearisering af den dynamiske randbetingelse

Størrelsesordenen af $(\frac{\partial \phi}{\partial x})^2$ og $(\frac{\partial \phi}{\partial z})^2$ bestemmes ved kvadrering

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{maks}^2 = \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)_{maks}^2 = \frac{\pi^2 H^2}{T^2} =$$

$$0\left(\frac{H^2}{T^2}\right) = 0\left(c^2 \frac{H^2}{L^2}\right) = c \frac{H}{L} 0\left(c \frac{H}{L}\right) = c \frac{H}{L} 0\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right).$$

Vi ser, at de ikke-lineære led $(\frac{\partial \phi}{\partial x})^2$ og $(\frac{\partial \phi}{\partial z})^2$ er af størrelsesorden $c \frac{H}{L}$ ganget med den lineære størrelse $\frac{\partial \phi}{\partial z}$. Leddene af højere orden i den dynamiske randbetingelse går derfor mod nul, hvis $\frac{H}{L} \rightarrow 0$.

$$g\eta + \frac{1}{2}c \frac{H}{L} \left(0\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + 0\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)\right) + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0,$$

ved $z = \eta$.

Vores dynamiske randbetingelse kan derfor reduceres til

$$\eta + \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (2.8)$$

ved $z = \eta$.

Vi har nu lineariseret de to randbetingelser for vandoverfladen.

2.4.3 Taylorudvikling

Vores to randbetingelser for overfladen er varierende i tid. Laplaces ligning ville være lettere at løse, hvis overfladen, i stedet for at variere i tiden, havde en konstant værdi. Ved at Taylorudvikle de lineariserede randbetingelser og antage, at $\frac{H}{L} \rightarrow 0$ kan det indses, at det faktisk er muligt at opnå et konstant udtryk for randen.

Vi starter med at Taylorudvikle den kinematiske randbetingelse (2.5) i $\eta = 0$.

$$\frac{\partial \phi}{\partial z}(x, \eta, t) = \frac{\partial \phi}{\partial z}(x, 0, t) + \eta \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(x, 0, t) + \dots \quad (2.9)$$

Vi ved at

$$\eta = 0(H)$$

og

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0\left(c \frac{H}{L^2}\right)$$

Ligning (2.9) bliver derfor

$$\frac{\partial \phi}{\partial z}(x, \eta, t) = \frac{\partial \phi}{\partial z}(x, 0, t) + 0\left(c \frac{H^2}{L^2}\right) = \frac{\partial \phi}{\partial z}(x, 0, t) + \frac{H}{L} 0\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)$$

Hvis $\frac{H}{L} \rightarrow 0$, kan vi altså negligere de ikke-lineære led, samtidig med, at vi kan nøjes med at betragte den kinematiske randbetingelse i $z = 0$, i stedet for i $z = \eta$.

Analoge resultater kan opnås for $\frac{\partial \phi}{\partial t}$, og den lineariserede dynamiske randbetingelse kan derfor også betragtes i $z = 0$ istedet for i $z = \eta$.

De to randbetingelser kan samles i én randbetingelse, hvilket gør senere udledninger nemmere. Ved at differentiere η med hensyn til t i den dynamiske randbetingelse (2.8) får vi (ved $z = 0$) nedenstående udtryk.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0.$$

Dette indsættes i den kinematiske randbetingelse (2.7), hvorefter det samlede udtryk for de to lineariserede randbetingelser for overfladen (ved $z = 0$) kan skrives som

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0. \quad (2.10)$$

2.5 Reducering af de uafhængige variable

I randbetingelsen for vandoverfladen indgår $\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$. Det er den eneste størrelse i vores beskrivelse, der direkte afhænger af t . Vi vil i det følgende indføre en størrelse θ , der gør det muligt at omskrive vores udtryk således, at Laplaces ligning og vores randbetingelser udelukkende er udtrykt ved z og θ .

2.5.1 Definition af θ

Vores udgangspunkt er en bølge, der udbreder sig uden at ændre form. Konstant bølgelængde og konstant bølgeperiode medfører, at bølgen vil udbrede sig med konstant hastighed. Bølgen vil således gentage sig selv afstanden ct længere henne, til tiden t . Med andre ord, vil et vilkårligt punkt på bølgen (x_0, t_0) (se figur 2.4) der bevæger sig langs en given karakteristik, hele tiden have den samme værdi for η .

$$\eta(x_0, t_0) = \eta(x, t) \quad (2.11)$$

for alle (x, t) relateret ved

$$c = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{L}{T}$$

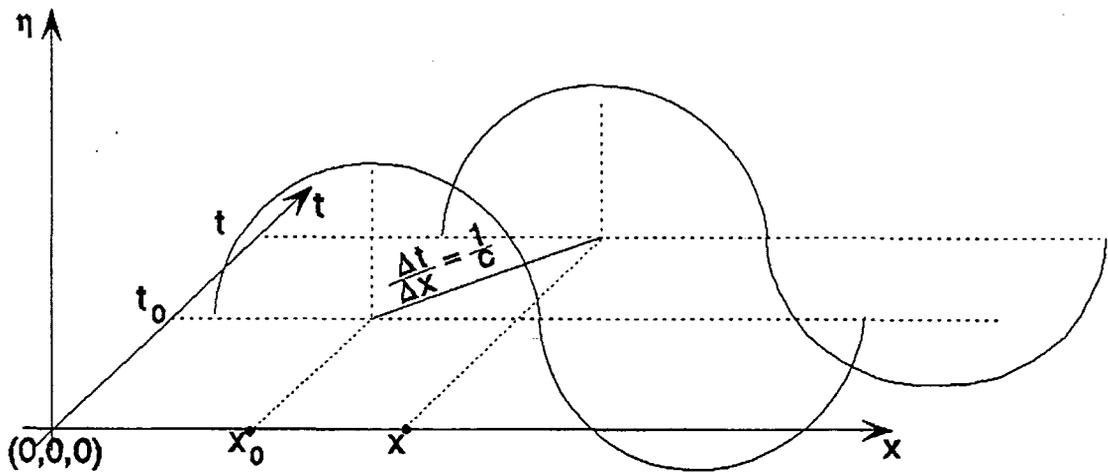
⇕

$$\frac{x_0}{L} - \frac{t_0}{T} = \frac{x}{L} - \frac{t}{T}. \quad (2.12)$$

Idet (2.12) er en følge af (2.11), kan variationen af η mht. x og t udtrykkes ved

$$\theta = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right). \quad (2.13)$$

Faktoren 2π er tilføjet for at simplificere de følgende udledninger.



Figur 2.4: Udbredelse af bølge med konstant form. Det ses, at for en bølge der udbreder sig med konstant hastighed c , vil bølgen have samme højde til tiden t , som den havde til tiden t_0 .

2.5.2 Indføring af θ

Det samlede udtryk for variationen af η bevirker, at vi nu kan skrive $\eta(x, t)$, $\phi(x, z, t)$ osv. som $\eta(\theta)$, $\phi(\theta, z)$ osv.

Laplaces ligning (2.1) skrives nu som

$$k^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad (2.14)$$

hvor k er bølgetallet defineret som $k \equiv \frac{2\pi}{L}$.

Randbetingelsen for vandoverfladen (2.10) omskrives til

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\omega^2}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.15)$$

ved $z = 0$, hvor ω er vinkelfrekvensen defineret som $\frac{2\pi}{T}$.

Den periodiske randbetingelse (2.4) omskrives til

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta}(0, z) = \frac{\partial \phi}{\partial \theta}(2\pi, z) \quad (2.16)$$

ved $(x, t) = (0, 0)$.

Randbetingelsen for bundforholdende ændres ikke ved omskrivningen.

2.6 Hastighedspotentialet for en regelmæssig bølge

Laplace's ligning og randbetingelserne er nu ene og alene udtrykt ved θ og z . Bølgens hastighedspotentiale ϕ kan findes ved separation af variable.

Vi vælger at skrive ϕ som⁷

$$\phi(\theta, z) = f(\theta)g(z). \quad (2.17)$$

Ved at indsætte dette i (2.14) fås

$$k^2 \frac{d^2 f}{d\theta^2} g + \frac{d^2 g}{dz^2} f = 0,$$

som ved division med $\phi = fg$ kan skrives som

$$-k^2 \frac{d^2 f}{d\theta^2} \frac{1}{f} = \frac{d^2 g}{dz^2} \frac{1}{g}. \quad (2.18)$$

Vi har nu fået separeret variablene således, at venstre side kun afhænger af θ og højre side af z . Hvis ligningen skal gælde for alle θ og z , skal højre side og venstre side være lig med den samme konstant. Hvis konstanten kaldes λ^2 , omskrives (2.18) til to differentiallyigninger

$$\frac{d^2 f}{d\theta^2} + \frac{\lambda^2}{k^2} f = 0$$

og

$$\frac{d^2 g}{dz^2} - \lambda^2 g = 0.$$

Løsningen til disse to ligninger kan skrives som

$$f = A \sin\left(\frac{\lambda}{k}\theta + \delta\right) \quad (2.19)$$

og

$$g = B \cosh(\lambda z) + C \sinh(\lambda z). \quad (2.20)$$

A , B og C er integrationskonstanter, der bestemmes ud fra randbetingelserne og λ . Den fjerde integrationskonstant δ er indført som fasevinklen.

⁷I det følgende skrives dog bare ϕ , f og g .

Ud fra den periodiske randbetingelse kan λ fastlægges. Idet

$$\frac{df}{d\theta} = \frac{\lambda}{k} A \cos\left(\frac{\lambda}{k}\theta + \delta\right),$$

kan (2.16) skrives som

$$\frac{\lambda}{k} A \cos(0 + \delta) = \frac{\lambda}{k} A \cos\left(2\pi \frac{\lambda}{k} + \delta\right),$$

hvilket medfører, at

$$\frac{\lambda}{k} = n,$$

hvor $n \in \mathbb{N}$. Der er altså uendeligt mange løsninger. Vælger vi $n = 1$ ses det, at $\lambda = k$.

Indsættes (2.17) i randbetingelsen for bunden fås (ved $z = -h$)

$$\frac{dg}{dz} = 0$$

⇕

$$Bk \sinh(-kh) + Ck \cosh(-kh) = 0$$

⇕

$$B = C \coth(kh).$$

Indsættes dette resultat i (2.20) fås

$$g = C \frac{\cosh(k(z+h))}{\sinh(kh)}. \quad (2.21)$$

I randbetingelsen for vandoverfladen indgår både $\frac{\partial \phi}{\partial z}$ og $\frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}$. Det er derfor smart, på nuværende tidspunkt, at samle op på den viden vi indtil nu har om ϕ . Ved at indsætte (2.19) og (2.21) i (2.17) bliver vores foreløbige udtryk for ϕ

$$\phi = AC \frac{\cosh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \sin(\theta + \delta). \quad (2.22)$$

Differentieres udtrykket med hensyn til z får vi

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = ACk \frac{\sinh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \sin(\theta + \delta).$$

Differentieres udtrykket for ϕ to gange mht. θ får vi

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = -AC \frac{\cosh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \sin(\theta + \delta).$$

Indsættes dette i (2.15), kan randbetingelsen for vandoverfladen efter division med $AC \sin(\theta + \delta)$ (hvor $z = 0$) skrives som

$$k - \frac{\omega^2}{g} \coth(kh) = 0 \quad (2.23)$$

eller

$$\omega^2 = gk \tanh(kh).$$

Randbetingelsen for vandoverfladen fastsætter således et forhold mellem ω og k , det vil sige mellem T og L . Idet vi husker definitionen på bølgehastigheden, kan vi også skrive c som

$$c = \frac{L}{T} = \frac{\omega}{k}. \quad (2.24)$$

Det eneste vi nu mangler at få fastsat, er konstanten AC . Ud fra den dynamiske randbetingelse (2.8) og ved at benytte at $\frac{\partial \phi}{\partial t} = \eta$ får vi (ved $z = 0$)

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \omega$$

⇕

$$\eta = -AC \frac{\omega}{g} \coth(kh) \cos(\theta + \delta),$$

som ifølge (2.23) og (2.24) kan omskrives til

$$\eta = -\frac{AC}{c} \cos(\theta + \delta).$$

Dette viser, at $-\frac{AC}{c}$ repræsenterer bølgeamplituden a .

Ved at indføre

$$a \equiv -\frac{AC}{c} \quad (2.25)$$

og ved at indsætte ω og k i udtrykket for θ , kan det fulde udtryk for vandoverfladen opskrives.

$$\eta = a \cos(\theta + \delta) = a \cos(\omega t - kx + \delta)$$

Ved at indsætte udtrykket for a i (2.22) kan vi endelig opskrive hastighedspotentialet for den regelmæssige bølge

$$\phi = -ac \frac{\cosh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \sin(\omega t - kx + \delta)$$

2.7 Partikelhastighed og acceleration

Ud fra hastighedspotentialet er det muligt, at bestemme vandpartiklernes hastighed og acceleration i en regelmæssige bølge. Dette kan vi gøre, idet vi husker, at $\vec{v} = (u, w) = (\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial z})$ og benytter at $c = \frac{\omega}{k}$.

Partikelhastighed

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = a\omega \frac{\cosh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \cos(\omega t - kx + \delta) \quad (2.26)$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = -a\omega \frac{\sinh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \sin(\omega t - kx + \delta) \quad (2.27)$$

Partikelacceleration

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -a\omega^2 \frac{\cosh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \sin(\omega t - kx + \delta) \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -a\omega^2 \frac{\sinh(k(z+h))}{\sinh(kh)} \cos(\omega t - kx + \delta) \quad (2.29)$$

Ovenstående udtryk beskriver partikelbevægelsen i en regelmæssig bølge. Her svarer u og w til x'_v og z'_v i DWP's matematiske model, og $\frac{\partial u}{\partial t}$ og $\frac{\partial w}{\partial t}$ til x''_v og z''_v .

Kapitel 3

Uregelmæssige bølger

Et hvilket som helst endeligt uregelmæssigt bølgetog kan, via Fourier-transformation, opsplittes i et endeligt antal regelmæssige bølger [Elbrønd, 89]. En meget anvendt model for havoverfladen er derfor at opfatte den som en sum af uendeligt mange regelmæssige bølger med forskellig retning, amplitude, frekvens og fasevinkel. I overensstemmelse hermed vælger vi at danne vores uregelmæssige bølge ved at superponere et antal regelmæssige bølger.

DWP's computerprogram regner på Stokes 5'te ordens bølger, som består af fem regelmæssige bølger, og er karakteriseret ved deres partikelhastighed, partikelacceleration, amplitude og frekvens. Udtrykkene for partikelhastighed og acceleration er implementerede dele af computerprogrammet, mens bølgernes amplitude og frekvens defineres i de enkelte inputfiler.

Hvis programmet skal være i stand til at regne på de uregelmæssige bølger, må vi opstille udtryk for disse parametre gældende for superponerede uregelmæssige bølger.

Programmet skal ændres til at benytte de nye udtryk for partikelhastighed og acceleration, og nye inputfiler, der angiver facon og størrelser på de uregelmæssige bølger, skal designes.

3.1 Ændring af computerprogrammet

Superpositionsprincippet siger, at hvis der eksisterer to løsninger til en ligning, så vil summen af disse to være en løsning, under den forudsætning at ligningen er lineær.

Hvis vi lader hastighedspotentialerne ϕ_1 og ϕ_2 karakterisere to regelmæssige bølger, vil begge potentialer være en løsning til Laplaces ligning. Laplaces ligning er lineær, og det blev i sidste kapitel vist, at alle ϕ 's randbetingelser kan lineariseres. I følge princippet om superposition gælder det derfor, at også $\phi_1 + \phi_2 = \phi_s$ er en lineær løsning til Laplaces ligning.

Idet både partiklens hastighed og acceleration er afledte størrelser af ϕ (jævnfør kapitel 2), vil princippet om superposition også gælde for dem.

Et udtryk for hastigheden af en partikel i en uregelmæssig bølge, dannet ved superposition af N regelmæssige bølger, er derfor

$$u^* = \sum_{n=1}^N \frac{\partial \phi_n}{\partial x} = \sum_{n=1}^N a_n \omega_n \frac{\cosh(k_n(z+h))}{\sinh(k_n h)} \cos(\omega_n t - k_n x + \delta_n)$$

og

$$w^* = \sum_{n=1}^N \frac{\partial \phi_n}{\partial z} = \sum_{n=1}^N -a_n \omega_n \frac{\sinh(k_n(z+h))}{\sinh(k_n h)} \sin(\omega_n t - k_n x + \delta_n).$$

Ligeledes har vi, at accelerationen af en partikel i en uregelmæssig bølge, dannet ved superposition af N regelmæssige bølger, er givet ved

$$\frac{\partial u^*}{\partial t} = \sum_{n=1}^N -a_n \omega_n^2 \frac{\cosh(k_n(z+h))}{\sinh(k_n h)} \sin(\omega_n t - k_n x + \delta_n)$$

og

$$\frac{\partial w^*}{\partial t} = \sum_{n=1}^N -a_n \omega_n^2 \frac{\sinh(k_n(z+h))}{\sinh(k_n h)} \cos(\omega_n t - k_n x + \delta_n).$$

Med disse udtryk vil vi erstatte de oprindelige udtryk (2.26), (2.27), (2.28) og (2.29) i DWP's computerprogram. Ovenstående udtryk er det eneste vi¹ har ændret i programmet.

3.2 Uregelmæssigt bølgeinput

Med de superponerede udtryk for partikelhastighed og acceleration, implementeret i DWP's computerprogram, mangler vi blot at modellere de uregelmæssige bølgers facon og størrelse for at have en fuldstændig karakteristik af bølgerne.

Enhver modellering kræver empiriske data. For at designe uregelmæssige bølgetog, der svarer til forskellige søtilstande, kræves kendskab til bølgenes udformning i enhver vejr-situation. I nærværende rapport drejer det sig udelukkende om modellering af vindbølger, som selvsagt formes af vinden.

Da et empirisk bestemt bølgetog af endelig længde kun vil være et enkelt eksempel på, hvordan de uregelmæssige bølger kan se ud, er det nødvendigt at se på en lang tidsserie af bølger, hvis man vil sige noget generelt. Det er imidlertid ikke kutyme at karakterisere bølgerne direkte ved deres elevation. Istedet er det idag almen praksis, at man anvender nogle andre størrelser, der er karakteristiske for bølgerne.

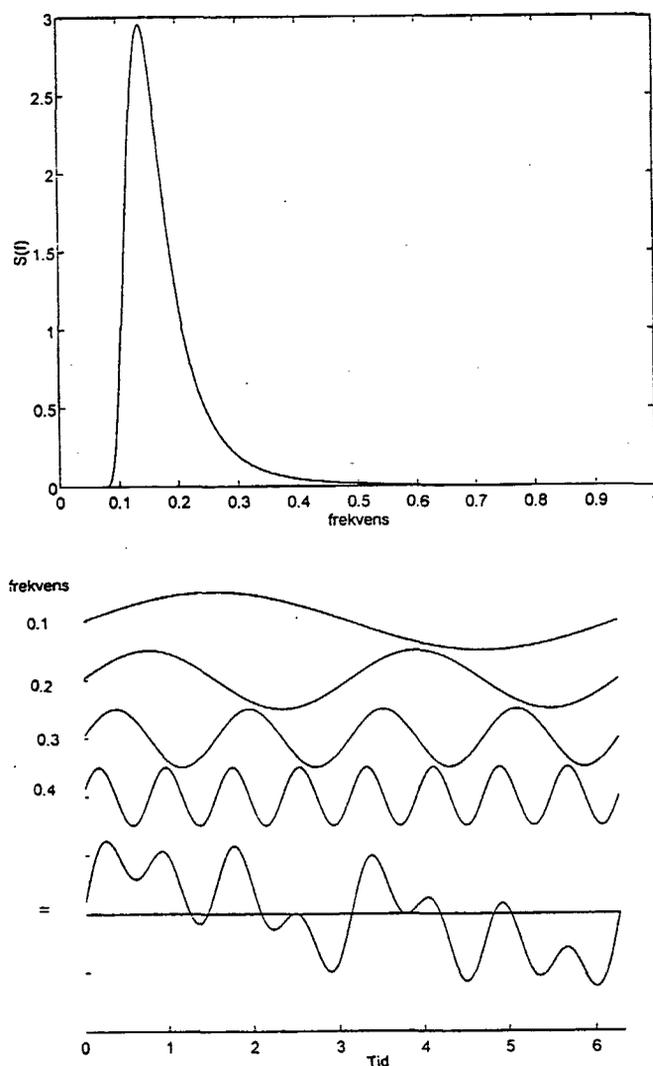
En karakteristisk størrelse er f.eks. den signifikante bølgehøjde H_s . Denne størrelse angiver variationen af bølgenes højde over MWL. Et andet karakteristikon for bølgerne er fordelingen af bølgenes energi over frekvenserne. En sådan fordelingsfunktion kaldes et bølgespektrum. Der eksisterer forskellige mere eller mindre komplicerede udtryk, der alle er baseret på teoretiske overvejelser og tilpasset empiriske data.

Vi har valgt at beskrive bølgerne ud for Hanstholm ved et bølgespektrum udviklet af Pierson og Moskowitz (PM-spektret). Det udtrykker sammenhængen mellem frekvens og energiindhold, til en given vindhastighed.

Udfra PM-spektret er det muligt, til hver vindhastighed, at finde sammenhængen mellem frekvenser og amplituder for de bølger, som ved

¹For en god ordens skyld skal vi nævne, at vi ikke selv har foretaget ændringerne i programmet. Programmeringen er foretaget af Carsten Munk Plum fra ES-Consult.

superposition giver et uregelmæssigt bølgetog. Vi kan på denne måde danne en række uregelmæssige bølgetog, hørende til hver sin vindhastighed, ud fra et antal regelmæssige bølger karakteriseret ved deres amplitude, frekvens og fasevinkel, (se figur 3.1). Det er disse data vi i næste kapitel vil benytte som input i computerprogrammet.



Figur 3.1: Generering af uregelmæssigt bølgetog ud fra PM-spektret.

3.2.1 Energien i en superponeret bølge

Størrelsen af overfladeelevationen angiver, hvor meget energi der er i en given bølge.

Et udtryk for overfladens elevation i et givet punkt vil, for en regelmæssig bølge, være karakteriseret ved hastighedspotentialet ϕ , der i følge kapitel 2 kan skrives som²

$$\eta(x, t) = a \cos(\omega t - kx + \delta).$$

Ud fra den lineariserede dynamiske randbetingelse ($\eta + \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$) ses det, at overfladeelevationen for den superponerede bølge $\phi_s = \phi_1 + \phi_2$ vil være summen af de to enkeltbølgers elevation

$$\eta_1 = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \quad \text{og} \quad \eta_2 = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_2}{\partial t}$$

↓

$$\eta_s = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_s}{\partial t} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \eta_1 + \eta_2.$$

Ved at benytte princippet om superposition kan vi på denne måde skrive et udtryk op for elevationen af havoverfladen i et givent punkt, bestående af summen af uendeligt mange regelmæssige bølger ($N \rightarrow \infty$)

$$\eta_N(x, t) = \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_n t - k_n x + \delta_n).$$

For at finde den gennemsnitlige energi i en bølge, kan vi beregne variansen af bølgehøjden og midle den over tiden.

Variansen af η_N bliver

$$\text{Var}(\eta_N) = \eta_N^2(x, t) =$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N a_n a_j \cos(\omega_n t - k_n x + \delta_n) \cos(\omega_j t - k_j x + \delta_j).$$

²De følgende betragtninger er alle baseret på, at bølgen kun udbreder sig i to dimensioner.

Hvis vi betragter elevationen i $x = 0$ reduceres udtrykket til

$$\text{Var}(\eta_N) = \eta_N^2(0, t) =$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N a_n a_j \cos(\omega_n t + \delta_n) \cos(\omega_j t + \delta_j).$$

Den inderste sum deles op i tilfældene $n = j$ og $n \neq j$ og vi får

$$\begin{aligned} \text{Var}(\eta_N) = & \\ & \sum_{n=1}^N a_n^2 \cos^2(\omega_n t + \delta_n) + \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N (1 - \delta_{nj}) a_n a_j \cos(\omega_n t + \delta_n) \cos(\omega_j t + \delta_j) \end{aligned}$$

hvor δ_{nj} er Kroneckers δ defineret ved

$$\delta_{nj} = \begin{cases} 1 & \text{for } n = j \\ 0 & \text{for } n \neq j. \end{cases}$$

Midler vi udtrykket for variansen af η_N over tiden i $x = 0$, får vi den gennemsnitlige energi i en given bølge. Det kan vises, at for $n = j$ giver andet led 0, mens det første led giver³ $\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N a_n^2$. Vi får alt i alt, at den gennemsnitlige energi derfor bliver

$$E = \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} a_n^2. \quad (3.1)$$

3.2.2 Energispektrum

Fordelingen af energi over frekvensområdet $[0; \infty[$ er givet ved en matematisk fordelingsfunktion kaldet bølgespektret⁴ $S(f)$. Bølgespektret er defineret ved

$$\int_0^\infty S(f) df \equiv m_0,$$

³Cosinus oscillerer over tiden og bidrager derfor ikke til gennemsnittet af bølgens amplitude.

⁴Den benyttede notation og følgende udledning er taget fra [Tucker, 91]. Et mere præcist ord for bølgespektret vil være "variansspektret".

hvor m_0 er den samlede varians af bølgenes energi.

Hvis frekvensområdet opdeles i N 'te intervaller, hvor det n 'te er givet ved

$$\Delta f = [f_n - \frac{\Delta f_n}{2}; f_n + \frac{\Delta f_n}{2}[, \quad (3.2)$$

kan man karakterisere N bølger, hørende til hver sit frekvensinterval Δf_n , udfra energiindholdet (ΔE_n) i det tilsvarende interval.

Bølgespektret vil da også kunne defineres som

$$S(f) \equiv \sum_{n=1}^N \frac{\Delta E_n}{\Delta f_n}.$$

For $\Delta f \rightarrow 0$ vil $S(f)$ forblive endelig, hvilket medfører, at ⁵

$$E = \int_0^{\infty} S(f)df. \quad (3.3)$$

Som vi indså i (3.1), kan energien i et bølgetog udtrykkes ved den gennemsnitlige overfladeelevation. For hvert frekvensinterval Δf_n kan den samlede energi i bølgerne derfor beregnes som

$$\Delta E_n = \frac{1}{2}a_n^2 = S(f_n)\Delta f_n, \quad (3.4)$$

hvor $S(f_n)$ er energispektrets værdi i midten af det n 'te frekvensinterval.

3.2.3 Pierson-Moskovitz spektret

Som tidligere beskrevet eksisterer der forskellige mere eller mindre komplicerede bølgespektre.

Det mest naturlige for os, ville nok være at vælge et JONSWAP-spektrum, idet det er konstrueret ud fra data optaget i Nordsøen [Tucker, 91]. JONSWAP-spektret er udtrykt ved en given funktion, ganget med PM-spektret. JONSWAP-spektret er imidlertid temmelig kompliceret og bygger på nogle parametre som vi ikke har. JONSWAP

⁵Egentligt er energien i et bølgetog givet ved $E = \rho g^2 \int_0^{\infty} S(f)df$, men den skrivemåde vi benytter i projektet, er den som man finder hyppigst i litteraturen.

er konstrueret af data fra stille sø til fuldt udviklet sø. PM-spektret gælder udelukkende for fuldt udviklet sø.

Vi har valgt at benytte PM-spektret, som er dannet ud fra dels teoretiske overvejelser og dels eksperimentelle data. Ud fra teoretiske overvejelser har Pierson og Moskowitz konstrueret et udtryk for energispektret, som de har tilpasset data fra 160 bølgeoptagelser, hørende til forskellige vindhastigheder. De er nået frem til følgende generelle udtryk for sammenhængen mellem bølgefrequens og energispektret

$$S(f) = \frac{\alpha_{pm}}{(2\pi)^4} g^2 f^{-5} e^{-\beta_{pm}(\frac{f}{f_0})^4} \quad [\text{m}^2\text{s}], \quad (3.5)$$

hvor $\alpha_{pm} = 0,0081$,

$\beta_{pm} = 0,74$,

f er frekvensen [s^{-1}],

$f_0 = \frac{g}{2\pi U}$ [s^{-1}] og

U [m/s] er gennemsnittet af vindens hastighed målt i en højde 19,5 m over havoverfladen.

Ved at samle konstanterne kan udtrykket omskrives til

$$S(f) = A f^{-5} e^{-B(U)f^{-4}}, \quad (3.6)$$

hvor $A = \frac{\alpha_{pm}}{(2\pi)^4} g^2 = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{s}^{-4}]$ og

$B(U) = \beta_{pm} f_0^4 = 4,42 U^{-4} \text{ [s}^{-4}]$.

Da $S(f)$ integreret op over frekvensen giver energien ses det af (3.6), at energien i et bølgetog kun afhænger af den herskende vinds hastighed.

Signifikant bølgehøjde

Den signifikante bølgehøjde (H_s) er en ofte anvendt karakteristisk størrelse for bølger. Den signifikante bølgehøjde er et udtryk for den totale energi i et uregelmæssigt bølgetog.

Det er almen praksis at definere signifikant bølgehøjde H_s som [Tucker, 91]

$$H_s \equiv 4\sqrt{m_0}. \quad (3.7)$$

Den totale energi i et uregelmæssigt bølgetog kan beregnes ved at indsætte udtrykket for PM-spektret i den tidligere udledte sammenhæng (3.3)

$$\begin{aligned} E = m_0 &= \int_0^\infty S(f)df = \int_0^\infty Af^{-5}e^{-B(U)f^{-4}}df \\ &= \frac{A}{4B(U)} \left[e^{-B(U)f^{-4}} \right]_0^\infty = \frac{A}{4B(U)} = 2,8 \cdot 10^{-5}U^4. \end{aligned}$$

Indsættes udtrykket for m_0 i (3.7), fås den direkte sammenhæng mellem signifikant bølgehøjde og vindhastighed, hvis man antager at bølgerne følger et PM-spektrum

$$H_s = 4\sqrt{2,8 \cdot 10^{-5}U^4} = 0,0213U^2. \quad (3.8)$$

Denne sammenhæng benytter vi når, vi skal sammenligne høkerformlens søtilstande med vindhastighederne knyttet til de forskellige PM-spektre.

3.2.4 Input til computerprogram

Hvis sammenhængen mellem amplitude og frekvens (3.4) skal anvendes som input i computerprogrammet, er det nødvendigt at foretage en diskretisering af PM spektret.

Størrelsen af Δf bestemmer hvor nøjagtigt denne diskretisering bliver, og i princippet skal man derfor benytte et stort antal meget små Δf 'er. Dette kan dog ikke lade sig gøre, idet vi kun kan benytte et endeligt antal bølger i vores program.

Ved, for hvert spektrum, at udvælge et frekvensområde, der repræsenterer størstedelen af energien, kan vi ud fra sammenhængen

$$S(f) = \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} a_n^2 / \Delta f_n, \quad (3.9)$$

bestemme N værdier af amplituder a_n , som repræsenterer den gennemsnitlige energi i de tilhørende N frekvensintervaller Δf_n .

Vi ser af (3.9), at værdien af den n 'te amplitude bliver

$$a_n = \sqrt{2S(f_n)\Delta f_n}. \quad (3.10)$$

Vi husker, at f_n er den midterste værdi i frekvensintervallet Δf_n . Alt efter hvor mange frekvensintervaller vi vælger, og hvordan de udvælges, er det nu muligt for os at karakterisere en større eller mindre del af et bølgespektrum mere eller mindre godt.

Til en given vindhastighed kan vi nu, udfra PM-spektret, danne et uregelmæssigt bølgetog bestående af N regelmæssige bølger karakteriseret ved deres frekvens f_n , deres tilhørende amplitude a_n og en tilfældig fasevinkel δ_n .

Kapitel 4

Resultater

Først i dette kapitel vil vi give en kort beskrivelse af brugergrænsefladen af DWP's computerprogram. Derefter vil vi gøre rede for, hvilke data vi har benyttet som input til programmet. Tilsidst vil vi præsentere resultaterne af vores simuleringer og vurdere, om der er overensstemmelse mellem effektudbyttet beregnet ved høkerformlen, og effektudbyttet beregnet ved hjælp af computerprogrammet.

4.1 Beskrivelse af computerprogrammet

Programmet bygger på de fire bevægelsesligninger, beskrevet i kapitel 1. Programmet arbejder med fire filer, to input og to output.

- Den første inputfil bestemmer bølgens form. Her indtastes amplitude, frekvens og fasevinkel. Der er plads til 100 regelmæssige bølger i denne fil¹.
- Den anden inputfil fastlægger bølgemaskinens design, kørselens varighed og hvor tit man vil have skrevet resultater ud til den anden outputfil.
- Den første outputfil viser blandt andet det gennemsnitlige effektudbytte.

¹Det har været nødvendigt at danne en ny inputfil, der kan rumme data, som beskriver den superponerede bølge. Tidligere har kun den anden inputfil eksisteret, idet det her er muligt at definere én regelmæssig bølge.

- Den anden outputfil viser computerens beregninger for udvalgte tidsskridt.

Mens computeren beregner effekten, ses et animeret billede af bølge-maskinen. Man ser flyderens bevægelser i bølgerne samt søjler, der til hvert tidsskridt angiver den hydrauliske effekt og rebkraften.

4.1.1 Definition af den første inputfil

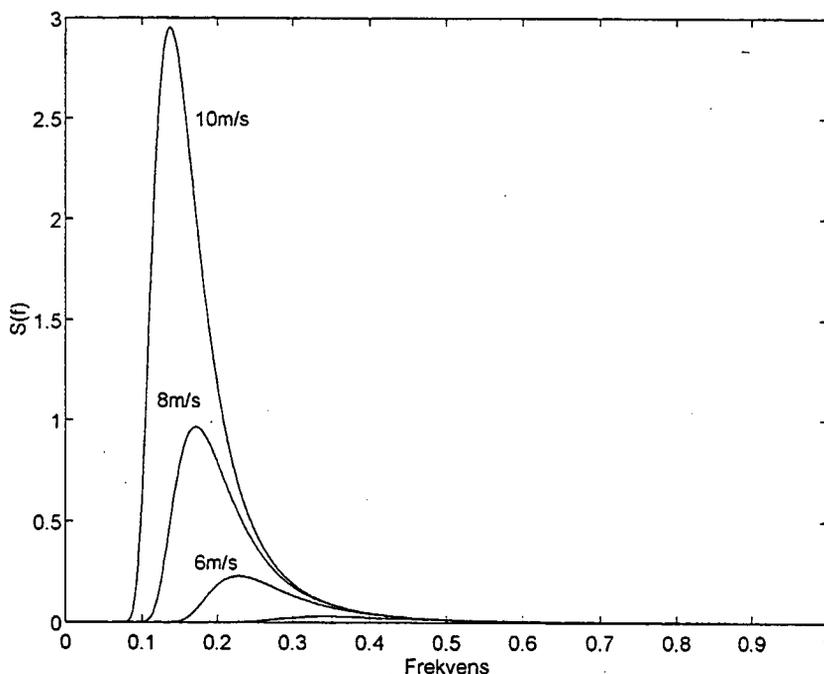
Vores ønske er, at computerprogrammet skal beregne energioutput for en uregelmæssig bølge dannet ved superposition af et antal regelmæssige bølger. Som beskrevet i kapitel 3, bestemmes de regelmæssige bølgers amplituder og frekvenser hørende til én bestemt vindhastighed ved at diskretisere PM-spektret. Programmet kan højest regne på 100 bølger, hvilket automatisk begrænser antallet af frekvensintervaller til 100. I vores diskretisering af PM-spektret er der derfor to modstridende ønsker, vi gerne vil have opfyldt. Vi vil gerne have diskretiseringen af spektret så præcis som mulig og samtidig have størstedelen af frekvensområdet repræsenteret.

Vores valg af frekvensområde

PM-spektret strækker sig fra 0 til ∞ . Det betyder, at det er nødvendigt ved diskretiseringen at fastlægge et endeligt frekvensområde $[f_{start}; f_{slut}]$, idet vi ikke kan (eller vil) indtaste uendelig mange bølger. Som det ses af figur 4.1, er det kun en del af PM-spektret der indeholder energi af betydning. Samtidig ses det, at den del af frekvensområdet, hvor størstedelen af energien er repræsenteret, er bredest for de små vindhastigheder. Dette gør, at vi har valgt at udvælge frekvensområdet specifikt for hver af vindhastighederne.

For at vi kan være i stand til at sammenligne resultaterne af de forskellige simuleringer, skal frekvensområderne for hver af vindhastighederne dog repræsentere den samme mængde energi. Vi har både kørt simuleringer hvor 95% og 99% af den totale energi var repræsenteret². Vi

²Når vi i det følgende skriver, at vi i nogle simuleringer har f.eks. 95% af PM-spektret, eller 95% af energien, repræsenteret, mener vi, at vi har bestemt vores bølger ud fra en diskretisering, der svarer til et frekvensområde, som repræsenterer 95% af den totale energi.



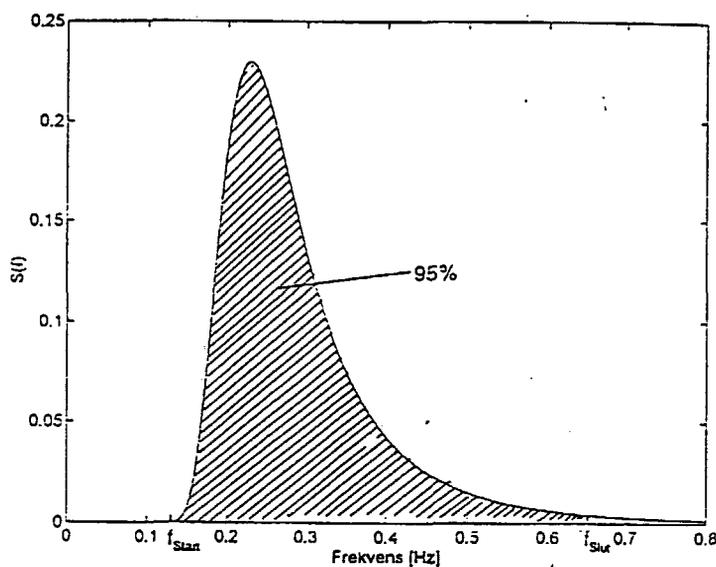
Figur 4.1: PM-spektret ved forskellige vindhastigheder. Det kan ses ud fra graferne, at større vindhastighed giver smallere og højere PM-kurve.

valgte i første omgang at repræsentere 95% af energien ud fra den formodning, at de sidste 5% af frekvensområdet, for alle vindhastigheder, ikke bidrog væsentligt til det samlede energibidrag. De sidste kørsler med 99% af den totale energi repræsenteret, kørte vi for at checke, at vores formodning var rigtig. Havde vi valgt at repræsentere 99.9% af energien, istedet for 99%, var vores diskretisering selv med 100 bølger blevet dårligere, idet frekvensintervallerne ville være blevet ca. dobbelt så lange (tre gange længere end for 95%). Jo tættere på 100%, med en begrænsning af frekvensintervaller på 100, des dårligere repræsentation af den interessante del af spektret³.

Som det ses på figur 4.1, er PM-grafernes venstre sider meget stejle, hvorimod højresiderne flader langsommere ud og ender i en lang hale. Vi valgte derfor først frekvensområdet fra $f = 0$ til den f_{slut} værdi der svarede til, at der i det udvalgte frekvensområde var repræsenteret

³At den interessante del af spektret vil blive dårligere repræsenteret, ved et frekvensområde der svarer til nær ved de 100%, gælder selvfølgelig kun for fast frekvensinterval. Vi vil senere i kapitlet argumentere for, at vi i vores diskretisering af PM-spektrene valgte det samme Δf gennem hele spektret og for alle vindhastighederne.

95% af energien. Som det ses udfra figuren, er der imidlertid et start-frekvensområde for alle vindhastighederne, hvor energien i bølgerne er minimal. Vi valgte derfor at sortere de bølger fra i frekvensområdets start, der havde en amplitude mindre end 0,0001. På denne måde kunne vi vælge et mindre Δf , og stadig have 100 bølger i inputfilen.



Figur 4.2: Graf af tilfældig PM-spektrum, hvor frekvensområdet $[f_{start}; f_{slut}]$ omslutter 95% af arealet under kurven, altså 95% af den totale energi i bølgerne givet ved PM-spektret.

Hvis vi vælger at repræsentere 95% af energien, og vi vælger f_{start} som tidligere omtalt, kan vi finde f_{slut} på følgende måde.

Ved integration af $S(f)$ i intervallet $[0; \infty[$ fås et udtryk for arealet under hele PM-spekret. Integralet bliver som vist i forrige kapitel

$$\int_0^{\infty} S(f)df = \frac{A}{4B(U)}. \quad (4.1)$$

Det bestemte integrale af $S(f)$ fra 0 til f_{slut} bliver

$$\int_0^{f_{slut}} S(f)df = \left[\frac{A}{4B(U)} e^{-B(U)f^{-4}} \right]_0^{f_{slut}} = \frac{A}{4B(U)} e^{-B(U)f_{slut}^{-4}}, \quad (4.2)$$

Idet vi har valgt at repræsentere 95% af energien, kan vi opstille følgende relation

$$0,95 \frac{A}{4B(U)} = \frac{A}{4B(U)} e^{-B(U)f_{slut}^4}$$

⇕

$$f_{slut} = \sqrt[4]{\frac{B(U)}{-\ln(0,95)}} = \frac{1}{U} \sqrt[4]{\frac{4,42}{-\ln(0,95)}}$$

Til hver vindhastighed kan vi nu beregne det frekvensområde vi vælger at diskretisere. Argumenterne for ovenstående metode til bestemmelse af frekvensområdet er, at den er simpel og ensartet for alle vindhastigheder.

Valg af frekvensinterval

Frekvensintervallerne kan udvælges på flere måder. En umiddelbar idé, til en inddeling af frekvensområdet, vil være smalle intervaller, hvor PM-spektret er stejlt, og brede intervaller, hvor PM-spektret er fladt. På denne måde vil diskretiseringen være mest præcis, især når antallet af intervaller har en øvre grænse. En nemmere måde at inddele frekvensområdet på er ved at vælge en konstant bredde for frekvensintervallet, der af hensyn til diskretiseringen er så lille som mulig. Dette vil i vores tilfælde sige det udvalgte frekvensområde divideret med 100.

Et fast Δf for alle spektrene vil gøre diskretiseringen af de mange bølgespektre nemmere, men kræver en vurdering af hvor stort Δf skal være for at alle spektre er tilfredsstillende repræsenteret. At vi for alle vindhastighederne har valgt et fast Δf bevirker, at nogle spektre vil være repræsenteret af flere bølger end andre. Da det er de små vindhastigheder, der har de bredeste spektre, har vi taget den mindste vindhastighed vi benytter i vores simuleringer, nemlig 3 m/s, og bestemt længden af frekvensintervallet ud fra det.

Ud fra frekvensområdet, der dækker 95% af den totale energi, har vi beregnet Δf for vindhastigheden 3 m/s. Det udvalgte frekvensområde har vi divideret med 100, og den beregnede værdi for frekvensintervallet er rundet op til værdien $\Delta f = 0,010$. Vi har senere kørt simuleringer med forskellige lidt ændrede frekvensintervaller uden nogen synlig ændring af resultaterne.

Vi er nu i stand til, for hver vindhastighed, at bestemme et frekvensområde, og opdele det i et antal frekvensintervaller af længden Δf . Herefter kan vi, via (3.10) i kapitel 3, for hver frekvens i frekvensintervallerne, beregne den tilsvarende amplitude. Amplitude, frekvens og en tilfældig fasevinkel, bestemt én gang for alle med en tilfældigtalsgenerator (tal mellem 0 og 2π), indtastes nu i den første inputfil. Et eksempel kan ses i bilag 1.

4.1.2 Definition af den anden inputfil

For alle simuleringer vi vil gennemgå i det følgende, har vi kørt med et design af bølgemaskinen svarende til den eksisterende ved Hanstholm. Inputfilen ses i bilag 2.

Udover bølgemaskinens design, skal vi i denne inputfil ligeledes definere hvor lang tid simuleringen skal køre, og hvornår energiberegningerne skal starte (antal perioder af 7 s). Hvornår energiberegningerne skal starte afhænger af, hvornår flyderens bevægelser i simuleringen antages at være stabile.

Vi har valgt at køre alle kørslerne i 400 s, med en begyndelsesperiode på 49 s. Simuleringstiden fandt vi ved, at foretage simuleringer med stigende varighed, indtil effektudbyttet udregnet af computerprogrammet blev stabilt. Det var hovedsagligt simuleringerne med de store vindhastigheder, der var afhængig af simuleringstiden. Det er her bølgerne, og dermed variationen, er størst. Ved vores simuleringer, med bølger dannet af en vindhastighed på 20 m/s, var forskellen i beregnet effekt, ved en periode på henholdsvis 400 s og 600 s, kun ca. 0,1%, hvorfor vi godtog en periode på 400 s. Begyndelsesperioden er valgt lidt i blinde. Den skulle ikke være for lang af hensyn til kørselens varighed, men heller ikke for kort, af hensyn til eventuel ustabilitet i begyndelsen af kørslen.

4.2 Simuleringerne

Vi har designet bølgetog ud fra vindhastighederne 3 til 15 m/s samt 20 m/s, med henblik på at vurdere vores resultater i forhold til de af høkerformlen givne. Ved 2 m/s er effekten nærmest nul, og er derfor ikke medtaget her. Vi har udeladt vindhastighederne 16 - 19 m/s,

idet vi, udfra resultaterne af de tidligere kørsler, kunne se, at kurven tydeligt begyndte at flade ud.

Med disse bølger som input har vi ladet computeren beregne den gennemsnitlige hydrauliske effekt for bølgemaskinen.

Vindstyrkerne 6 – 8 m/s er de mest almindelige i Nordsøen [DWP, 91]. For at kunne forholde os til størrelsen af de forskellige vindhastigheder har vi medtaget nedenstående tabel over vindstyrkerne.

Hastighed [m/s]	Beskrivelse	Hastighed [m/s]	Beskrivelse
0,1 – 0,2	Still	10,8 – 13,8	Kuling
0,3 – 1,5	Svag luftning	13,9 – 17,1	Stiv kuling
1,6 – 3,3	Svag brise	17,2 – 20,7	Hård kuling
3,4 – 5,4	Let brise	20,8 – 24,4	Storm
5,5 – 7,9	Jævn vind	24,5 – 28,4	Stærk storm
8,0 – 10,7	Frisk vind	28,5 – 32,6	Orkanagtig storm
		32,7 eller over	Orkan

[Ackner, 71]

Vi kørte først med bølger, der for hvert spektrum repræsenterede 95% af energien. Senere kørte vi de samme simuleringer, hvor 99% af energien for spektret var repræsenteret.

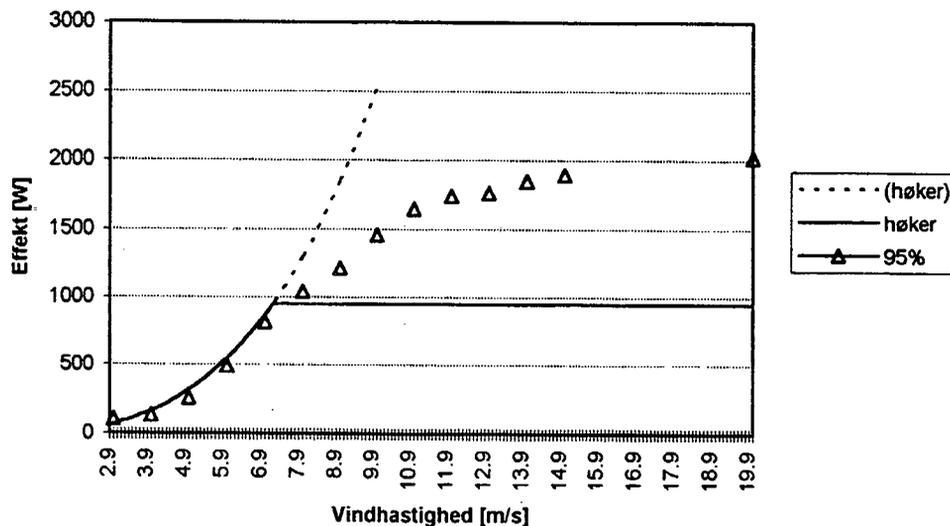
Siden bølgemaskinen ved Hanstholm blev placeret i vandet, er højden af luftsøjlen i bufferkammeret faldet fra de oprindelige 1,09 m til 0,50 m. Dette skyldes, at luftvolumenet i bufferen langsomt er blevet absorberet af vandet i den tid bølgemaskinen har fungeret. Vi har kørt en del simuleringer for at vurdere betydningen af bufferens størrelse på bølgemaskinens effektudbytte. Her benyttede vi bølgerne, der repræsenterede 95% af energien.

De sidste simuleringer vi vil præsentere, er en serie simuleringer hvor vores bud på en ny neddykningskoefficient β_a er implementeret i DWP's computerprogram.

4.3 Resultater

Simuleringer, hvor 95% af PM-spektret er repræsenteret

Følgende er en præsentation og gennemgang af resultatet af simuleringer ved vindhastighederne 3 – 15 m/s samt 20 m/s, hvor 95% af energien i PM-spektrene er repræsenteret.



Figur 4.3: Resultatet af vores simuleringer plottet sammen med høkerformlen (1.5). Vi har ladet det udtryk for høkerformlen, der antages at gælde for vindhastighederne 2,9 – 7,3 m/s, fortsætte et stykke ud over dette interval. Dette er gjort i tilfælde af, at udtrykket skulle vise sig at gælde for et større interval.

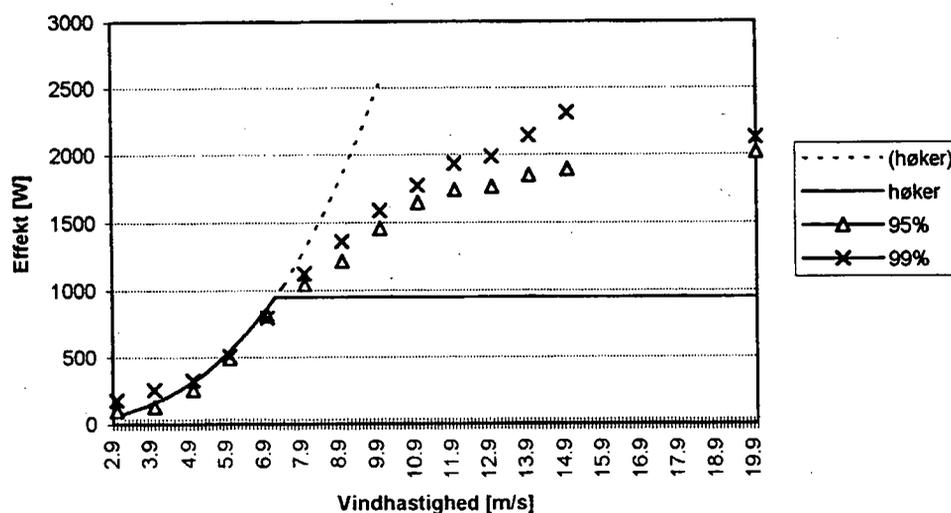
På figur 4.3 ses vores resultater plottet sammen med høkerformlen. Det ses, at i intervallet fra 3 – 8 m/s er der god overensstemmelse mellem vores simuleringer og høkerformlen. Når vi kommer over 8 m/s kan der ikke længere siges at være overensstemmelse, idet simuleringensresultaterne bliver meget større end høkerformlen. Dog ses det, at resultatkurven flader ud ved de store vindhastigheder, hvilket er i overensstemmelse med høkerformlen.

Niveauet, hvorved høkerformlen begynder at give en konstant værdi for effekten, er efter Kim Nielsens udsagn temmeligt tilfældigt valgt, og vores simuleringer kan derfor indikere, at det skal ligge lidt højere. Det

er dog umuligt at sige noget sikkert om, hvilken af disse to modelleringer, der ligger tættest på virkeligheden. DWP har ikke på nuværende tidspunkt (februar,95) nogle brugbare empiriske data, hvorfor det er umuligt for os, at vurdere vores simuleringresultater imod virkeligheden.

Simuleringer, hvor 99% af PM-spektret er repræsenteret

Som sagt er vores valg mht. at medtage 95% af PM-spektret til en vis grad baseret på et skøn. Vi har derfor foretaget simuleringer svarende til de ovenstående blot med 99% af PM-spektret frem for 95%. Frekvensintervallerne i disse simuleringer er de samme som i de forrige, dog med undtagelse af vindhastighederne 3 og 4 m/s, hvor vi har været nødsaget til at sætte Δf op til 0,015, for at holde os inden for de 100 bølger. Resultaterne af simuleringerne ses på figur 4.4.



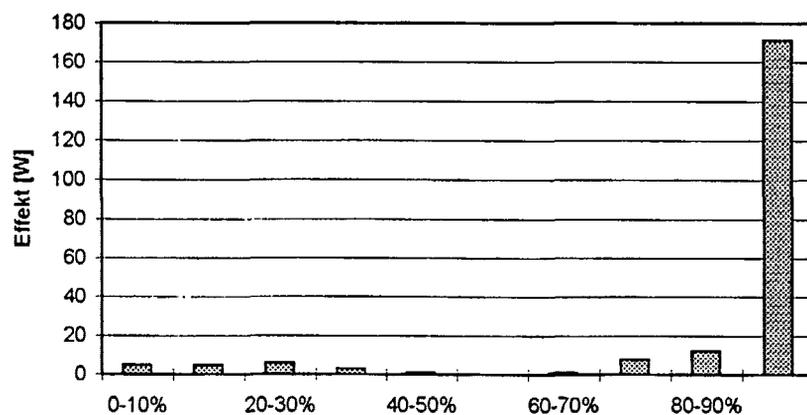
Figur 4.4: Resultatet af vores simuleringer, hvor 99% af PM-spektret er repræsenteret, plottet sammen med høkerformlen og vores resultater for simuleringer, hvor 95% af PM-spektret er repræsenteret.

Det ses, at der ikke er særligt stor kvalitativ forskel på resultaterne. Derimod er den kvantitative forskel voldsom. Især ved vindhastighederne 3, 4 og 5 m/s, hvor resultaterne stiger henholdsvis 80%, 99% og

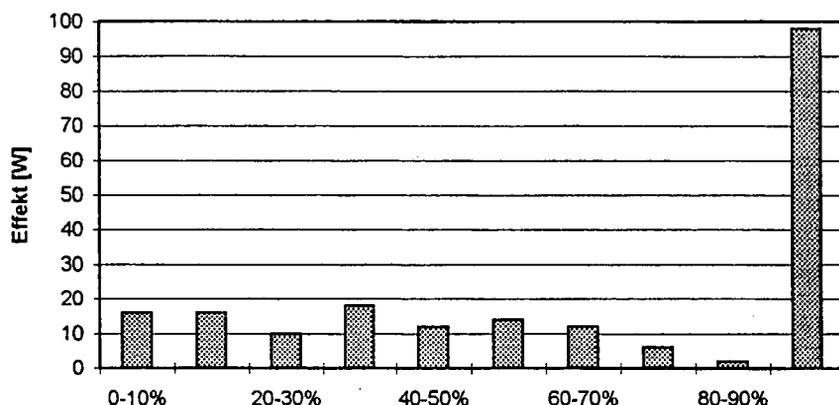
28%. Ved vindhastighederne 6 og 7 m/s er der i modsætning hertil så at sige ingen forskel på de to kørsler. Fra vindhastigheden 8 m/s og opefter begynder effekten ved 99% igen at blive større end ved 95%, dog kun mellem 2% og 16%. Over hele området stemmer kørslerne ved 95% bedst overens med høkerformlen.

Vores umiddelbare forventning til simuleringerne ved 99% var, at effekten ville ligge en smule (om overhovedet) højere end ved 95%. At energien ved vindhastighederne 3 og 4 m/s bliver ca. dobbelt så stor, er derfor stik imod vores forventninger. Hvis man kan tage for pålydende, at effekten fordobles når der lægges 4% af spektret til, betyder det, at vores antagelse, at man ved 95% har dækket den betydeligste del af spektret, ikke holder, og vores resultater derfor ikke er pålidelige. Dette forklarer derimod ikke, hvorfor resultaterne ved vindhastighederne 6 og 7 m/s som forventet ikke ændrer sig mærkbart.

For at undersøge årsagen til, at effekten blev så meget større end forventet ved de små vindhastigheder, valgte vi at dele energispektret op i intervaller, der hver især dækkede 10% af den samlede energi i spektret. Med bølger der repræsenterede hver af disse 10 intervaller kørte vi simuleringer, for at undersøge om effekten var den samme for alle intervallerne. Dette forsøg gjorde vi for vindhastighederne 3 - 7 m/s samt 12 m/s og nogle af resultaterne ses i nedenstående søjlediagrammer.



Figur 4.5: Effekt, hvor PM-spektret ved 3 m/s er opdelt i 10%-intervaller.



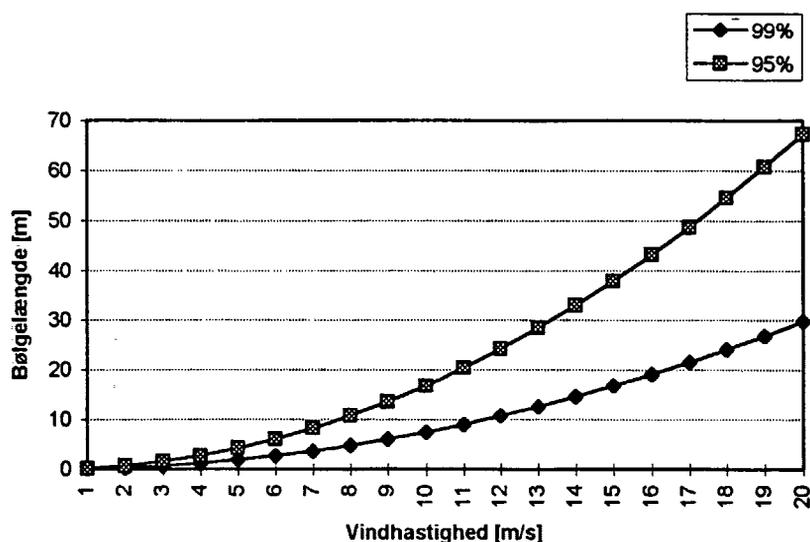
Figur 4.6: Effekt, hvor PM-spektret ved 4 m/s er opdelt i 10%-intervaller.

Figureerne 4.5 og 4.6 viser tydeligt, at de sidste 10% af spektrene giver uforholdsmæssig meget effekt i forhold til de andre intervaller. For vindhastigheden 3 m/s er effekten fra de sidste 10% 38 gange større end gennemsnitseffekten fra de andre intervaller. For vindhastigheden 4 m/s blev effekten fra det sidste interval 10 gange så stor som gennemsnittet af de andre. Når man betragter søjlediagrammerne for henholdsvis 5, 6, 7 og 12 m/s (se bilag 3) ses derimod, at de alle ikke har nogen voldsomt større effekt i det sidste interval.

For den laveste vindhastighed (3 m/s) har vi foretaget simuleringer af de sidste 10% opdelt i to intervaller. Intervallet 95 – 99% gav en effekt, der var fem gange større end effekten fra intervallet 90 – 95%. Derimod giver intervallet 90 – 95% ikke nævneværdig større effekt end de 9 første 10% intervaller. Dette tyder på at der opstår fejl i effektberegningen ved de små vindhastigheder kombineret med de høje frekvenser (sidste del af spektrene).

Figur 4.7 viser den korteste bølgelængde, repræsenteret i de superponerede bølger, ved forskellige vindhastigheder, når 99% af spektret er repræsenteret.

Af figur 4.7 ses, at de mindste bølgelængder i de superponerede bølger er meget små. Ud fra dette er det tydeligt at se, at vores antagelse



Figur 4.7: Mindste bølgelængde repræsenteret i de superponerede bølger, hvis 95% eller 99% af PM-spektret er repræsenteret. Som en sammenligning kan det nævnes, at flyderens diameter er på 2,5 m.

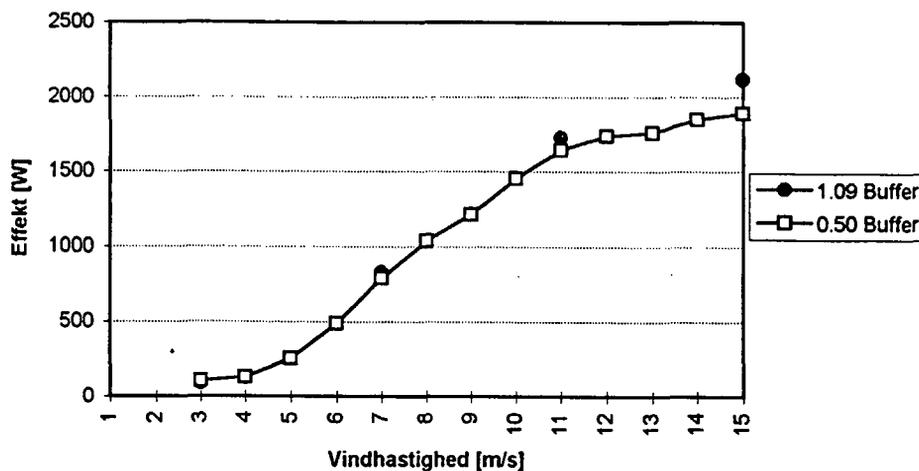
om, at bølgenes længde skal være meget større end længden af flyderen, er voldsomt overskredet⁴. Måske er dette årsagen til, at effekten i det sidste interval bliver så høj, og måske kan vi heraf konkludere, at resultaterne ved 99% og små bølgelængder er upålidelige.

Ved de høje vindhastigheder kan dette argument dog ikke benyttes, hvis vi antager, at denne fejl ikke får betydning for simuleringerne ved 6 og 7 m/s. Værdierne ved vindhastigheder over 7 m/s bliver også højere end ved 95%. Her er der dog kun tale om stigninger på mellem 8% og 16%. Disse stigninger er ikke større end, at vi ikke kan afvise, at de kan skyldes den ekstra energi, der er i bølgerne.

Simuleringer med ændret buffer

Ydermere har vi foretaget simuleringer, hvor vi har ændret bufferens højde, til den værdi den havde på det tidspunkt, bølgemaskinen blev udsat. Dette gjorde vi for at undersøge bufferstørrelsens indvirkning på effekten.

⁴Denne antagelse gør vi i Appendiks A, i forbindelse med added mass.



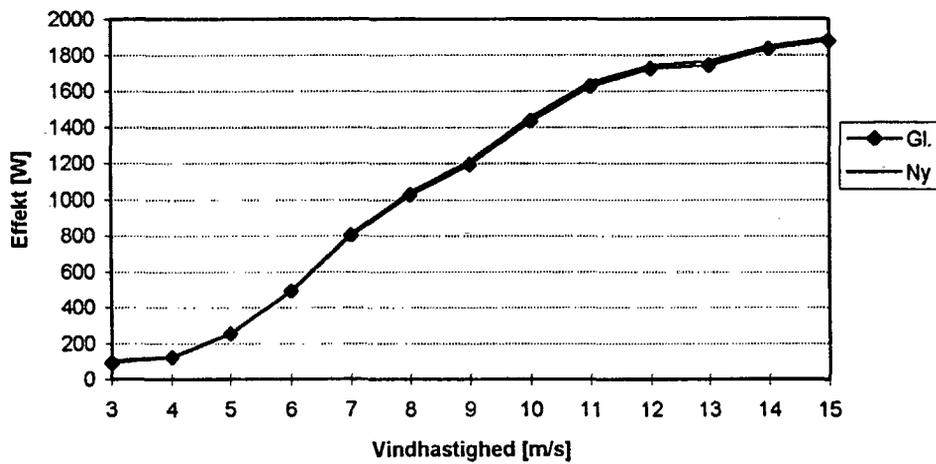
Figur 4.8: Resultatet af simuleringer med den oprindelige buffer plottet sammen med resultater af simuleringer for den nuværende buffer i bølgemaskinen ved Hanstholm. Bølgerne repræsenterer 95% af den totale energi.

Som det ses af figur 4.8, har denne ændring kun en lille indvirkning på effekten. Den gennemsnitlige stigning var 7% for vindhastighederne 7, 11, 15 og 20 m/s⁵. Det kunne herefter være interessant at se, hvad effekten ville være, hvis der overhovedet ikke var nogen buffer i systemet.

Simuleringer med ændret β

Endelig har vi foretaget simuleringer med et program, hvori det oprindelige udtryk for β , i udtrykkene for løftkraften og gnidningskraften, er erstattet med vores bud, β_a . Figur 4.9 viser resultaterne af disse simuleringer. Resultaterne viser, at der stort set ikke er nogen ændring af effekten. Alle værdierne ligger ca. 20 W (i gennemsnit 1,8%) lavere end resultaterne ved det oprindelige udtryk for β . I betragtning af de store usikkerheder vi i forvejen regner med i beregningerne og simuleringerne, kan denne forskel ikke siges at være betydelig.

⁵For vindhastigheden 3 m/s faldt effekten 12%. Dette virker umiddelbart som en fejl.



Figur 4.9: Resultatet af simuleringer med vores bud på en ny neddykningskoefficient, er her plottet sammen med resultater af simuleringer kørt med DWP's β . Bølgerne repræsenterer 95 % af den totale energi.

Diskussion

Formålet med vores projektarbejde har været, at udvide den matematiske model, der beskriver DWP's bølgemaskine, fra at være et rent designredskab, baseret på regelmæssige bølger, til at kunne anvende uregelmæssige bølger i sine beregninger, og dermed kunne benyttes af DWP i andre simuleringssammenhænge. Ved at nå dette mål, er 3. modul-kravet, om at lave et stykke arbejde for interessenter uden for IMFUFA, opfyldt.

Før at kunne udbygge en model er det nødvendigt at have grundigt kendskab til grundmodellens opbygning. Derfor bestod første del af vores projektarbejde i, at udlede den model DWP havde givet os. Under gennemgangen af modellen fandt vi en mindre detalje, som vi mente, at vi kunne gøre bedre. Denne detalje, udtrykket for neddykningskoefficienten β , viste sig dog senere ikke at have nogen større betydning for beregningerne.

I opstillingen af modellen har DWP, og dermed vi, foretaget en række approksimationer og antagelser. Disse har været nødvendige for at kunne opstille og løse modellen, og vi vil her kun kommentere de groveste.

Vi har valgt kun at beskæftige os med bevægelser i to dimensioner. At opstille modellen for tre dimensioner kunne lade sig gøre, men ville komplicere opgaven voldsomt. Desuden har vi valgt kun at anvende den lineære del af bølgeteorien. Denne teori er kun gældende for bølger, hvis amplitude er meget mindre end bølgelængden. Om dette krav er opfyldt er uvist, når man beskæftiger sig med uregelmæssige bølger.

Som sagt er det altid nødvendigt at foretage forsimplinger for at kunne opstille en model. Det er hvor stor en grad af generalitet man ønsker, der afgør, hvor grove forsimplinger man kan tillade sig. Hvis en model fungerer tilfredsstillende, er det ikke nødvendigt at gøre den mere

kompliceret. For DWP har modellen ind til videre kun været et generelt designredskab, anvendt til at vurdere kraftpåvirkninger i ekstreme situationer.

Til de mere nøjagtige vurderinger af effektudbyttet har de ikke brugt computermodellen, men derimod høkerformlen.

Efter at have udledt den matematiske model var vores mål, at udvide den til også at regne på uregelmæssige bølger. Vi foretog her det valg, at modellere havets uregelmæssige bølger med superponerede regelmæssige bølger. Dette kunne vi gøre, idet vi i forvejen havde reduceret vores beskrivelse til et lineært og todimensionelt fænomen.

Til beskrivelsen af bølgenes form valgte vi at benytte PM-spektret frem for direkte empiri eller andre mere præcise energispektre (JONSWAP). Dette gjorde vi for det første på grund af PM-spektrrets generalitet og for det andet fordi, det er et simpelt og almindelig anvendt spektrum.

I forbindelse med diskretiseringen af energispektret har vi foretaget en række valg som godt kunne have været anderledes og bedre. For nemhedens skyld valgte vi de samme frekvensintervaller i alle diskretiseringerne. Her kunne vi have opnået finere opdelinger af spektrene, hvis vi havde beregnet det mindst mulige Δf for hver simulering. Valget, at repræsentere hhv. 95 og 99% af den totale energi, er heller ikke så velunderbyggede som vi kunne ønske. Desuden opdagede vi i 11. time at den tilfældige fase, der indgår i hver af de regelmæssige bølger i superponeringen, har væsentlig betydning for simuleringens resultaterne. Vi ved nu, at der er ca. 10% afvigelse på resultaterne, når man gentager de samme simuleringer blot med ændrede tilfældige faser. Dette er et problem for os, fordi vi gennem de fleste simuleringer har benyttet den samme række af tilfældige tal. Med vores nuværende viden kan vi se, at det havde været nødvendigt at køre flere simuleringer for hver vindhastighed og benytte gennemsnittet til vurdering mod høkerformlen.

Vi undrer os dog noget over, at ændringen af den tilfældige fase har så stor indvirkning på resultaterne, idet resultaterne ikke ændres, hvis simuleringstiden øges. Man skulle da tro, at simuleringstiden var lang nok til at give en sikker middelværdi også mht. faseforskydningen.

Generelt om vores erfaringer med simuleringerne kan siges, at der er visse fordele i at arbejde med programmer man selv har produceret. Man har mere styr over hvad der præcist foregår og hvis der opstår fejl, har man bedre mulighed for at eftersøge dem.

Vores første vellykkede simuleringer var dem, hvor vi havde ladet de superponerede bølger repræsentere 95% af energien i spektrene. Her fik vi en kvalitativt flot gengivelse af høkerformlen. Kvantitativt passede den første del også fornemt, hvorimod resultaterne for de høje vindhastigheder lå noget over høkerformlen. Ifølge høkerformlens ophavsmand Kim Nielsen, DWP, er niveauet af denne sidste del af høkerformlen dog noget tilfældigt fastlagt, så det var ikke uantageligt, at det skulle ligge højere.

Da vi ikke var overbevist om rigtigheden af valget af 95% som en passende repræsentation, og fordi det ville være interessant at se resultatet, valgte vi herefter at foretage simuleringer hvor 99% af spektrenes energi var repræsenteret. Resultaterne heraf viste, at effekten for de mindste vindhastigheder blev uforholdsvist meget større, end ved de tilsvarende simuleringer med 95% af energien. Dette satte os i tvivl om holdbarheden af vores første og flotte resultater, og et større detektivarbejde blev gennemført. Ud over en fejl i programmet, opdagede vi, ved at inddele energispektrene i 10 intervaller, hver især indeholdende 10% af energien, at simulering med det sidste interval alene gav en effekt, der var langt større end hvad de andre intervaller hver især gav. Denne besynderlighed gjalt for vindhastighederne 3 og 4 m/s. Hvad dette skyldes kan vi kun gisne om. Men da fænomenet opstod ved de laveste vindhastigheder og de højeste frekvenser, der er repræsenteret i spektrene, vil et kvalificeret gæt være, at programmet regner galt når bølgerne bliver for korte. Sikkert er i hvert fald at antagelsen om, at bølgelængden er meget længere end flyderen, i disse tilfælde er groft overskreden. En anden årsag til fejlregningen kan eventuelt være, at der opstår interferens mellem de korte bølger.

Uden, ud fra disse overvejelser, at være sikre vælger vi at tro på, at beregningen af effekten, ved 3 og 4 m/s og med 99% af spektret repræsenteret, er fejlagtige. Med hensyn til afvigelserne på resultaterne ved de høje vindhastigheder, er de ikke så alarmerende at vi vil afvise at de kan skyldes den ekstra del af energispektret, der er medtaget.

Herudover har vi foretaget simuleringer med et ændret udtryk for neddykningskoefficienten β . Simuleringerne viste, at effekten kun ændredes med omkring 1%. Selvom vi mener, at det nye udtryk er mere korrekt, så det kan vist ikke beskrives som en epokegørende ændring vi her har foretaget.

Endelig har vi foretaget et forsøg med at ændre på højden af luftsøjlen i bufferen. Dette udelukkende for at se, hvor stor en betydning bufferen har på effektudbyttet. Som man kunne forvente havde bufferen kun mærkbar betydning for de høje vindhastigheder.

Ud over bufferen var der mange andre parametre det kunne være interessant at skrue på. Da vi ikke har haft tid til dette, er det heldigt, at det ikke er en del af vores formål.

En sidste bemærkning før vi konkluderer på rapporten er, at det ville have været en fordel for os, at have de data som høkerformlen er baseret på. De ville have gjort det muligt at give en sikrere vurdering af, hvor godt vores vurderinger passer til høkerformlen.

Konklusion

Den kvalitative overensstemmelse mellem høkerformlen og den matematiske models beregning af effekt som funktion af vindhastighed er god. Både ved simuleringerne, hvor 95% og 99% af energispektret er repræsenteret i de uregelmæssige bølger ses, at effekten stiger stejlt for de små vindhastigheder og flader ud når vindstyrken stiger.

Den kvantitative overensstemmelse er mindre entydig at vurdere. For simuleringerne med 95% af energien kan det konkluderes, at der er meget god overensstemmelse op til en vindhastighed på 8 m/s. Herefter ligger høkerformlen for lavt i forhold til vores resultater. For simuleringerne med 99% af energien ligger også den første del af høkerformlen for lavt i forhold til vores resultater. Vi vælger dog at tro, at de meget høje værdier af vores simuleringer i dette område, ved 99% af energien repræsenteret, skyldes en fejl i programmets beregningsmetode.

Derfor bliver vores samlede vurdering, at der er god overensstemmelse mellem høkerformlen og den matematiske model.

Perspektivering

Vi har i denne rapport udvidet den model som DWP har udviklet for deres bølgemaskine, en udvidelese, der har gjort det muligt for DWP

at modellere bølgemaskinens bevægelse i uregelmæssige bølger hvor de før i tiden kun kunne simulere bevægelse i regelmæssige bølger.

Denne udvidelse giver DWP et mere realistisk model for deres bølgemaskine og dermed et mere realistisk billede af de maksimale kræfter i bølgemaskinen, uden at skulle udføre dyre og tidskrævende forsøg i havet. DWP kan derfor bruge modellen til at udvikle designet således, at det kan holde til de hårde belastninger det vil være udsat for i Nordsøen. Men også til at give et kvantitativt bud på hvor stort et effekudbytte der kan forventes af bølgemaskinen under nogle givne vindforhold, det kunne den ikke før. Dermed kan DWP bedre vurdere rentabiliteten af et bølgekraftværk.

Som det blev beskrevet i kapitel 4 er der et problem med forudsætningen om, at $L \gg D_f$ ikke holder for små vindhastigheder. Hvis man ønsker at arbejde videre med denne model eller blot ønsker at sikre sig, at modellen giver pålidelige resultater er det nødvendigt at løse dette problem enten ved at overbevise sig om at denne forudsætning ikke har nogen betydning eller ved at ændre modellen således at den er opfyldt.

Vores rapport om udvidelsen af DWP's model for bølgemaskinen kan opfattes som et lille led i forskningen i at udnytte bølgenes energi. Denne forskning strækker sig langt tilbage i tiden, og navnlig siden 1970'erne er der brugt mange penge og megen tid på dette felt. Desværre har anstrengelserne ikke båret frugt i det omfang, man kunne forvente, og der er således ikke en eneste bølgemaskine, der producerer energi på komercial basis i dag.

Man kan på denne baggrund stille sig spørgsmålet, om hvad det er der gør at det er så vanskelig at udnytte energien i havets bølger, når man har så gode erfaringer med at udvinde vindenergien?

Et af de forhold vi har hæftet os ved er at en vindmølles vinger er konstrueret på en sådan måde at der opstår turbolens bag møllevingen når vinden overstiger en hvis hastighed og dermed hindres en yderligere energioptagelse fra vinden. Der er derimod ikke noget ved DWP's bølgemaskine der bremser effekt udnyttelsen. Dermed vil en bølgemaskien blive ved med at opsamle mere og mere energi når vindhastigheden og dermed bølgehøjden stiger og dens komponenter blive påvirket af større og større kræfter for til sidst at gå i stykker når bølgehøjden bliver stor nok.

Der skal derfor formegentligt endnu meget udviklings arbejde til før man har det optimale design for en bølgemaskine.

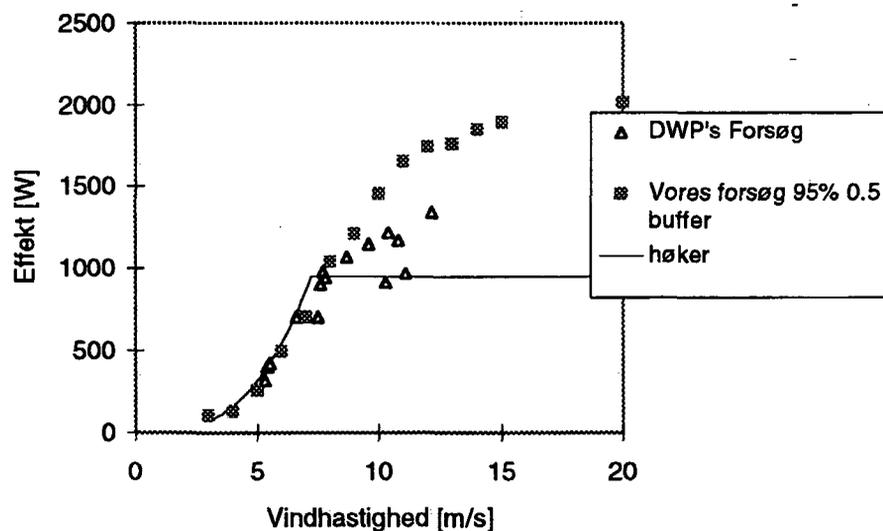
Et andet felt der kræver meget arbejde er hvordan bølgemaskiner påvirker miljøet når de opstilles i stort antal en given matriks, som det er tanken fra DWP's side [DWP, 91]. Da bølgemaskinerne optager en del af bølgenes energi vil disse bølger når de senere ramme kysten indeholde mindre energi. Dette vil muligvis få konsekvenser for det havmiljø der er i forbindelse med stranden, men hvor store betydning det vil have er så vidt vi er oplyste ikke undersøgt endnu. Ligeledes er det ikke undersøgt hvordan den støj, der uvægerligt vil komme fra bølgemaskinens pumpe og flyder, vil påvirke fisk og havpattedyr.

Efterskrift

Som det fremgår af kapitel 4, var der ved projektafleveringen et par emner angående vores simuleringer, som vi godt ville have undersøgt nærmere. Vi benyttede derfor perioden mellem projektafleveringen og eksamen til at arbejde videre med disse emner. Resultaterne af dette arbejde præsenteres i det nedenstående.

Vores simuleringer sammenholdt med basinsforsøg

I kapitel 4 beskrev vi resultaterne af vores simuleringer og beregnede den procentlige afvigelse fra høkerformlen. Det var dog vanskeligt at vurdere om denne afvigelse var stor eller lille, idet vi ikke vidste hvor meget spredning der var på de data høkerformlen er baseret på. Efter projektafleveringen fik vi udleveret de data som Kim Nielsen, DWP, har dannet høkerformlen ud fra. Vi har i figur 4.10 plottet disse data sammen med vores simuleringer og høkerformlen. Det ses at i intervallet [5 – 8 m/s] ligger forsøgsdataene, vores resultater og høkerformlen fint oven i hinanden og forsøgsdataene ligger ikke tættere på høkerformlen end på vores resultater. At der ikke er forsøgsresultater under 5 m/s skyldes at usikkerhederne på disse forsøg i et bølgebassin bliver for store. Over 8 m/s er der stor spredning på forsøgsresultaterne, hvilket vil sige, at niveauet for den vandrette del af høkerformlen er noget usikkert. Dog flader forsøgsdataene noget hurtigere ud end vores simuleringer. At vi i vores simuleringer ikke kan genskabe den hurtige udfladning af effekten kan skyldes, at der er forskellige energitab i bølgemaskinen, f.eks. ved gnidning, der ikke er medtaget i den matematiske model.



Figur 4.10: DWP's modelforsøg som høkerformlen er baseret på plottet sammen med vores simuleringer og høkerformlen.

En anden årsag til at effekten ved computersimuleringerne bliver for høje i forhold til bassinforsøgene kan være, at bølger ved høj vindhastighed modelleres dårligt som lineære fænomener. De virkelige bølger vil ved høje vindhastigheder bryde hvilket ikke sker i modellen. Da effekten afhænger af bølgenes amplituder vil vores bølger give for stor effekt i forhold til de virkelige bølger ved de høje vindhastigheder.

Man skal dog huske, at der her er tale om modelforsøg og ikke egentlige empiriske data og det kan derfor være problematisk at drage konklusioner om en virkelig bølgemaskine på denne baggrund.

4.4 Fasevinklernes betydning for simuleringseresultaterne

Som beskrevet i projektrapporten fandt vi i 11'time ud af, at fasevinklerne har betydning for effektudbyttet. Dette syntes vi var temmelig kontraintuitivt, idet vi havde ladet vores simuleringer køre så længe at resultatet ikke ændrede sig ved længere simuleringstid.

For at spore os ind på om omputerprogrammet regnede galt eller om det var os der havde misforstået noget, stavede vi med en simpel situation

med et uregelmæssigt bølgetog bestående af to regelmæssige bølger. De to regelmæssige bølger havde samme amplitude, samme fasevinkel og frekvenser som svarede til at bølgetoget ville gentage sig selv efter 200 s. Vi foretog simuleringer i først 200 s og derefter 400 s.

Amplitude	Frekvens [Hz]	Fasevinkel
1	0.125	0
1	0.040	0

Ved simuleringstid på 200 s var effekten 1543 W.

Ved simuleringstid på 400 s var effekten 1542 W.

Det ses af ovenstående, at der som forventet ikke er nogen forskel i den beregnede middeffekt. Vi ændrede dernæst den ene fasevinkel først til én og dernæst til tre. Bølgetogets længde er stadig på 200 s, og da amplituden ikke ændres forventer vi samme effekt.

Amplitude	Frekvens [Hz]	Fasevinkel
1	0.125	0
1	0.040	1

Ved simuleringstid på 200s var effekten 1541 W.

Amplitude	Frekvens [Hz]	Fasevinkel
1	0.125	0
1	0.040	3

Ved simuleringstid på 200s var effekten 1544 W.

Det ses af ovenstående resultater, at effektudbyttet som forventet stort set er upåvirket af de ændrede fasevinkler. Problemet er blot, at vores bølgetog der skal modellere de virkelige bølger er så lange, at de ikke gentager sig selv inden for en overskuelig tidsperiode. Det kan derfor ikke lade sig gøre at simulere hele bølgetoget, og vi må nøjes med at simulere et repræsentativt stykke.

For at bestemme hvorlænge vi skulle simulere før vi havde et repræsentativt udsnit, foretog vi simuleringer med det uregelmæssigt bølgetog, der svarer til vindhastigheden 15 m/s, i hhv. 400, 600, 800, og 1000 s. Dette gav nedenstående resultater.

Tid [s]	Effekt [W]
400	1923
600	1908
800	1915
1000	1903

Som det ses er der efter de første 600 s kun ringe variationer i resultaterne. Vi antog derfor, at vi ved ca. 600 s, har simuleret så stort et stykke af det uregelmæssige bølgetog, at det er repræsentativt for hele bølgetoget.

Herefter kørte vi tre simuleringer af samme bølge, men med forskellige sæt af tilfældige fasevinkler, i 600 s hver.

	Effekt [W]
1.sæt tilfældige faser	1908
2.sæt tilfældige faser	1779
3.sæt tilfældige faser	1702

Det ses, at der nu er en ret stor (op til 10%) variation i effekten. Dette strider mod vores opfattelse af at have simuleret et repræsentativt ud-snit af vores bølgetog.

Under vores eksamination diskuterede vi hvorvidt det, at benytte et lineært input (de superponerede bølger) i en ulineær model, kan forklare de store afvigelser i resultaterne. Under alle omstændigheder betyder det, at man må regne med en vis usikkerhed på simuleringsresultaterne. Hvis man vil have mere præcise resultater, må man foretage flere simuleringer med forskellige fasevinkler til de enkelte vindhastigheder.

Ovenstående vurderinger ændrer dog ikke på vores oprindelige konklusion om og overensstemmelse mellem høkerformlen og den udvidede matematiske model.

Appendiks A

Added mass

Vi¹ vil her udlede udtrykket for added mass, som indgår i bevægelsesligningerne for flyderen, som vi så i kapitel 1. Added mass er den del af væsken omkring flyderen, som bliver accelereret med, når flyderen accelereres i væsken [Newman, 77]. For at kunne udlede udtrykket for added mass, anvendes Gaussteoremet og transportteoremet.

A.1 Added mass for flyder i stationær væske

Vi ser først på den situation, hvor flyderen bevæger sig i en stillestående væske. Vi gør to antagelser til at starte med. Den ene er, at flyderen ikke drejer om sin egen akse. Vi ser derfor bort fra flyderens drejningsmoment, hvilket reducerer beregningen af added mass betydeligt. Den anden antagelse er, kun at se på to dimensioner, den horisontale og den vertikale retning.

Vi starter med at se på trykkraften, fra væsken. Trykket stammer fra vandets tryk på flyderens overflade. Trykkraften findes derfor ved at integrere op over flyderens areal A_f . Kraften er givet ved

$$\vec{F} = \iint_{A_f} p \vec{n} dA,$$

¹Dette appendiks er skrevet på baggrund af [Newman, 77].

Som vist i kapitel 2, ligning (2.3), er det dynamiske tryk ifølge Bernoullis ligning, givet ved

$$p = -\rho_v \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\rho_v}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) - \rho_v g z$$

Dette indsættes i udtrykket for \vec{F} og giver

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -\rho_v \iint_{A_f} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) + g z \right) \vec{n} dA = \\ &= -\rho_v \iint_{A_f} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) \right) \vec{n} dA - \rho_v \iint_{A_f} g z \vec{n} dA. \quad (\text{A.1}) \end{aligned}$$

Vi får i det følgende brug for Gaussteoremet, som er givet ved ²

$$\iiint_V \nabla f dV = \iint_A f \vec{n} dA,$$

hvor f er en given funktion.

Vi kan umiddelbart beregne sidste led i (A.1) ved at anvende Gaussteoremet. Dette led giver følgende bidrag

$$\begin{aligned} -\rho_v \iint_{A_f} g z \vec{n} dA &= -\rho_v g \iint_{A_f} z \vec{n} dA = \\ &= -\rho_v g \iiint_V \nabla z dV = -\rho_v g \iiint_V 1 dV = -\rho_v g V, \end{aligned}$$

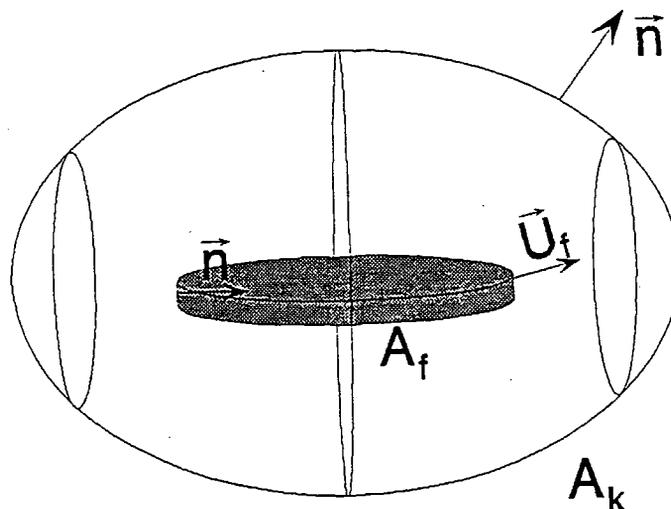
hvilket er opdriften for flyderen. Vi udelader dette led i de følgende udregninger, idet det ikke har noget med added mass at gøre.

Vi skal ydermere anvende transportteoremet for at komme videre. Dette siger noget om ændringen af væskeflowet gennem en lukket flade A . Transportteoremet er givet ved nedenstående

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} f dV = \iiint_{V(t)} \frac{\partial f}{\partial t} dV + \iint_A f \vec{U}_f \cdot \vec{n} dA.$$

²Det skal i den forbindelse bemærkes, at $\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ er i 2 dimensioner.

U_f er flyderens hastighed. For at anvende Gaussteoremet, må vi omslutte flyderen med en lukket kontrol flade med fast rand, som vi kalder A_k , idet vi er interesserede i at se på den væske som ligger omkring flyderen.



Figur A.1: A_f illustrerer flyderens overflade areal, og A_k er overfladearealet for kontrolfladen. \vec{n} er normalvektoren og U_f er flyderens hastighed.

Vi differentierer Gaussteoremet og anvender transportteoremet på ϕ , hvilket giver

$$\begin{aligned} \rho_v \frac{d}{dt} \iint_{A_f+A_k} \phi \vec{n} dA &= \rho_v \frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} \nabla \phi dV = \\ \rho_v \iiint_{V(t)} \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} dV + \rho_v \iint_{A_f+A_k} \nabla \phi (\vec{U}_f \cdot \vec{n}) dA &= \\ \rho_v \iint_{A_f+A_k} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \vec{n} + \nabla \phi (\vec{U} \cdot \vec{n}) \right) dA, & \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

hvor Gaussteoremet igen er anvendt for at få sidste lighedstegn. Der gælder for den faste kontrolflade A_k , at dens randbetingelse er givet ved $\vec{U}_k \cdot \vec{n} = 0$. Randbetingelsen for flyderen er givet som $\frac{\partial \phi}{\partial n} = \vec{U}_f \cdot \vec{n}$, hvor $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ udtrykker retningen af flyderen i væsken. Med dette kan (A.2) omskrives til

$$\rho_v \frac{d}{dt} \iint_{A_f} \phi \vec{n} dA = \rho_v \iint_{A_f} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \vec{n} + \nabla \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dA.$$

⇕

$$-\rho_v \frac{d}{dt} \iint_{A_f} \phi \vec{n} dA + \rho_v \iint_{A_f} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \vec{n} + \nabla \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dA = 0. \quad (\text{A.3})$$

Ved at lægge (A.3) til (A.1) fås

$$\vec{F} = -\rho_v \frac{d}{dt} \iint_{A_f} \phi \vec{n} dA + \rho_v \iint_{A_f} \left(\nabla \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) \vec{n} \right) dA.$$

Idet vi konsekvent vælger at se bort fra de ikke-lineære led, kan dette udtryk for trykkraften reduceres til

$$\vec{F} = -\rho_v \frac{d}{dt} \iint_{A_f} \phi \vec{n} dA. \quad (\text{A.4})$$

Ved at udtrykke potentialet ϕ ved en sum, kan man undersøge bevægelsen af flyderen for hver komponent. U_f defineres som $U_f \equiv (U_{fx}, U_{fz})$. Vi udtrykker ϕ som $\phi = U_i \phi_i$, hvor $i \in x, z$. Randbetingelsen $\frac{\partial \phi}{\partial n} = \vec{U}_f \cdot \vec{n}$ bliver da $\frac{\partial \phi_i}{\partial n} = n_i$, hvor $i \in x, z$. Vi indsætter nu vores nye udtryk for ϕ i (A.4) og får, idet U_i afhænger af tiden,

$$\vec{F} = -\rho_v \frac{d}{dt} U_i(t) \iint_{A_f} \phi_i(x, z) \vec{n} dA = -\rho_v U_i'(t) \iint_{A_f} \phi_i(x, z) \vec{n} dA.$$

Bevægelsen af flyderen i den i 'te retning er givet ved ϕ_i . Bevægelsen giver anledning til en kraftpåvirkning i både x og z retningen. Ved at lade F_j angive kraftkomponenten på flyderen i x eller z retningen, kan kraften skrives som

$$F_j = -\rho_v U_i'(t) \iint_{A_f} \phi_i n_j dA$$

Indsættes randbetingelsen for flyderen, som var givet ved $\frac{\partial \phi_i}{\partial n} = n_j$ fås

$$F_j = -\rho_v U_i'(t) \iint_{A_f} \phi_i \frac{\partial \phi_j}{\partial n} dA.$$

Vi definerer herefter størrelsen m_{ij}

$$\rho_v \iint_{A_f} \phi_i \frac{\partial \phi_j}{\partial n} dA \equiv m_{ij}.$$

Hvis vi definerer added mass som koefficienten m_{ij} , kan vi skrive kraften som $F_j = -U_j' m_{ij}$.

A.2 Added mass for flyder i ikke-ensformig væskestrøm

Vi har nu fundamentet for at finde kraften, som virker på flyderen når den bevæger sig i en ikke-ensformig væske. Der gøres her to fundamentale antagelser. Den ene antagelse er, at den ikke-ensformige væskestrøm varierer langsomt med stedet. Den anden antagelse er, at $L \gg D_f$, hvilket betyder, at bølgelængden er meget større end udstrækningen af flyderen.

Vi vil i det følgende udlede added mass i x -retningen. Udregningen af added mass i z -retningen er helt analog.

Hastighedspotentialet i x -retningen, er under de ovenstående antagelser givet ved

$$\phi = \Phi + (U_{fx} - U_v)\phi_x, \quad (\text{A.5})$$

hvor Φ er hastighedspotentialet for væsken, U_{fx} er hastigheden for flyderen i x -retningen, og størrelsen $(U_{fx} - U_v) = u$ er den relative hastighed mellem væskens bevægelse og hastigheden af flyderen. U_v er hastigheden af væsken. Vi ser, at vi får situationen omtalt i forrige afsnit, hvis Φ er lig med nul. Dette svarer til, at væsken ingen hastighed har, $U_v = 0$. Vi ser, at vi har hastighedspotentialet omtalt i forrige afsnit, nemlig $\phi = U_{fx}\phi_x$.

Indsættes (A.5) i (A.4) får vi, at kraften i x -retningen kan skrives som

$$F_x = -\rho_v \frac{d}{dt} \iint_{A_f} (\Phi + (U_{fx} - U_v)\phi_x) n_x dA =$$

$$\begin{aligned}
& -\rho_v \frac{d}{dt} \left(\iint_{A_f} \Phi n_x dA + \iint_{A_f} (U_{fx} - U_v) \phi_x n_x dA \right) = \\
& -\rho_v \frac{d}{dt} \left(- \iiint_{V_f} \frac{\partial \Phi}{\partial x} dV + \frac{1}{\rho_v} m_{11} (U_{fx} - U_v) \right),
\end{aligned}$$

hvor vi har anvendt Gaussteoremet på det første overflade integral, og antaget, at $\frac{\partial \Phi}{\partial x} = U_v$. Da U_v varierer langsomt med hensyn til stedet, kan vi med god tilnærmelse sætte U_v udenfor integraltegnet. Vi får derfor, at

$$F_x \approx -\rho_v \frac{d}{dt} \left(-U_v \iiint_{V_f} dV + \frac{1}{\rho_v} m_{11} (U_{fx} - U_v) \right) =$$

$$\rho_v U'_v V_f - m_{11} (U'_{fx} - U'_v) = - (m_{11} U'_{fx} - (m_{11} + \rho_v V_f) U'_v).$$

Dette udtryk stemmer overens med flyderens bevægelsesligning i x -retningen. Som vi så i kapitel 1, er bevægelsesligningen for flyderen i x -retningen

$$\begin{aligned}
(m_f + a_f \beta) x''_f &= (a_f + \rho_v V_f) \beta x''_v - e_r \Delta L_r \sin(\alpha_r) + \\
\beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_d \cos(\alpha) &- \beta \frac{1}{2} \rho_v \nu^2 \frac{1}{4} \pi D_f^2 C_l \sin(\alpha) - \quad (A.6) \\
&\sum_{i=1}^4 e_a \Delta L_{ai} \cos(\alpha_{ai}).
\end{aligned}$$

De eneste led vi skal koncentrere os om, er de to første led, idet de andre led ikke har noget med added mass at gøre. I det første led ser vi, at $a_{fx} \beta x''_f$ svarer til $m_{11} U'_{fx}$. a_{fx} er det samme som m_{11} , hvilket er added mass koefficienten. U'_{fx} er flyderens acceleration i x -retningen svarende til x''_f . Neddykningskoefficienten β mangler, men er specielt tilføjet af modelbyggerne. Sammenligner vi for hver af ligningerne det andet led, får vi, at $m_{11} U'_v$ svarer til $a_{fx} x''_v$, og $\rho_v V_f U'_v$ svarer til $\rho_v V_f x''_v$. Vi har hermed udledt de led, hvori added mass indgår. Det skal her tilsidst nævnes, at added mass koefficienten m_{11} kan udregnes for givne geometrier af flyderen.

Appendiks B

Dimensionsanalyse af høkerformlen

Høkerformlen har den ulempe, synes vi, at konstanten $\alpha_{høk}$ ikke er på dimensionsløs form. Dette gør det vanskeligt at gennemskue præcis hvad effekten afhænger af. Vi vil derfor, ved hjælp af dimensionsanalyse, skrive høkerformlen op ved et udtryk, hvor $\alpha_{høk}$ er skrevet på dimensionsløs form.

B.1 Dimensionsanalyse af høkerformlen

Man kan med rimelighed antage, at effekten afhænger af tyngdeaccelerationen g , vandets densitet ρ_v , den signifikante bølgehøjde H_s og diameteren af flyderen D_f , dvs.

$$P_{abs} \propto (g, \rho_v, H_s, D_f).$$

Ud fra Π -teoremet¹ kan vi nu udlede, på hvilken måde P_{abs} afhænger af disse størrelser.

Dimensionerne af de indgående størrelser er $[P_{abs}] = ML^2T^{-3}$, $[g] = LT^{-2}$, $[\rho_v] = ML^{-3}$, $[D_f] = L$ og $[H_s] = L$.

¹En egenlig gennemgang af Π -teoremet, findes i "Dimensionsanalyse, en introduktion" af T.G.Christiansen et al., IMFUFA tekst nr 269.

Ifølge Π -teoremet skal vi udvælge k uafhængige grundenheder, der tilsammen skal udgøre basen for de m størrelser, der indgår i det udtryk, vi gerne vil have bragt på dimensionsløs form. Herefter skal vi konstruere $m - k$ Π 'er, af formen

$$\Pi_{Q_1} = Q_1(B_1^{a_1} B_2^{a_2} \dots B_k^{a_k}),$$

hvor Q_1 er den størrelse vi skal finde, a_1, a_2, \dots, a_k er entydigt bestemt, idet der skal gælde, at $[\Pi_{Q_1}] = [1]$ og (B_1, B_2, \dots, B_k) er de uafhængige grundenheder.

Udtrykket for Q_1 er givet ved

$$Q_1 = B_1^{-a_1} B_2^{-a_2} \dots B_k^{-a_k} \phi(\Pi_{Q_2}, \dots, \Pi_{Q_{m-k}}), \quad (\text{B.1})$$

hvor ϕ er en ukendt funktion, der afhænger af de $(m - k - 1)$ Π_Q 'er.

Vi vælger en base bestående af g , ρ_v og D_f . I udtrykket for effekten indgår 5 størrelser, så vi skal altså danne $m - k = 5 - 3 = 2$ Π 'er, $\Pi_{P_{abs}}$ og Π_{H_s} .

Hvert Π konstrueres ud fra basen samt én størrelse udenfor basen.

$$\Pi_{P_{abs}} = [ML^2T^{-3}][LT^{-2}]^a [ML^{-3}]^b [L]^c = 1.$$

Ud fra dette fås, at $a = -\frac{3}{2}$, $b = -1$, og $c = -\frac{7}{2}$.

$$\Pi_{H_s} = [L][LT^{-2}]^a [ML^{-3}]^b [L]^c = 1.$$

Ud fra dette fås, at $a = 0$, $b = 0$, og $c = -1$.

De to Π 'er bliver hermed

$$\Pi_{P_{abs}} = P_{abs} g^{-3/2} \rho_v^{-1} D_f^{-7/2} \quad \text{og} \quad \Pi_{H_s} = H_s g^0 \rho_v^0 D_f^{-1} = \frac{H_s}{D_f}$$

Idet vi er interesserede i at finde et udtryk for effekten ($Q_1 = P_{abs}$), vil ϕ være en funktion af Π_{H_s} . Indsættes $\Pi_{P_{abs}}$ og Π_{H_s} i (B.1) kan vi derfor skrive et udtryk for effekten op som

$$P_{abs} \propto g^{3/2} \rho_v D_f^{7/2} \phi\left(\frac{H_s}{D_f}\right).$$

Vi kan nu direkte se, hvad effekten afhænger af. Hvis vi indfører proportionalitetskonstanten α_{ny} får vi at $P_{abs} = \alpha_{ny} g^{3/2} \rho_v D_f^{7/2} \phi(\frac{H_s}{D_f})$.

Ved at sammenligne dette med høkerformlen, kan vi opskrive et udtryk for den dimensionsløse konstant α_{ny}

$$P_{abs} = \alpha_{ny} g^{3/2} \rho_v D_f^{7/2} \phi(\frac{H_s}{D_f}) = \alpha_{høk} \frac{\pi}{4} D_f^2 H_s^{3/2}$$

↓

$$\alpha_{ny} g^{3/2} \rho_v = \alpha_{høk} \frac{\pi}{4}$$

⇕

$$\alpha_{ny} = \frac{\alpha_{høk} \frac{\pi}{4}}{g^{3/2} \rho_v} = \frac{166 \frac{\pi}{4}}{9.82^{3/2} \rho_v} \approx 4,24.$$

Det samlede udtryk for effekten kan derefter skrives som

$$P_{abs} = 4,24 g^{3/2} \rho_v D_f^2 H_s^{3/2}.$$

Symbolliste

A_b	Areal af vandoverfladen i bufferkammeret
A_f	Areal af flyderen
A_s	Areal af stemplet
A_{tu}	Areal af turbinens indtag
$B(U)$	Variabel i PM-spektrum, der er afhængig af vindhastigheden U
C_d	Gnidningskoefficient
C_l	Løftekoefficient
D_f	Diameter af flyderen
E	Energi
F_a	Kraft fra ankertov
F_d	Gnidningskraft (d for drag)
F_e	Kraft fra top- og bundstop
F_f	Kraft fra flyderens acceleration
F_l	Gnidningskraft vinkelret på F_d
F_{ns}	Normalkraft på stempel
F_{nss}	Normalkraft på stempelstyr
F_{opp}	Summen af opdrift og tyngdekraft
F_r	Kraft fra reb
F_s	Kraft fra stemplets acceleration
F_t	Trykkraft fra stempel
F_v	Kraft fra vandets acceleration
F_μ	Gnidningskraft mellem stempel og cylinder
H	Bølgehøjde
H_f	Højde af flyder
H_s	Signifikant bølgehøjde
$H_{1/3}$	Forældet udtryk for signifikant bølgehøjde
L	Bølgelængde
L_{ai}	Længde af det i 'te ankertov
L_r	Længde af reb
L_{sl}	Længde af stempelstang

L_{sn}	Højdeposition af nedre stop, målt fra havbunden
$L_{s\phi}$	Højdeposition af øvre stop, målt fra havbunden
L_0	Længde af slapt reb
MWL	Middelvandstand
N	Antal bølger
P_{abs}	Effekt udtrykt ved høkerformlen
Q_b	Nettoflow ud af bufferkammer
Q_s	Flow gennem bufferventil ind i stempelkammer
Q_{tu}	Flow gennem turbine
$S(f)$	Energitæthed som funktion af frekvens
T	Bølgeperiode
U	Vindhastighed målt 19,5 m over havoverfladen
V_f	Volumen af flyder
V_s	Volumen af stemplet
a	Bølgeamplitude
a_f	Added mass for flyder
a_i	Amplitude af den i 'te bølge
a_s	Added mass for stempel
c	Bølg hastighed, givet ved $\frac{L}{T}$
d_b	Højde af vandsøjle over buffer
e_a	Elasticitetskoefficient for ankertov
e_r	Elasticitetskoefficient for reb
e_{sn}	Elasticitetskoefficient for nedre stop
$e_{s\phi}$	Elasticitetskoefficient for øvre stop
f	Frekvens
g	Tyngdeacceleration
h	Vanddybde
k	Bølgetal, givet ved $\frac{2\pi}{L}$
m_f	Flyderens masse
m_0	Total varians af bølgenes energi
m_s	Stemplets effektive masse
p	Tryk
q_{tu}	Flowkoefficient
r	Radius af flyder
x	Horisontal retning
x'	Hastighed i horisontal retning
x''	Acceleration i horisontal retning
x_a	Ankertovets længde i horisontal retning
x_f	x koordinat til flyderen

x_v	x koordinat til vandpartikel
z	Vertikal retning
z'	Hastighed i vertikal retning
z''	Acceleration i vertikal retning
z_b	Afstand fra MWL ned til toppen af bufferkammer
z_f	z koordinat til flyder, målt fra MWL
z_s	z koordinat til stempel, målt fra MWL
z_v	z koordinat til vandpartikel, målt fra MWL
z_{b0}	Afstand fra MWL ned til toppen af bufferkammer, når bølgemaskinen er i hvile
z_{ss}	z koordinat til stempelstyr, målt fra MWL
ΔL_{ai}	Forlængelse af det i 'te tov
ΔL_r	Forlængelse af reb
Δp_{sb}	Trykforskel mellem stempelkammer og bufferkammer
α	Vinkel mellem flyderens hastighedsvektor og vandpartiklernes hastighedsvektor
α_{ai}	Vinkel mellem det i 'te ankertov og vandret
$\alpha_{høk}$	Konstant i høkerformel
α_{pm}	Konstant i formlen for PM-spektrum
α_r	Vinkel mellem reb og lodret
β	Neddykningskoefficient for volume
β_a	Neddykningskoefficient for areal
$\beta_{høk}$	Konstant i høkerformel
β_{pm}	Konstant i formlen for PM-spektrum
δ	Fasevinkel
η	Vandhøjde over MWL, afhænger af x og t
γ	Konstant der angiver hvilken type trykproces der foregår i bufferkammer
μ_s	Gnidningskoefficient for stempel
ν	Effektiv hastighed
ϕ	Hastighedspotentiale
ρ_v	Vands densitet
ζ	Trykfaldskoefficient
ζ_b	Trykfaldskoefficient for bufferventil
ζ_u	Trykfaldskoefficient for udløbsventil
ω	vinkelfrekvens, givet ved $\frac{2\pi}{T}$

Bilag 1

Eksempel på den første inputfil

Nedenfor ses et eksempel på den første inputfil, til DWP's computerprogram. Filen indeholder data der fastlægger amplituden, frekvensen og en tilfældig fasevinkel. De 47 bølger repræsenterer en vindhastighed på 7 m/s, hvor 95% af energien er dækket.

Amplitude [m]	Frekvens [s ⁻¹]	Fasevinkel
0,000136	0,1451	4,955678
0,000742	0,1551	1,511507
0,002451	0,1651	3,353695
0,005737	0,1751	0,288103
0,010563	0,1851	0,40295
0,016404	0,1951	5,459707
0,02253	0,2051	2,855076
0,028285	0,2151	3,283457
0,033223	0,2251	3,957179
0,037128	0,2351	0,276009
0,03996	0,2451	2,079787
0,041794	0,2551	1,747929
0,042762	0,2651	0,329525
0,043019	0,2751	3,426509
0,042715	0,2851	5,451697
0,041984	0,2951	1,975391
0,040943	0,3051	5,594858
0,039683	0,3151	2,820542

Amplitude [m]	Frekvens [s^{-1}]	Fasevinkel
0,038281	0,3251	4,621214
0,036795	0,3351	1,718119
0,035267	0,3451	3,825227
0,033733	0,3551	4,7224
0,032214	0,3651	0,835023
0,03073	0,3751	5,645725
0,029292	0,3851	4,48587
0,027908	0,3951	2,635536
0,026581	0,4051	3,295948
0,025316	0,4151	0,047218
0,024113	0,4251	0,042901
0,022971	0,4351	0,038942
0,02189	0,4451	0,012996
0,020866	0,4551	1,0203
0,019899	0,4651	4,98378
0,018985	0,4751	4,114096
0,018122	0,4851	4,428775
0,017307	0,4951	1,106479
0,016538	0,5051	5,411156
0,015811	0,5151	4,957357
0,015125	0,5251	5,829318
0,014477	0,5351	3,844839
0,013865	0,5451	0,862027
0,013286	0,5551	4,557037
0,012739	0,5651	1,656694
0,012221	0,5751	3,820742
0,011731	0,5851	4,511275
0,011266	0,5951	0,999646
0,010826	0,6051	4,276192

$$\Delta f = 0,01$$

$$f_{start} = 0,1451$$

$$f_{stut} = 0,6051$$

Bilag 2

Eksempel på den anden inputfil

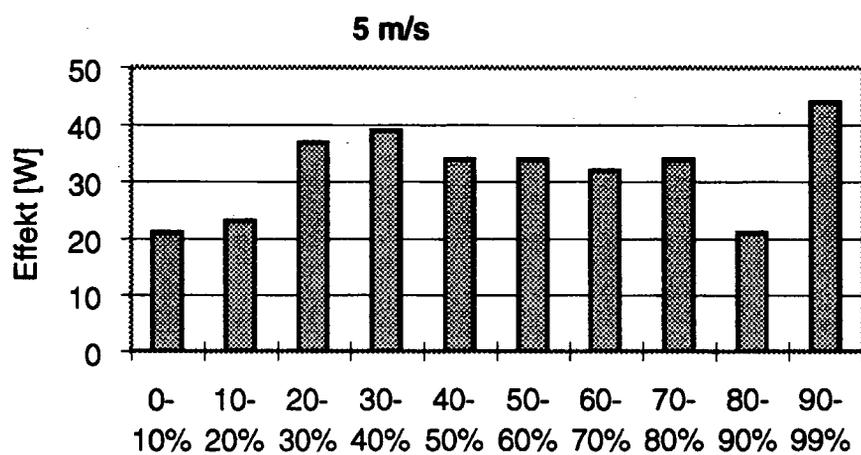
Nedenfor ses et eksempel på den anden inputfil, til DWP's computerprogram. Det er denne fil vi har benyttet til alle vores simuleringer, kørt ved en tidslængde på 400 s. Filen indeholder data, der beskriver den eksisterende bølgemaskine ved Hanstholm.

Beskrivelse	Værdi
WAVE Height (H in m) :	12.00
WAVE Period (T in sec) (WAVE=5 \Rightarrow changed) :	7.69
WAVE Length (L_w in m) (WAVE=1 \Rightarrow changed) :	145.00
WATER Depth (D in m) :	26.00
WATER Current Surface (u_s in m/sec) :	0.00
FLOAT Mass (M_f in kg) :	1500.00
FLOAT Added Mass horizontal (M_{f1} in kg) :	736.00
FLOAT Added Mass vertical (M_{f2} in kg) :	4728.00
FLOAT Radius (R in m) :	1.25
FLOAT Thickness (h_f in m) :	0.63
WIRE Length unloaded (L_o in m) :	20.50
WIRE Stiffness (K_t in N/m) :	85000.00
ANCHOR Length unloaded (L_a in m) :	152.07
ANCHOR Distance from cl piston (x_a in m) :	150.00
ANCHOR Stiffness (K_a in N/m) :	6000.00
ANCHOR Configuration (CODE) :	1.00
PISTON Area (A_p in m ²) :	0.38
PISTON Mass excl uplift (M_p in kg) :	250.00
PISTON Added Mass upward (M_{p1} in kg) :	1500.00
PISTON Added Mass downward (M_{p2} in kg) :	1500.00

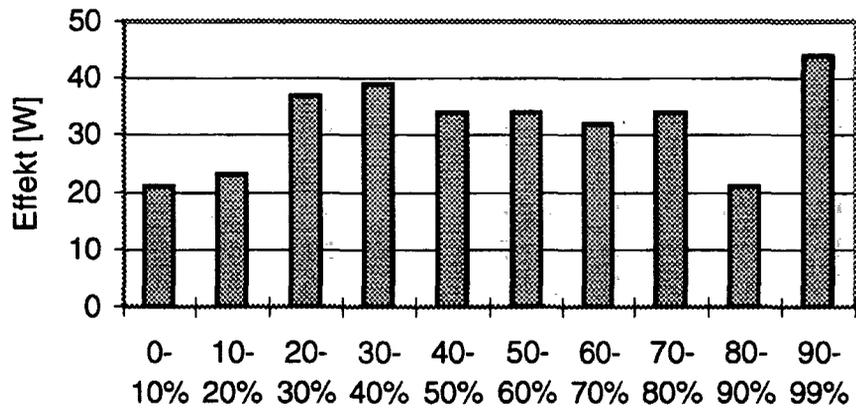
PISTON Height (H_p in m) :	0.30
PISTON Rod length (L_{pr} in m) :	3.20
PISTON Rod level to top guide (Z_{ptg} in m) :	3.50
PISTON Friction Coefficient (μ_p) :	0.05
PISTON Top stop Level (Z_{pt} in m) :	3.00
PISTON Bottom stop Level (Z_{pb} in m) :	0.50
PISTON Top stop Stiffness 1 (K_{pt1} in N/m) :	875000.00
PISTON Top stop Stiff. change (U_{pt1} in m) :	0.20
PISTON Top stop Stiffness 2 (K_{pt2} in N/m) :	875000.00
PISTON Bottom stop Stiffness 1 (K_{pb1} in N/m) :	330000.00
PISTON Bottom stop Stiff. change (U_{pb1} in m) :	0.20
PISTON Bottom stop Stiffness 2 (K_{pb2} in N/m) :	330000.00
BUFFER Surface Area (A_b in m^2) :	5.37
BUFFER Top Level Depth (d_b in m) :	19.80
BUFFER Valve pressure loss (ζ_b) :	10.63
BUFFER Air Height at rest (y_{70} in m) :	0.50
BUFFER Air volumen process (γ 1.0 or 1.4) :	1.40
TURBINE Surface Area (A_t in mm^2) :	380000.00
TURBINE pressure loss (ζ_t) :	3000.00
OUTLET Valve pressure loss (ζ_o) :	10.00
Time increments in output :	4000.00
Time increments between output points ($n_{out} \geq 1$) :	10.00
Wave periods until stop of run ($grperi$) :	7.00
Wave type (1: 1. Order -, 5: 5. Order Stoke) :	5.00
Max kN visible on Output Screen :	200.00
Max kW visible on Output Screen :	3.00
Damping coeff. of Top stop (C_{pt} - see manual) :	11000000.00
Top Stop Downward Pressure loss (ζ_{pt}) :	0.00
Damping exp. of compression of Top stop (n_{pt}) :	4.00
Damping coeff. of Bot. stop (C_{pb} - see manual) :	11000000.00
Bottom Stop Upward Pressure loss (ζ_{pb}) :	0.00
Damping exp. of compression of Bot. stop (n_{pb}) :	4.00

Bilag 3

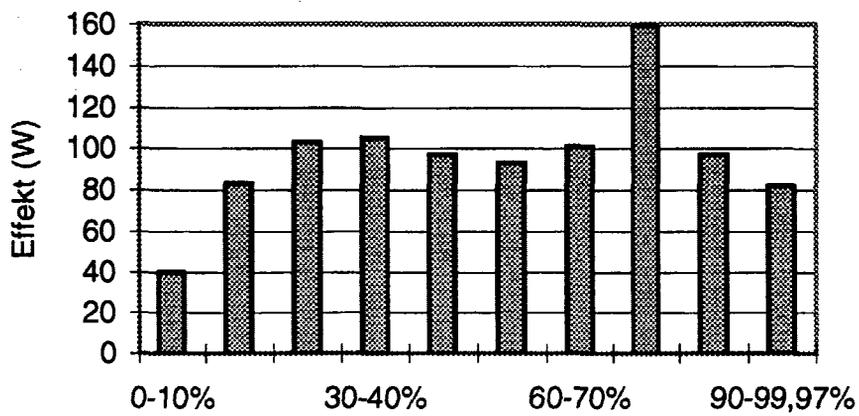
Søjlediagrammer for simuleringer hvor PM-spektret er inddelt i 10% intervaller for vindhastighederne 5, 6, 7 og 12 m/s.



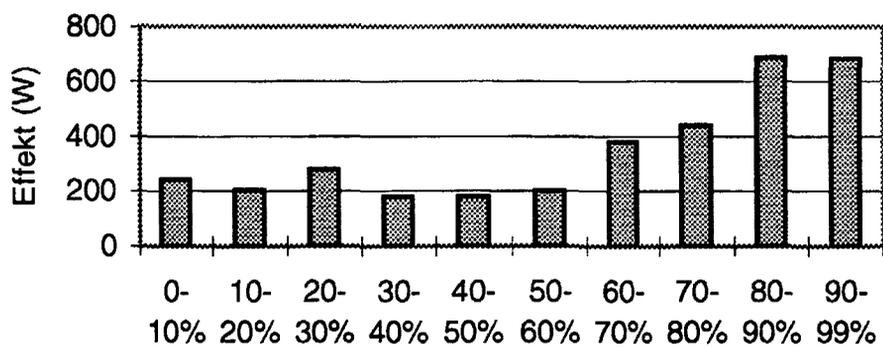
5 m/s



7 m/s



12 m/s



Litteraturliste

[Ackner, 71]: Joseph Ackner: *Natur Videnskabelig Håndbog*, Hassing, 1971.

[Christiansen, 94]: T. G. Christiansen, Ken Andersen, Nikolaj Hermann & Jannik Rasmussen: *Dimensionsanalyse, en introduktion*, IMFUFA tekst nr. 269, Roskilde Universitets Center, 1994.

[DWP, 91]: Danish Wave Power (DWP): *Bølgeenergi, Forsknings projekt 1*, Eget tryk 1991.

[Elbrønd, 89]: Helge Elbrønd Jensen: *Matematisk analyse, Bind 4*, Danmarks Tekniske Højskole, 1989.

[Hansen et al., 94]: Per M. Hansen, Anders Marcussen, Lone Michelsen & Anne Charlotte Nilsson: *Life is like a sewer...*, IMFUFA tekst nr. 268, Roskilde Universitets Center, 1994.

[Jørgensen, 94]: Niels Kristian Jørgensen: *Dansk satsning på bølgeenergi*, Teknologidebat nr. 5 september 1994

[Newman, 77]: S. N. Newman: *Marine Hydrodynamics*, MIT Press Cambridge, Massachusetts, 1977.

[Nielsen, 82]: Kim Nielsen: *Bølgeenergi maskiner I og II*, Danmarks Tekniske Højskole, 1982.

[Nielsen, 90]: Jørgen Nielsen & Niels Nielsen: *Kystmorfologi*, Geografisk Centralinstitut KU, 1990.

[Nielsen et al., 93]: Kim Nielsen & Carsten Munk Plum: *On The Modeling of Float Pump Systems*, European Wave Energy Symposium, Edingburgh 21 - 24 Juli 1993, Udgivet af EU.

[Svendsen, 80]: Ib A. Svendsen & Ivar G. Jonsson: *Hydrodynamics of Coastal Regions*, Danmarks Tekniske Højskole, 1980.

[Tucker, 91]: M. J. Tucker: *Waves in Ocean Engineering*, Ellis Horwood, New York, 1991.

Liste over tidligere udkomne tekster
tilsendes gerne. Henvendelse herom kan
ske til IMFUFA's sekretariat
tlf. 46 75 77 11 lokal 2263

-
- 217/92 "Two papers on APPLICATIONS AND MODELLING
IN THE MATHEMATICS CURRICULUM"
by: Mogens Niss
- 218/92 "A Three-Square Theorem"
by: Lars Kadison
- 219/92 "RUPNOK - stationær strømning i elastiske rør"
af: Anja Boisen, Karen Birkelund, Mette Olufsen
Vejleder: Jesper Larsen
- 220/92 "Automatisk diagnosticering i digitale kredsløb"
af: Bjørn Christensen, Ole Møller Nielsen
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 221/92 "A BUNDLE VALUED RADON TRANSFORM, WITH
APPLICATIONS TO INVARIANT WAVE EQUATIONS"
by: Thomas P. Branson, Gestur Olafsson and
Henrik Schlichtkrull
- 222/92 On the Representations of some Infinite Dimensional
Groups and Algebras Related to Quantum Physics
by: Johnny T. Ottesen
- 223/92 THE FUNCTIONAL DETERMINANT
by: Thomas P. Branson
- 224/92 UNIVERSAL AC CONDUCTIVITY OF NON-METALLIC SOLIDS AT
LOW TEMPERATURES
by: Jeppe C. Dyre
- 225/92 "HATMODELLEN" Impedansspektroskopi i ultrarent
en-krystallinsk silicium
af: Anja Boisen, Anders Gorm Larsen, Jesper Varmer,
Johannes K. Nielsen, Kit R. Hansen, Peter Bøggild
og Thomas Hougaard
Vejleder: Petr Viscor
- 226/92 "METHODS AND MODELS FOR ESTIMATING THE GLOBAL
CIRCULATION OF SELECTED EMISSIONS FROM ENERGY
CONVERSION"
by: Bent Sørensen
- 227/92 "Computersimulering og fysik"
af: Per M.Hansen, Steffen Holm,
Peter Maibom, Mads K. Dall Petersen,
Pernille Postgaard, Thomas B.Schröder,
Ivar P. Zeck
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 228/92 "Teknologi og historie"
Fire artikler af:
Mogens Niss, Jens Høyrup, Ib Thiersen,
Hans Hedal
- 229/92 "Masser af information uden betydning"
En diskussion af informationsteorien
i Tor Nørretranders' "Mærk Verden" og
en skitse til et alternativ baseret
på andenordens kybernetik og semiotik.
af: Søren Brier
- 230/92 "Vinklens tredeling - et klassisk
problem"
et matematisk projekt af
Karen Birkelund, Bjørn Christensen
Vejleder: Johnny Ottesen
- 231A/92 "Elektrondiffusion i silicium - en
matematisk model"
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund,
Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B.Hansen
- 231B/92 "Elektrondiffusion i silicium - en
matematisk model" Kildetekster
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund,
Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B.Hansen
- 232/92 "Undersøgelse om den simultane opdagelse
af energiens bevarelse og isærdeles om
de af Mayer, Colding, Joule og Helmholtz
udførte arbejder"
af: L.Arleth, G.I.Dybkjær, M.T.Østergård
Vejleder: Dorthe Posselt
- 233/92 "The effect of age-dependent host
mortality on the dynamics of an endemic
disease and
Instability in an SIR-model with age-
dependent susceptibility
by: Viggo Andreasen
- 234/92 "THE FUNCTIONAL DETERMINANT OF A FOUR-DIMENSIONAL
BOUNDARY VALUE PROBLEM"
by: Thomas P. Branson and Peter B. Gilkey
- 235/92 OVERFLADESTRUKTUR OG POREUDVIKLING AF KOKS
- Modul 3 fysik projekt -
af: Thomas Jessen
-

- 236a/93 INTRODUKTION TIL KVANTE HALL EFFEKTEN
af: Anja Boisen, Peter Bøggild
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
Erland Brun Hansen
- 236b/93 STRØMSSAMMENBRUD AF KVANTE HALL EFFEKTEN
af: Anja Boisen, Peter Bøggild
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
Erland Brun Hansen
- 237/93 The Wedderburn principal theorem and Shukla cohomology
af: Lars Kadison
- 238/93 SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (2)
Vektorbånd og tensorer
af: Peder Voetmann Christiansen
- 239/93 Valgsystemer - Modelbygning og analyse Matematik 2. modul
af: Charlotte Gjerrild, Jane Hansen, Maria Hermannsson, Allan Jørgensen, Ragna Clauson-Kaas, Poul Lützen
Vejleder: Mogens Niss
- 240/93 Patologiske eksempler. Om sære matematiske fisks betydning for den matematiske udvikling
af: Claus Dræby, Jørn Skov Hansen, Runa Ulsø Johansen, Peter Meibom, Johannes Kristoffer Nielsen
Vejleder: Mogens Niss
- 241/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 1
af: Bent Sørensen
- 242/93 Brovedligeholdelse - bevar mig vel
Analyse af Vejdirektoratets model for optimering af broreparationer
af: Linda Kyndlev, Kare Fundal, Kamma Tulinius, Ivar Zeck
Vejleder: Jesper Larsen
- 243/93 TANKEEKSPERIMENTER I FYSIKKEN
Et 1.modul fysikprojekt
af: Karen Birkelund, Stine Sofia Korremann
Vejleder: Dorthe Posselt
- 244/93 RADONTRANSFORMATIONEN og dens anvendelse i CT-scanning
Projektrapport
af: Trine Andreasen, Tine Guldager Christiansen, Nina Skov Hansen og Christine Iversen
Vejledere: Gestur Olafsson og Jesper Larsen
- 245a+b
/93 Time-Of-Flight målinger på krystallinske halvledere
Specialerapport
af: Linda Szkotak Jensen og Lise Odgaard Gade
Vejledere: Petr Viscor og Niels Boye Olsen
- 246/93 HVERDAGSVIDEN OG MATEMATIK - LÆREPROCESSER I SKOLEN
af: Lena Lindenskov, Statens Humanistiske Forskningsråd, RUC, IMFUFA
- 247/93 UNIVERSAL LOW TEMPERATURE AC CONDUCTIVITY OF MACROSCOPICALLY DISORDERED NON-METALS
by: Jeppe C. Dyre
- 248/93 DIRAC OPERATORS AND MANIFOLDS WITH BOUNDARY
by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski
- 249/93 Perspectives on Teichmüller and the Jahresbericht Addendum to Schappacher, Scholz, et al.
by: B. Booss-Bavnbek
With comments by W.Abikoff, L.Ahlfors, J.Cerf, P.J.Davis, W.Fuchs, F.P.Gardiner, J.Jost, J.-P.Kahane, R.Lohan, L.Lorch, J.Radkau and T.Söderqvist
- 250/93 EULER OG BOLZANO - MATEMATISK ANALYSE SET I ET VIDENSKABSTEORETISK PERSPEKTIV
Projektrapport af: Anja Juul, Lone Michelsen, Tomas Højgård Jensen
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 251/93 Genotypic Proportions in Hybrid Zones
by: Freddy Bugge Christiansen, Viggo Andreasen and Ebbe Thue Poulsen
- 252/93 MODELLERING AF TILFÆLDIGE FÆNOMENER
Projektrapport af: Birthe Friis, Lisbeth Helmsgaard, Kristina Charlotte Jakobsen, Marina Mosbæk Johannessen, Lotte Ludvigsen, Mette Hass Nielsen
- 253/93 Kuglepakning
Teori og model
af: Lise Arleth, Kåre Fundal, Nils Kruse
Vejleder: Mogens Niss
- 254/93 Regressionsanalyse
Materiale til et statistikkursus
af: Jørgen Larsen
- 255/93 TID & BETINGET UAFHÆNGIGHED
af: Peter Harremoës
- 256/93 Determination of the Frequency Dependent Bulk Modulus of Liquids Using a Piezo-electric Spherical Shell (Preprint)
by: T. Christensen and N.B.Olsen
- 257/93 Modellering af dispersion i piezoelektriske keramikker
af: Pernille Postgaard, Jannik Rasmussen, Christina Specht, Mikko Østergård
Vejleder: Tage Christensen
- 258/93 Supplerende kursusmateriale til "Lineære strukturer fra algebra og analyse"
af: Mogens Brun Heefelt
- 259/93 STUDIES OF AC HOPPING CONDUCTION AT LOW TEMPERATURES
by: Jeppe C. Dyre
- 260/93 PARTITIONED MANIFOLDS AND INVARIANTS IN DIMENSIONS 2, 3, AND 4
by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski

- 261/93 OPGAVESAMLING
Bredde-kursus i Fysik
Eksamensopgaver fra 1976-93
- 262/93 Separability and the Jones Polynomial
by: Lars Kadison
- 263/93 Supplerende kursusmateriale til "Lineære strukturer fra algebra og analyse" II
af: Mogens Brun Heefelt
- 264/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 2
af: Bent Sørensen
-
- 265/94 **SPHERICAL FUNCTIONS ON ORDERED SYMMETRIC SPACES**
To Sigurdur Helgason on his sixtyfifth birthday
by: Jacques Faraut, Joachim Hilgert and Gestur Olafsson
- 266/94 Kommensurabilitets-oscillationer i laterale supergitre
Fysikspeciale af: Anja Boisen, Peter Bøggild, Karen Birkelund
Vejledere: Rafael Taboryski, Poul Erik Lindelof, Peder Voetmann Christiansen
- 267/94 Kom til kort med matematik på Eksperimentarium - Et forslag til en opstilling
af: Charlotte Gjerrild, Jane Hansen
Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 268/94 Life is like a sewer ...
Et projekt om modellering af aorta via en model for strømning i kloakrør
af: Anders Marcussen, Anne C. Nilsson, Lone Michelsen, Per M. Hansen
Vejleder: Jesper Larsen
- 269/94 Dimensionsanalyse en introduktion metaprojekt, fysik
af: Tine Guldager Christiansen, Ken Andersen, Nikolaj Hermann, Jannik Rasmussen
Vejleder: Jens Højgaard Jensen
- 270/94 THE IMAGE OF THE ENVELOPING ALGEBRA AND IRREDUCIBILITY OF INDUCED REPRESENTATIONS OF EXPONENTIAL LIE GROUPS
by: Jacob Jacobsen
- 271/94 Matematikken i Fysikken. Opdaget eller opfundet NAT-BAS-projekt
vejleder: Jens Højgaard Jensen
- 272/94 Tradition og fornyelse
Det praktiske elevarbejde i gymnasiets fysikundervisning, 1907-1988
af: Kristian Hoppe og Jeppe Guldager
Vejledning: Karin Beyer og Nils Hybel
- 273/94 Model for kort- og mellemdistanceløb Verifikation af model
af: Lise Fabricius Christensen, Helle Pilemann, Bettina Sørensen
Vejleder: Mette Olufsen
- 274/94 MODEL 10 - en matematisk model af intravenøse anæstetikas farmakokinetik
3. modul matematik, forår 1994
af: Trine Andreasen, Bjørn Christensen, Christine Green, Anja Skjoldborg Hansen, Lisbeth Helmgaard
Vejledere: Viggo Andreasen & Jesper Larsen
- 275/94 Perspectives on Teichmüller and the Jahresbericht 2nd Edition
by: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 276/94 Dispersionsmodellering Projekt rapport 1. modul
af: Gitte Andersen, Rehannah Borup, Lisbeth Friis, Per Gregersen, Kristina Vejrvø
Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 277/94 PROJEKTARBEJDSPÆDAGOGIK - Om tre tolkninger af problemorienteret projektarbejde
af: Claus Flensted Behrens, Frederik Voetmann Christiansen, Jørn Skov Hansen, Thomas Thingstrup
Vejleder: Jens Højgaard Jensen
- 278/94 The Models Underlying the Anaesthesia Simulator Sophus
by: Mette Olufsen(Math-Tech), Finn Nielsen (RISØ National Laboratory), Per Føge Jensen (Herlev University Hospital), Stig Andur Pedersen (Roskilde University)
- 279/94 Description of a method of measuring the shear modulus of supercooled liquids and a comparison of their thermal and mechanical response functions.
af: Tage Christensen
- 280/94 A Course in Projective Geometry
by Lars Kadison and Matthias T. Kromann
- 281/94 Modellering af Det Cardiovasculære System med Neural Puls kontrol
Projekt rapport udarbejdet af:
Stefan Frello, Runa Ulsøe Johansen, Michael Poul Curt Hansen, Klaus Dahl Jensen
Vejleder: Viggo Andreasen
- 282/94 Parallele algoritmer
af: Erwin Dan Nielsen, Jan Danielsen, Niels Bo Johansen

- 283/94 Grænser for tilfældighed
(en kaotisk talgenerator)
af: Erwin Dan Nielsen og Niels Bo Johansen
- 284/94 Det er ikke til at se det, hvis man ikke
lige ve' det!
Gymnasie matematikkens begrundelsesproblem
En specialerapport af Peter Hauge Jensen
og Linda Kyndlev
Veileder: Mogens Niss
- 285/94 Slow coevolution of a viral pathogen and
its diploid host
by: Viggo Andreasen and
Freddy B. Christiansen
- 286/94 The energy master equation: A low-temperature
approximation to Bässler's random walk model
by: Jeppe C. Dyre
- 287/94 A Statistical Mechanical Approximation for the
Calculation of Time Auto-Correlation Functions
by: Jeppe C. Dyre
- 288/95 PROGRESS IN WIND ENERGY UTILIZATION
by: Bent Sørensen
- 289/95 Universal Time-Dependence of the Mean-Square
Displacement in Extremely Rugged Energy
Landscapes with Equal Minima
by: Jeppe C. Dyre and Jacob Jacobsen